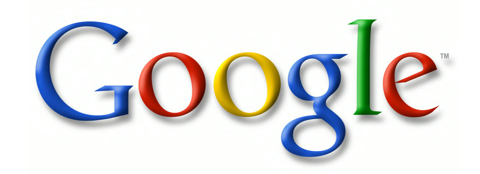






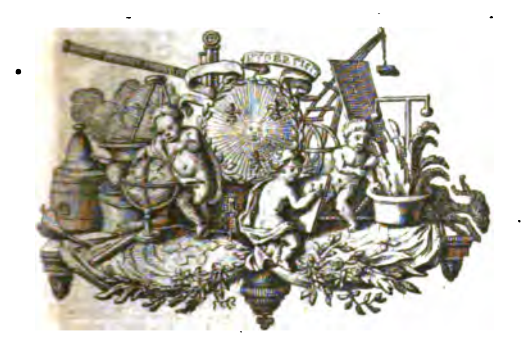


HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCXXVII.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année.

Tirés des Registres de cette Académie.



A AMSTERDAM,

Chez PIERRE MORTIER.

M. DCCXXXII.

Avec Privilege de N. S. les Etats de Hollande & de West-Frise.



A MONSIEUR LE COMTE DE WATZDORFF,

CHAMBELLAN ET CONSEILLER DE LA COUR DE SA MAJESTÉ POLONOISE, ET PREVOT DE L'EGLISE CATHEDRALE DE BAUTZEN.

ONSIEUR,

En prenant la liberté de Vous dédier ce volume de l'*Histoire* & des *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences*, ce n'est ni à la Naissance ni aux Emplois, c'est au seul Savoir que je rends hommage. La profonde connoissance que Vous avez acqui-

quiſe de la plupart des Sciences qui ſont la matiere de ce Recueil, Vous diſtingueroit parmi ceux-mêmes que leur profeſſion engage à s'y appliquer. Combien plus doit-on l'admirer en Vous, MONSIEUR, qui au milieu du tumulte de la Cour, avez ſu Vous procurer tous les avantages de la retraite; & qui oſez être ſavant, dans un rang où l'on fait ſi peu de cas du Savoir? Je ne crains donc point, MONSIEUR, de Vous offrir cet Ouvrage; je ſai l'eſtime que Vous en faites: & je me flate que Vous recevrez

avec bonté ce témoignage public du profond reſpect avec lequel j'ai l'honneur d'être,

MONSIEUR,

Votre très humble & très obeïſſant ſerviteur

PIERRE MORTIER.

PRI-

PRIVILEGIE.

De Staten van Holland en West-Friesland doen te weten, Alzo ons te kennen is gegeven by Pierre Mortier, Burger, en Boekverkoper binnen Amsterdam, hoe dat hy door inkoop aan zig verkregen hadde alle de Exemplaren, Regt van Copye, en Kopere Plaaten, van *Historia Academiæ Regiæ Scientiarum, Auctore J. B. du Hamel*, en *Histoire de l'Academie Royale des Sciences, avec les Memoires de Mathematique & de Physique, tirés des Registres de cette Academie, commencée avec l'année 1699, jusques à present*: Op welke Werken door Ons op den 22 January des Jaars 1706 goetgunstig Octroy was verleent aan wyle *Gerard Kuyper* om dezelve alleen met uytsluyting van alle andere gedurende den tyd van vyftien Jaaren, in zoo veele Deelen, Taalen, en Formaaten, als hy zoude goet vinden, te mogen drukken, doen drukken, uytgeven en verkopen, met een pœnaliteit van Drie hondert Guldens tegens de Overtreeders; En door dien het opgemelde Octroy reets zedert eenigen tyd geeindigt, en hy Suppliant werkelyk bezig zynde de gemelde werken van *Historia Academiæ Regiæ Scientiarum Auctore J. B. du Hamel*, en *Histoire de l'Academie Royale des Sciences, avec les Memoires de Mathematique & de Physique, tirés des Registres de cette Academie*, van Jaare tot Jaare, met het drukken te vervolgen, en boven dien te vermeerderen met een *Recueil des Machines approuvées par l'Academie Royale des Sciences dont il est parlé dans l'Histoire & dans les Memoires de cette Academie & autres, avec les Explications de Mrs. de l'Academie Royale des Sciences, enrichies de plus de 200 fig.* En een *Recueil de toutes les Pieces qui ont remporté les Prix proposés par l'Academie Royale des Sciences*; benevens eene *Table Alphabetique des Matieres contenues dans l'Histoire & les Memoires de l'Academie Royale des Sciences, publiées dans son ordre*. En eindelyk nog alle de *Memoires de Mathematique, de Physique & autres Pieces publiées par l'Academie Royale des Sciences, depuis son commencement jusques à l'année 1698 inclusivement*; wel verstaande van het laast-genoemde maar alleen die Stukken, of Deelen, die tot nog toe in de Provintie van Holland en West-Friesland nooyt waren gedrukt geweest; waar toe hy Suppliant zeer groote koste en moeyte genootzaakt was aan te wenden: En bedugt zynde dat eenige baatzugtige Menschen hem Suppliant in zyn voorneemen mogten willen contramineren, of alle de voorgemelde Werken in het geheel

of ten deele, of onder eenige andere Tituls ofte Naamen na te drukken, doen drukken, en te verkoopen, tot overgroote schade van hem Suppliant; en om daar in te wezen gesecureert, zo keerde den Suppliant hem tot Ons, ootmoediglyk verzoekende dat Wy hem Suppliant goetgunstig geliefden te verleenen speciaal Octroy en Privilegie, omme alleen geduurende den tyd van vyftien eerstkomende Jaaren, te mogen drukken, doen drukken, uytgeven en verkopen, *Historia Academiæ Regiæ Scientiarum, Auctore J. B. du Hamel*, en *Histoire de l'Academie Royale des Sciences, avec les Memoires de Mathematique & de Physique tirés des Regiſtres de cette Academie*, met alle de nog volgende deelen en stukken; en *Recueil des Machines approuvées par l'Academie Royale des Sciences, dont il est parlé dans l'Histoire & Memoires de cette Academie & autres, avec les Explications de Mrs. de l'Academie Royale des Sciences, Enrichies de plus de* 200 *fig.* benevens een *Recueil des Pieces qui ont remporté les Prix proposés par Mrs. de l'Academie Royale des Sciences*, en een *Table Alphabetique des Matieres contenues dans l'Histoire & les Memoires de l'Academie Royale des Sciences, publiées dans son ordre;* en Eindelyk nog alle de *Memoires de Mathematique, de Physique, & autres Pieces publiées par l'Academie Royale des Sciences, depuis son commencement jusques a l'année* 1698. *inclusivement;* wel verstaende van het laest-genoemde Werk maer alleen alle die stukken ofte deelen, die tot nog toe, in de Provintie van Holland of West-Friesland nooyt waren gedrukt geweest; alles in zoo veele deelen, Taalen, en formaaten als hy Suppliant zoude mogen goet vinden, met speciaal verbod aen alle andere om dezelve Werken, of eenige van dien in het geheel, of ten deele, of onder andere Tituls of Naamen, na te drukken, te doen na drukken, ofte elders nagedrukt zynde in deze Provintie in te brengen, te verruylen ofte te verkopen, veel min eenige uyttreksels van dezelve, van wat natuure, naame, ofte in wat Taale dezelve souden mogen zyn, te moogen maaken ofte doen maaken, drukken of verkoopen, op een Boete van Drie-duysent Guldens, ofte soo veel het ons soude goed dunken tot meer afschrik, by de Contraventeurs te verbeuren, alsoo de Boete van Drie honderd Guldens in voorgaende Octroye van den 22 January 1706, tegens de Overtreders gestipuleerd, niet genoeg zynde om baetzugtige menschen van haer voorneemen tot merkelyke schade van den Suppliant af te schrikken, en de bovengemelde

de Werken voor den Suppliant van de grootste aangelegentheyt zynde. SOO IS 'T, Dat wy de zaake en de het voorsz: verzoek overgemerkt hebbende, ende genegen wezende ter beede van den Suppliant, uyt onse regte wetenschap, Souveraine magt, ende Authoriteit, den zelven Suppliant geconsenteert, geaccordeert, en geoctroyeert hebben, consenteeren, accordeeren, en octroyeeren hem by dezen, dat hy gedurende den tyd van vyftien eerst agter een volgende Jaaren, de bovengemelde Werken in dier voegen als zulks by den Suppliant is versogt, en hier vooren uytgedrukt staat, binnen den voorsz. Onsen Lande alleen sal mogen Drukken, doen Drukken, Uytgeven, ende Verkopen, verbiedende daeromme allen ende een ygelyken dezelve Werken in 't geheel ofte ten deele, te drukken, naerte drukken, te doen nadrukken te verhandelen of te verkoopen, ofte elders nagedrukt binnen dezelve onzen Lande te brengen, uyt te geven, ofte te verhandelen en verkoopen; op verbeurte van alle de naargedrukte, ingebragte, verhandelde ofte verkogte Exemplaaren, ende een Boete van Drie duysent Guldens daer en boven te verbeuren, te appliceeren een derde part voor den Officier die de Calange doen sal, een derde part voor den Armen der plaetse daer het Casus voorvallen sal, ende het resterende derde part voor den Suppliant, en dit telkens zo menigmael als dezelve sullen werden agterhaeld. Alles in dien verstaande, dat wy den Suppliant met desen onsen Octroye alleen willende gratificeeren, tot verhoedinge van zyne schaade door het nadrukken van de voorsz. Werken, daer door in geenigen deelen verstaen, den innehouden van dien te authoriseeren ofte te advoueren, ende veel min het zelve onder onse protectie ende bescherminge eenig meerder credit, aansien ofte reputatie te geven, nemaer den Suppliant in cas daer inne iets onbehoorlyks zoude influeren, alle het zelve tot zynen laste zal gehouden wesen te verantwoorden; tot dien eynde wel expressely begeerende dat by aldien hy desen onsen Octroye voor dezelve Werken sal willen stellen, daer van geene geabrevieerde ofte gecontraheerde mentie sal mogen maaken, nemaer gehouden wesen het zelve Octroy in 't geheel en sonder eenige omissie daer voor te drukken, of te doen drukken; ende dat hy gehouden sal zyn een Exemplaer van de voorsz. Werken op Groot papier, gebonden, en wel geconditioneert, te brengen in de Bibliotheecq van onse Universiteit te Leyden, binnen

den tyd van ses weeken, na dat hy Suppliant de voorsz. Werken sal hebben beginnen uyt te geven, op een boete van ses hondert Guldens, na expiratie der voorsz. ses weeken, by den Suppliant te verbeuren ten behoeven van de Nederduytse Armen van de plaats alwaar den Suppliant woont, en voorts op peene van met der daat versteeken te zyn van het effect van deesen Octroye: dat ook den Suppliant, schoon by het ingaan van dit Octroy een Exemplaar gelevert hebbende aan de voorsz. onse Bibliotheecq, by zoo verre hy gedurende den tyd van dit Octroy dezelve werken zoude willen herdrukken met eenige observatien, nooten, vermeerderingen, veranderingen, correctien of anders hoe genaemt, of ook in een ander formaat, gehouden sal zyn wederom een ander Exemplaar van deselve werken geconditioneert als vooren, te brengen in de voorsz. Bibliotheecq, binnen den zelven tyd, en op de boete en pœnaliteit als voorsz. Ende ten einde den Suppliant desen Onsen Consente ende Octroye mooge genieten als naar behooren, lasten wy allen ende eenen ygelyken dien het aangaan mag, dat zy den Suppliant van den inhouden van desen doen, laaten, ende gedoogen, rustelyk, vreedelyk, ende volkomentlyk genieten, ende gebruyken, cesseerende alle belet ter contrarie. Gegeven in den Hage, onder Onsen Groote Zegele hier aan doen hangen, op den negentienden December in 't Jaar onses Heeren ende Zaligmaakers, Duysent zeven hondert een en dertig.

J. G. V. BOETZELAER

Ter Ordonnantie van de Staten

WILLEM BUYS.

Aan den Suppliant zyn nevens dit Octroy ter hand gestelt by extract Authenticq, haar Ed: Gr: Mog: Resolutien van den 28 Juny 1715 en 30 April 1728, ten einde om sig daar na te reguleeren.

TABLE POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GENERALE.

ANATOMIE.

CHIMIE.

BOTANIQUE.

ARITHMETIQUE.

GEOMETRIE.

ASTRONOMIE.

ME-

MECHANIQUE.



TABLE
POUR LES
MEMOIRES.

Re-

TABLE.

ma-

Remar-

TABLE.

HISTOIRE

HISTOIRE

DE

L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES.

Année M. DCCXXVII.

PHYSIQUE GENERALE.

SUR DES OS D'ELEPHANS TROUVÉS SOUS TERRE.

Les Savans & les Curieux de toute l'Europe connoissent, au moins de réputation, le Cabinet de M. le Chevalier Sloane, célébre Médecin Anglois, qui a rassemblé un Trésor de Botanique, de Physique, d'Histoire Naturelle, dont la grandeur paroît au dessus des forces d'un Particulier. Quand on a devant soi un semblable fonds, on a les matériaux nécessaires pour travailler sur telle matiere que l'on veut, & il ne faut plus que les détacher de la masse commune. C'est ce qu'il a

* V. les M. p. 429.

a fait sur les Os d'Eléphant trouvés sous terre, en joignant encore aux pieces qu'il avoit sous les yeux, tout ce qu'une grande lecture d'Auteurs, tant anciens que modernes, lui avoit appris sur ce même sujet; & il en a composé un Mémoire qu'il a envoyé à l'Académie, dont il est Membre sous le titre d'Associé Etranger.

Les Os d'Eléphant trouvés en terre ne se reconnoissent pas toûjours au premier coup d'œil pour ce qu'ils sont, il n'y a guere que les deux grandes dents saillantes en dehors, ou *Defenses*, & qui sont l'Yvoire, à quoi l'on ne peut se tromper, pour peu qu'on ait de connoissances. Faute de cela, on les a quelquefois prises pour des Cornes. Les autres Os moins particuliers à l'Eléphant, se reconnoissent sûrement par la comparaison qu'on en fait avec de semblables parties dans des Squelettes de cet Animal. Les Dents de toutes les sortes sont les Os que l'on trouve le plus souvent, & qui par conséquent se conservent le mieux. Leur action si nécessaire, & si souvent répétée, demandoit qu'elles eussent l'avantage d'une consistance plus forte & plus inaltérable.

Quelquefois les Os d'Eléphant sont pétrifiés en tout, ou en partie; & quelquefois ils sont calcinés de façon, qu'au simple toucher ils s'en vont en poussiere, ou du moins se séparent en quantité de morceaux. Il est assés évident que cette différence ne peut être rapportée qu'aux différens sucs terrestres dont ces Os se sont impregnés selon les différens lieux. De ces sucs, les uns rongent, détruisent,

sent, calcinent, les autres consolident & pétrifient. De-là vient qu'on trouve même quelquefois des Corps humains assés entiers, quoiqu'inhumés depuis long-tems.

On a découvert des Ossemens d'Eléphant en Angleterre, en Flandre, en Allemagne, & jusqu'en Islande & en Sibérie, les païs du monde où l'on peut le moins soupçonner qu'il y ait jamais eu d'Eléphans. Quand le dégel, & sur-tout un dégel prompt, arrive en Sibérie, de grandes Rivieres qui doivent passer au pied des Montagnes, & qui roulent alors un prodigieux nombre de glaçons d'une énorme grandeur, détachent de ces Montagnes, & emportent avec elles de grosses pieces de terre, où se trouvent quelquefois des ossemens d'Eléphans, qui demeurent épars çà & là. Ils appartiennent si bien à des Eléphans, que c'est assés souvent de l'Yvoire, dont on trafique. Cependant les Sibériens, & sur-tout ceux qui sont Idolâtres, & encore fort sauvages, ont imaginé un Animal fabuleux, auquel ils donnent ces Os. Ils l'appellent *Mammout*. Il est d'une grandeur prodigieuse, il vit dans de grandes Cavernes, d'où il ne sort jamais, & s'il en sort par quelque accident, il perd la vie dès qu'il voit le jour. Lorsqu'il marche dans des lieux trop bas, il souleve la terre, qui retombe ensuite. On ne l'a jamais vû, & on en fait l'histoire.

Ces ossemens d'Eléphant, auxquels on peut joindre ceux de Baleines, & de quelques autres grands Animaux, ont produit encore, selon M. Sloane, une autre erreur considéra-

 ble,

ble, même parmi quelques Savans; ils ont cru que ces grands Os appartenoient à des Géants, qui souvent par les proportions qu'on en tiroit auroient excédé toute mesure imaginable; tel d'entre eux auroit eu jusqu'à 60 coudées, ou 90 pieds. L'érudition de M. Sloane lui fournit un dénombrement assés exact de ces prétendus Géants. Outre qu'il est plus raisonnable de rapporter les grands Os à de grands Animaux que l'on connoît, qu'à des Hommes prodigieux dont on n'a point de certitude; on peut quelquefois remarquer aisément que ces grands Os n'ont point les proportions de dimension, ni même la figure que demanderoient des Os humains, & on le pourroit toûjours par une Anatomie *comparée* plus exacte qu'elle n'a été jusqu'à présent sur ce sujet. M. Sloane en donne pour exemple quelques Os des Vertebres d'une Baleine trouvés en terre, & qui au jugement du commun du monde auroient pu appartenir à un grand Géant, mais que des yeux d'Anatomiste jugeroient bien vîte trop différens des Vertebres de l'Homme.

Il reste une grande question; comment des Eléphans ont-ils laissé leurs Os dans des païs, où il n'y a pas d'apparence qu'ils ayent jamais été vivans? M. le Comte Marsigli, qui dit dans son grand Ouvrage du Danube, qu'il a trouvé de ces Os au fond de plusieurs Lacs de Hongrie, croit que les Romains y avoient transporté des Eléphans pour s'en servir dans leurs Armées, & que ceux qui mouroient, on les jettoit dans des Lacs pour garantir le Camp de l'air empesté de leurs Cadavres. Cette

te

te opinion, quoiqu'assés vrai-semblable & ingenieuse, n'est pourtant pas adoptée par M. Sloane. Il prouve par des témoignages de l'antiquité que l'Yvoire étoit d'un grand prix chés les Romains, & qu'ils auroient du moins sauvé celui des Eléphans morts, ce qu'on voit qu'ils n'ont pas fait. Il est cependant très-probable qu'il y aura eu des Eléphans transportés & enterrés dans quelques lieux que naturellement ils n'habitoient pas; mais on ne peut guére imaginer qu'il y en ait jamais eu en Sibérie un aussi grand nombre qu'il faudroit pour satisfaire aux faits constans. De plus, qu'imagineroit-on pour les os de Baleine, pour une infinité de coquillages semés par toute la Terre? Il est aisé de voir à quelle conclusion nous en voulons vénir avec M. Sloane. Il y a eu de grands bouleversemens sur notre Globe terrestre, & sur-tout de grandes inondations. Nous en avons déja beaucoup parlé dans les Histoires de 1706 *, de 1708 †, de 1710 ‡, de 1715 ⸸, de 1721 §, & de 1723 ¶. Il est seulement à craindre qu'on ne néglige trop desormais les nouvelles preuves qu'on découvrira d'une vérité si bien établie.

* p. 11. & suiv. † p. 36. & suiv. ‡ p. 24. & suiv.
⸸ p. 1. & suiv. § p. 1. & suiv. ¶ p. 21. & suiv.

OBSERVATION
DE PHYSIQUE GENERALE.

LE 21 Août 1727 à 5 heures ¼ du soir on vit à Beziers une Colomne assés noire qui descendoit d'une Nue jusqu'à terre, & diminuoit toûjours de largeur en approchant de la terre, où elle se terminoit en pointe. Elle paroissoit être à deux lieues de la Ville entre Puisserguier & Capestan. L'Air étoit alors calme à Beziers. On y avoit entendu auparavant quelques coups de Tonnerre du côté de l'Occident.

Comme ce Météore, qui n'est pas fort rare sur Mer, où il s'appelle *Trombe de mer*, l'est beaucoup sur terre, Mrs. Bouillet & Cros, de l'Académie nouvellement établie à Beziers, eurent la curiosité d'aller à Capestan, où il avoit été beaucoup mieux vû, pour en apprendre sûrement toutes les particularités. A Capestan le Ciel s'obscurcit d'une maniere extraordinaire; le Vent y fut violent; la Colomne, toûjours en forme de Cone renversé, étoit de couleur cendrée tirant sur le Violet, elle obéissoit au Vent qui souffloit de l'Ouest au Sud-Ouest, accompagnée d'une espece de fumée fort épaisse, & d'un bruit pareil à celui d'une Mer fort agitée, arrachant quantité de rejettons d'Olivier, déracinant des Arbres, & jusqu'à un gros Noyer qu'elle transporta à 40 ou 50 pas, & marquant son chemin par une large trace bien

bien battue, où trois Carrosses de front auroient passé. Il parut une autre Colonne de la même figure, mais qui se joignit bien-tôt à la premiere; & après que le tout eut disparu, il tomba une grande quantité de Grêle. On a parlé en 1725 * d'un Météore qui a quelque rapport avec celui-ci.

M. Andoque, de la même Académie de Beziers, envoya à M. de Mairain, avec la Relation de ces faits, un systême qu'il en avoit imaginé. Il n'est point satisfait de l'espece d'Eolipile qu'on pourroit concevoir dans les Nues, ainsi que l'on a fait pour expliquer quelques Phénomenes pareils en quelque sorte; & en effet la matiere de la Colonne, qui sortiroit de la Nue par une ouverture semblable au trou de l'Eolipile, ne prendroit pas la figure d'un Cone renversé, mais la figure contraire. Il a recours à des Tourbillons qui se doivent former dans l'Air, comme il s'en forme dans les Eaux.

Que l'on imagine dans la Mer deux Courans paralleles pour plus de facilité, de même direction, & assés peu éloignés; l'eau qui est entre eux est par elle-même sans mouvement; mais les parties les plus proches de part & d'autre des deux Courans ne peuvent s'empêcher d'en prendre par la rencontre & la collision des Courans, & le mouvement qu'elles prennent est déterminé à se faire en rond, comme celui d'une Roue horizontale en repos frappée selon une Tangente. On conçoit sans peine que ce mouvement est d'autant plus fort que l'est celui des Courans, & qu'il se communique de proche

* p. 6.

che en proche à toute l'eau auparavant tranquille. Elle se meut donc en tourbillon.

Et il ne faut pas seulement imaginer ce tourbillon à sa surface supérieure, mais dans toute la profondeur renfermée entre les deux Courans. Seulement l'eau de la surface supérieure, qui n'est chargée de rien, a plus de facilité à tourbillonner, que l'eau inférieure chargée de la supérieure, & de-là le tourbillon total doit prendre la figure d'un Cone dont la base soit en haut.

Si l'on ne suppose qu'un Courant, il ne laissera pas de faire tourbillonner dans toute sa profondeur une partie de l'eau tranquille qu'il rencontrera, mais une moindre partie que s'il y avoit eu deux Courans. Le reste sera le même.

Cela s'applique aisément au phénomene que M. Andoque veut expliquer. Il y avoit un calme à Beziers, & un grand vent à Capestan; un Courant impétueux dans l'Athmosphere en alloit choquer violemment une autre partie tranquille, & faisoit tourbillonner ce qu'il en détachoit. La grande obscurité du Ciel à Capestan marque une grande condensation de nuage causée par ce vent, & à cause de cette condensation il en tomboit des vapeurs aqueuses, qui se mêlant à l'air tourbillonnant faisoient par leur quantité la fumée épaisse, & le bruit par leur extrême agitation. La figure du Tourbillon d'air & de vapeurs dut être la même, & posée de même que celle d'un Tourbillon d'eau formé dans la Mer, elle fut l'effet des mêmes principes. Ces idées suffiront à qui voudroit suivre encore tout cela plus loin.

Nous

NOus renvoyons entierement aux Mémoires Le Journal des Observations de M. Maraldi pour 1727. *

ANATOMIE.

SUR CE QUE LE NERF INTERCOSTAL fournit des Esprits aux Yeux. †

LE nom d'Intercostal, que l'on donne à un Nerf fort connu des Anatomistes, doit faire juger qu'il se répand ou se ramifie entre les Côtes, & qu'il y porte des Esprits qui serviront au mouvement de ces parties, à ceux de l'Estomac, à la respiration, à la voix, &c. Car tout le monde sait que comme les Arteres sont les canaux du sang, de ce grand fluide commun, d'où toutes les autres humeurs sont tirées, de même les Nerfs sont les canaux des Esprits nécessaires à tous les mouvemens de la Machine animale. Le Nerf Intercostal a effectivement les fonctions désignées par son nom, mais il en a encore d'autres plus cachées, & que M. Petit le Médecin n'a découvertes qu'en étudiant

* V. les M. P. 557. † V. les M. p. 1.

diant auſſi exactement qu'il l'a fait par rapport à l'opération de la Cataracte tout ce qui appartient aux Yeux.

Les Nerfs de la 5me & de la 6me Paire ſe diſtribuent dans toute la Tête, & les Yeux reçoivent certainement pluſieurs de leurs rameaux. Tous les Anatomiſtes, à la tête deſquels on doit mettre à l'égard de la deſcription des Nerfs Willis & Vieuſſens, ont cru que le Nerf Intercoſtal prenoit ſon origine des Nerfs de ces deux Paires pour aller de-là ſe répandre dans la région des Côtes. Mais M. Petit ſoupçonna qu'il venoit plutôt ſe joindre à ces Nerfs qu'il n'en partoit. Car s'il en partoit, il devoit naturellement être poſé à leur égard de façon qu'il reçût d'eux les Eſprits, fluide qu'ils lui fourniſſoient, ſelon le cours que ce fluide avoit en coulant dans leur cavité, c'eſt-à-dire qu'il falloit qu'en partant des Nerfs de la 5me & de la 6me Paire l'Intercoſtal eût ſon origine tournée vers la leur ; or M. Petit obſervoit une poſition contraire de l'Intercoſtal, & le fluide n'eût pû entrer dans ſa cavité qu'en rebrouſſant. En ſecond lieu, après la jonction de l'Intercoſtal & du Nerf de la 6me Paire, celui-ci étoit plus gros du côté oppoſé à ſon origine, ce qui marquoit que de ce côté-là loin d'avoir, pour ainſi dire, jetté l'Intercoſtal hors de lui, il l'avoit reçû, & continuoit ſa route avec lui. Cette augmentation de volume dans le Nerf de la 6me Paire, d'où l'on tiroit cet indice, ne ſe voyoit pas de même dans le Nerf de la 5me après ſa jonction avec l'Intercoſtal ; mais ce Nerf de la 5me Paire eſt ſi gros par rapport à celui de la 6me, qu'il n'étoit pas étonnant que ſon.

son volume ne fût pas sensiblement augmenté comme celui de l'autre ; du reste nous avons déja dit que la position de l'Intercostal à l'égard de l'un & de l'autre étoit la même.

Il n'étoit point indifférent de savoir si l'Intercostal partoit des Nerfs de la 5me & de la 6me Paire, ou s'il venoit s'y joindre. S'il en partoit, il n'avoit point de rapport aux Yeux, sujet sur lequel M. Petit ne vouloit rien négliger; s'il venoit se joindre à ces Nerfs, il pouvoit même selon toutes les apparences aller avec eux jusqu'aux Yeux. Mais comme après sa jonction avec ces deux Nerfs il s'y perd entierement, & en devient inséparable, la vûe seule ne peut décider la question, & M. Petit imagina heureusement un autre moyen aussi sûr que la vûe même. Si l'Intercostal étant coupé à un Animal, il s'en ensuit des effets sensibles dans les Yeux, & qui ne puissent être rapportés à aucune autre cause, certainement l'Intercostal va aux Yeux, & par conséquent il ne part pas des Nerfs de la 5me & de la 6me Paire, mais il s'y va joindre. Cette conséquence est importante pour la Nevrologie ; mais il l'est encore plus de savoir quel est le rapport de l'Intercostal aux Yeux, sur quelles parties précisément tombe ce rapport, quelles maladies en peuvent naître.

M. Petit a fait un grand nombre d'experiences sur des Chiens vivans, à qui il a coupé l'Intercostal, toûjours vis-à-vis de la 3me ou 4me Vertebre du Col. Là ce Nerf est enfermé dans une Gaine avec le Nerf de la 8me Paire, & on ne peut couper l'un sans l'autre, mais il est bien sûr que ce Nerf de la 8me Paire n'a aucun

rapport aux Yeux ; ainsi tout ce qui arrive aux Yeux par cette opération ne peut jamais être attribué qu'à l'Intercostal. Dans toutes les expériences de M. Petit les effets qu'on auroit cru devoir plus naturellement provenir de ce que l'Intercostal étoit coupé, la perte ou l'affoiblissement de la voix, les vomissemens, les palpitations de cœur, &c. ont tous varié, & varié considérablement, & jusqu'au point de manquer quelquefois : mais ceux qui appartenoient aux Yeux ont été beaucoup plus constans, les Yeux sont devenus ternes, ils ont diminué, ils ont jetté de la Chassie ou des larmes, la Cornée s'est applatie, une membrane cartilagineuse qui coule sur le bord de Cornée s'est étendue, & en a couvert une partie, la Conjonctive s'est enflammée, &c. car nous supprimons un détail trop particulier. Et afin qu'il ne reste aucun doute sur ces accidens des Yeux, ils ne sont jamais arrivés qu'à l'Oeil droit ou au gauche, quand l'Intercostal n'a été coupé que de l'un ou de l'autre côté.

Il est donc bien démontré que l'Intercostal porte des Esprits dans les Yeux, mais comme ce n'est qu'en certaines parties des Yeux, le desordre que cause la section de ce Nerf arrive parce que quelques parties sont privées des Esprits qu'elles eussent dû recevoir, tandis que d'autres ne le sont pas. Toutes les parties du Corps animal sont en quelque sorte arcboutées les unes contre les autres, & se tiennent en état par cet équilibre. Celles à qui il manque des Esprits qui leur appartenoient, perdent la tension nécessaire, se relâchent, & d'autres profitent aussi tôt de leur foiblesse, & usurpent sur

elles.

elles. Les liqueurs qui ne coulent plus aſſés facilement dans des vaiſſeaux relâchés, sy amaſſent, & ſi la liqueur eſt du ſang, voilà une inflammation; ſi c'eſt celle qui doit, comme dans les Yeux, entrer par les *Points lacrymaux*, & qui ne le peut plus, du moins en aſſés grande quantité, ce ſont des larmes, ou de la Chaſſie, qui coulent au-dehors. Il ſe peut auſſi que le dérangement des parties ſolides empêche une liqueur de ſe former auſſi abondamment qu'il faudroit, & c'eſt ainſi qu'il ne ſe forme pas aſſés d'Humeur aqueuſe pour tenir bien tendue la Cornée dont elle remplit la concavité; de là vient que cette membrane ſe ride, ſe fronce, & perd ſon brillant naturel. Ce peu d'idées générales & d'applications particulieres peuvent ſuffire pour ſervir d'introduction à des explications infiniment plus circonſtanciées, que donne M. Petit ſur une matiere juſqu'à préſent peu approfondie.

*SUR LA VUE DES ENFANS.**

VOICI encore un fruit de l'étude particuliere que M. Petit a faite des Yeux; & qui s'eſt préſenté à lui ſur ſon chemin. Tout le monde a obſervé que les Enfans nouveau-nés voyent peu, ou ne diſtinguent rien: leur vûe incertaine, qui ne ſe fixe à aucun objet, marque qu'aucun ne les frappe aſſés. Si

* V. les M. p. 346.

Si on obſerve de plus près, on s'apperçoit que leurs Yeux n'ont point encore le brillant qu'ils auront dans la ſuite. M. Petit a été plus loin par l'Anatomie, il a trouvé que l'épaiſſeur de leur Cornée étoit beaucoup plus grande que dans les Adultes, où elle ne paſſe pas une demi-ligne, & que leur Humeur Aqueuſe étoit beaucoup au-deſſous de 5 grains, ce qui eſt la quantité dont elle eſt dans les Adultes; que de plus elle eſt en moindre quantité que ne demanderoit la proportion de leur Oeil à celui des Adultes; & qu'à meſure que les Enfans ſont plus avancés dans un eſpace de tems compris entre leur naiſſance & 5 ou 6 ſemaines, ils ont la Cornée moins épaiſſe, & plus d'Humeur aqueuſe; juſqu'à ce qu'enfin cette Humeur vienne à être dans la quantité requiſe ſelon la grandeur de leur Oeil. L'Uvée paroît auſſi plus épaiſſe, la Rétine eſt extrêmement molle; mais l'Humeur Vitrée, le Criſtallin & la Capſule qui le renferme, ont toute leur transparence naturelle. Dans les Fœtus qui ne ſont pas venus à terme, toutes les différences d'avec les Yeux des Adultes ſont encore plus marquées. On doit ſeulement s'attendre qu'il ſe ſera trouvé, comme il arrive toujours, des variétés en différens Sujets.

Il paroît donc que le défaut de la vûe des Enfans nouveau-nés vient principalement de ce que leur Cornée eſt trop épaiſſe, & leur Humeur Aqueuſe en trop petite quantité. Cette trop grande épaiſſeur de la Cornée n'eſt pourtant pas préciſément une cauſe du défaut, les Rayons ne laiſſeroient pas de tra-

ver-

verser toujours bien la Cornée, comme ils traversent des Verres sans comparaison plus épais; mais elle n'est épaisse que parce qu'elle n'est pas bien tendue, parce qu'elle est froncée & ridée, ce qui produit dans sa surface des inégalités fort contraires à la régularité nécessaire des Refractions. De plus, puisque la Cornée n'est pas assés tendue, elle n'a pas la convexité & la courbure que ces mêmes Refractions demandent. C'est l'Humeur Aqueuse, qui doit tendre la Cornée en remplissant sa concavité, & elle n'est pas en quantité suffisante; & cela même fait encore que les Rayons qui la traversent n'ont pas un assés long espace à parcourir, pour être aussi disposés qu'il le faut à la réunion. On sait assés que de cette réunion, qui s'acheve enfin sur la Rétine, dépend l'image distincte, ou la perception des objets. Il se peut aussi que la Rétine, trop molle dans les Enfans, ne soit pas suffisamment ébraulée, & que les pointes des Pinceaux Optiques s'y émoussent, & y perdent de leur action, comme des Dards sur de la Laine. Cependant la lumiere agit sur les Yeux de ces Enfans, ils en ont sentiment, puisque quand elle est trop forte, leur Prunelle se rétrécit, ainsi que M. Petit l'a observé. Les Fibres de l'Uvée, qui ne sont plus épaisses, que parce qu'elles ne sont pas aussi tendues qu'elles le seront, le sont donc déja assés pour causer, quand il le faut, ce rétrécissement de la Prunelle.

Il est aisé d'imaginer d'où viennent ces dispositions des Yeux dans les Enfans nouveau-nés. Leurs Yeux ont été fermés pendant 9 mois,

mois, toujours comprimés par les Eaux où le Fœtus nage, abreuvés de ces mêmes Eaux. La Cornée a toûjours été poussée de dehors en dedans, ce qui l'a empêchée de prendre sa convexité naturelle qui est en dehors; les Vaisseaux où se doit filtrer l'Humeur Aqueuse étant trop pressés, n'ont guere permis cette filtration, &c.

M. Petit a porté sa curiosité jusqu'aux Animaux nouveau-nés; tels que les Chiens, les Chats, les Lapins, les Veaux, les Cochons. Il y a bien de l'apparence qu'ils ne voyent pas plus que les Enfans, soit ceux d'entre eux qui voyent immédiatement après leur naissance, soit ceux qui ont quelque-tems les yeux fermés. Ils sont tous dans le même cas d'avoir la Cornée trop épaisse & peu convexe, & peu d'Humeur Aqueuse. Et lors même que la Cornée paroît assés brillante & assés polie, son épaisseur qui ne doit pas subsister, marque toûjours qu'elle est froncée, quoiqu'imperceptiblement pour nous. Les rayons de lumiere savent bien sentir les moindres inégalités d'une surface.

Dans le cours de cette recherche M. Petit fit une observation singuliere, fondée sur un fait qui lui parut d'abord étrange & inexplicable. En disséquant des Yeux de ces Animaux, de Veau par exemple, il trouvoit ordinairement leur Cristallin opaque & glaucomatique, hormis dans quelque étendue vers le bord de sa circonférence. Mais s'il regardoit les Yeux de ces mêmes Animaux vivans, il ne voyoit point dans leur Prunelle la blancheur qui est le Cristallin glaucomati-

que.

que. Le Glaucoma se formoit-il donc dès que l'Animal étoit mort? Cela étoit sans apparence & sans exemple. Mais enfin M. Petit s'apperçut qu'un Cristallin glaucomatique cessoit de l'être pour avoir été quelque tems dans sa main, qu'il le redevenoit étant mis dans un lieu plus froid, & cela alternativement tant qu'on vouloit, & il fut aisé de conclurre que la chaleur étoit nécessaire pour entretenir la transparence du Cristallin de ces jeunes Animaux, & qu'ils n'avoient garde de la perdre lorsqu'ils vivoient, bien entendu qu'il ne s'y mêlât pas quelque autre cause. Mais cela même est remarquable, qu'une assés légére différence de chaleur produise deux effets aussi sensiblement contraires que la transparence & l'opacité. Avec quelle extrême précaution, avec quelle timidité ne doit-on pas se conduire dans les recherches de Physique, où chaque pas est une occasion de chûte pour l'Esprit humain!

SUR LES MOUVEMENS DES LEVRES.

LES mouvemens des Levres, quoique si exposés aux yeux, n'ont pas encore été assés expliqués par les Anatomistes, & Mrs Maloët & Senac en ont entrepris une explication plus particuliere. Il y en a deux principaux; le premier par lequel les Levres s'a-

van-

vancent en dehors le plus qu'il se peut en faisant une espece de tuyau cilindrique & tenant la bouche fermée, ce qu'on apelle *faire la moue*; le second, qui n'est sensiblement que ce même mouvement plus fort, de sorte que le tuyau n'est plus cilindrique en devant, mais s'évase en forme de Trompe à pavillon, parce que le bord de la Levre supérieure se retrousse en en-haut, & celui de l'inférieure en en-bas, ce qui fait que la bouche demeure entre-ouverte.

M. Maloët prétend que le premier mouvement s'exécute par le Muscle *Orbiculaire*, qui suit le contour des Levres, de la même maniere à peu près qu'un Cordon passé dans l'ouverture d'une Bourse. Il se contracte dans toute son étendue, par toutes ses fibres, & par-là serre & ferme la bouche, comme le Cordon de la Bourse lorsqu'il est tiré, & par conséquent diminué de longueur, la serre & la ferme.

Dans le second mouvement, M. Maloët concevant le Muscle Orbiculaire divisé en deux parties, l'une *antérieure* ou moins éloignée du bord des Levres, l'autre *postérieure*, croit que de toutes les deux qui avoient également été contractées dans l'autre mouvement, il n'y a plus que la postérieure qui le soit, & que l'antérieure qui est dans le relâchement permet que les bords des Levres se retroussent, que la bouche s'entre-ouvre, & que le tuyau qui étoit cilindrique s'évase à son extrémité. Selon lui, les Muscles *Buccinateurs* sont aussi alors dans le relâchement.

M. Senac a des idées assés différentes de

M.

M. Maloët. Il croit que quand toutes les fibres du Muſcle Orbiculaire ſe contractent, en demeurant dans le même plan où elles étoient, ce n'eſt que ce qu'on appelle *faire la petite bouche*, c'eſt-à-dire la fermer le plus qu'il ſe peut, & qu'alors les Buccinateurs tirent les Levres en arriere, & les appliquent ſur les Dents; mais que pour ce que nous avons appellé le premier mouvement, les fibres de l'Orbiculaire ſe contractent de maniere qu'elles ſe placent en différens plans; celles qui ſont ſur les bords des Levres rapprochent par leur raccourciſſement les coins de la bouche, & celles qui ſont plus éloignées de ces bords étant pareillement raccourcies, viennent ſe placer derriere les précédentes, les jettent en avant & les rendent ſaillantes. Toutes ces fibres s'aident les unes les autres, parce qu'elles concourent à rapprocher les coins de la bouche.

A l'égard du ſecond mouvement, il y a encore plus de différence. M. Senac ne juge pas que l'action des fibres poſtérieures de l'Orbiculaire & l'inaction des antérieures ſuffiſent pour le retrouſſement des Levres, il met en jeu de nouveaux Muſcles qui n'y avoient pas été mis. Les fibres de l'*Inciſif* deſcendent devant le plan ſupérieur de l'Orbiculaire, & en ſe racourciſſant retrouſſent la Levre ſupérieure en enhaut; les fibres du *Quarré* montent devant le plan inférieur, & retrouſſent la Levre inférieure en en-bas.

Voilà les principaux mouvemens des Levres; mais elles en peuvent avoir pluſieurs autres, dont M. Senac n'a fait qu'indiquer

en

en général les principes. Les *Muscles de Couper* peuvent donner aux Levres une saillie en avant; l'Incisif & le Quarré, s'ils agissent seuls, formeront une bouche quarrée, ce qui est assés extraordinaire pour avoir été montré à la Foire St. Germain dans un Espagnol; les Buccinateurs appliqueront les bords des Levres en tirant les coins, & en les éloignant; les *Triangulaires* & les *Canins* rapprocheront les coins de la bouche. Combien de mouvemens, & combien de combinaisons des uns avec les autres? On voit tous les mouvemens qu'une Machine exécute; on a la Machine sous les yeux & entre les mains, on en desassemble les pieces tant que l'on veut, & on a encore bien de la peine à s'assûrer de la maniere dont cette Machine exécute ces mouvemens, tout au plus s'assûre-t-on quelquefois de quelques-uns.

DIVERSES OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

UNE Païsanne du Village de Montorot près d'Illiers fut accouchée d'un Garçon vivant par une Sage-femme, qui ne put la délivrer de l'Arriere-faix, & l'abandonna 8 jours après l'accouchement sans avoir fait la ligature au Cordon Ombilical qui sortoit de

de la Matrice. L'Accouchée, qui perdoit tout son sang, fut bientôt à la derniere extrémité, & on appella M. Guerin, Chirurgien d'Illiers, qui à peine lui trouva encore quelque signe de vie. Cependant en la touchant il reconnut avec certitude qu'elle avoit un second Enfant dans la Matrice, & il hazarda de le tirer par les pieds. Il le tira vivant, & c'étoit un Garçon; il délivra la Mere de son Arriere-faix, qui étant commun avec celui du premier, n'avoit pû sortir que les deux Enfans ne fussent sortis; & toute cette opération fut si heureuse, que la Mere fut sauvée, & remise en état d'accoucher de nouveau, & que les deux Enfans ont parfaitement bien vêcu. Quelles ressources de la Nature, & pourroit-on les espérer dans des corps plus accoûtumés à la mollesse! M. Geoffroy a communiqué à l'Académie ce fait, qu'il tenoit de M. Guerin.

II.

Les pieds & les mains ont certainement des rapports de construction, des ressemblances bien marquées; cependant on ne seroit point surpris que si quelqu'une de ces causes accidentelles qui produisent tant d'irrégularités de construction dans les Fœtus, en produisoit quelqu'une aux pieds, elle ne la produisît point aux mains; au contraire il seroit étonnant qu'elle le fît, & d'autant plus étonnant qu'elle le feroit plus parfaitement: car quel rapport des pieds aux mains à cet égard, & comment imagineroit-on que cette cause ac-

accidentelle, qui seroit ou une compression, ou un défaut de circulation, &c. dût agir précisément de la même maniere sur les uns & sur les autres? C'est pourtant ce qui est arrivé à Besançon, selon un bon nombre de témoignages très authentiques. La Femme d'un Vigneron, nommé Jean François Maigrot, après avoir eu un premier Enfant bien conformé, accoucha au mois de Mai 1726 d'une fille qui avoit les cinq doigts de chaque main & de chaque-pied parfaitement joints en un seul corps, & faisant le même volume & la même figure que des doigts séparés à l'ordinaire, qui se tiendroient joints. Toute la différence entre les doigts des mains, & ceux des pieds également confondus, étoit que les premiers étoient couverts d'un seul ongle, dont la grandeur étoit à peu près celle de cinq, & que les autres avoient leurs ongles séparés, posés comme ils devoient l'être naturellement.

Comme il seroit fort fâcheux que cet Enfant n'eût que des mains inutiles, on a songé à lui en séparer les doigts par des incisions, & quatre mois après sa naissance M. Bernier, Chirurgien Major de la Citadelle, en a fait l'opération assés heureusement. Il a même trouvé quelquefois les phalanges de deux doigts voisins confondues, & par conséquent les doigts plus difficiles à séparer. Ces mains ainsi raccommodées par art, ont de l'air d'une patte de Chat, les doigts sont courbés, un peu élevés vers le milieu, & l'ongle qu'on a eu l'adresse de ménager à chacun d'eux, se termine en une pointe fort aiguë.

Il

Il est difficile de dire si ces doigts, qui auront tous à leurs parties latérales, & selon toute leur longueur, de fortes cicatrices, seront d'un usage bien facile; leur flexion & leur extension seront gênées par ces cicatrices comme par des cordes roides, à moins cependant que la souplesse de parties aussi jeunes, l'usage de Topiques émolliens souvent appliqués, & la longue habitude, ne préviennent cet inconvénient. On en peut imaginer encore quelques autres, dont l'événement seul peut décider.

On s'est assûré que la Mere n'avoit été frappée d'aucun spectacle, ni d'aucune idée qui ait pû donner lieu à cette conformation irréguliere. C'est-là un excès d'attention, que ceux qui l'ont eûe n'ont peut-être pas jugée fort nécessaire, non plus que beaucoup d'autres habiles Physiciens.

III.

Nous avons rapporté en 1701 * une Observation de feu M. Littre sur le Foye d'un Homme tué en parfaite santé, où les Glandes, naturellement invisibles par leur petitesse, se découvroient aisément sans Microscope. M. Maloët a confirmé cette Observation, mais par le Foye d'un Homme dont la premiere & la principale maladie avoit dû être une obstruction dans ce Viscere. Aussi les Glandes de ce dernier Foye étoient-elles plus grosses que celles du premier, elles avoient sou-

* p. 64.

ſouvent juſqu'à deux lignes de diametre, & quelquefois trois. Elles étoient d'un jaune pâle, parce qu'elles étoient communément aſſés groſſes pour laiſſer paroître une partie de la couleur de la Bile, qui s'y étoit amaſſée & épaiſſie. Ainſi il n'y a preſque pas lieu de douter que les Glandes inviſibles, dont le Foye eſt tout ſemé, ne ſoient deſtinées à la filtration de la Bile. Si la grandeur extraordinaire, quoique moindre, des Glandes du Foye dans le Sujet de M. Littre, n'étoit pas une conformation naturelle, c'étoit le commencement d'une obſtruction dans le Foye, que cet homme eût eûe, s'il eût vêcu plus longtems.

I V.

Ce même Sujet de M. Maloët avoit une autre particularité remarquable; le Péritoine épais d'environ une ligne en quelques endroits, dur, & preſque cartilagineux, & cela à peu près dans toute ſon étendue, adhérent aux Inteſtins & à toutes les parties qu'il touchoit. Mais M. Maloët a vû dans un autre Sujet une adhérence du Péritoine beaucoup plus ſinguliere. Il s'étoit attaché à la partie convexe du Foye, & ce Viſcere étoit tellement rapproché du Diaphragme & des Fauſſes-Côtes, que les quatre premieres de ces Côtes s'étoient enfoncées dans le Foye, & y avoient tracé chacune un ſillon, qui repréſentoit parfaitement leur direction, & aſſés exactement leur longueur & leur largeur. Cet accident cauſoit au Malade, dans cette région, une douleur qui ne ſe diſſipoit jamais

ota-

totalement, mais que M. Maloët soulageoit seulement par de fréquentes Saignées, par des Tisanes, par des Emulsions, par l'abstinence du Vin, qui procuroient quelque relâchement dans l'adhérence du Péritoine aux parties qu'il incommodoit.

V.

Un Portefaix, âgé de 30 ans, en faisant un effort pour soulever un fardeau, fut surpris d'une douleur dans le bas-Ventre, qui ne l'a jamais depuis entierement quitté. Il ne laissa pas de travailler encore pendant plus d'un an dans les intervalles où sa douleur étoit supportable, mais enfin elle cessa de l'être. Il lui survint au bas-Ventre une dureté éminente & douloureuse qui sembloit menacer d'un Abscès. Elle devenoit toûjours plus profonde, mais elle étoit errante, tantôt paroissant occuper toute la capacité, tantôt cantonnée d'un côté, tantôt de l'autre. A la fin elle se fixa dans la région Iliaque gauche; le Malade avoit le ventre paresseux, il vomissoit quelquefois sans beaucoup de suite, les Alimens, les Purgatifs & les Lavemens passoient assés bien. Cependant la Fievre lente vint à s'allumer, qui avec les grandes douleurs & les longues insomnies, causa la mort. Nous supprimons le détail des Remedes qu'employa M. du Puy, Médecin du Roi à Rochefort, qui traita le Malade; il sera aisé aux habiles Médecins de les imaginer: nous en voulons venir à la cause singuliere de la maladie. Elle ne pouvoit se manifester

 que

que par l'ouverture du Cadavre, que fit M. du Puy.

L'Inteſtin Colon étoit d'une groſſeur déme-ſurée. Il rentroit en lui-même de haut en-bas de la longueur de 4 doigts, un peu au-deſſus de la courbure par laquelle il va joindre le *Rectum*, & il rentroit de même de bas en-haut de la longueur de 6 doigts au-deſſous de l'endroit où il ſe recourbe pour deſcendre dans l'Hypo-chondre gauche; & entre les deux endrois mar-qués par ces deux différens replis, ſe trouvoit dans la cavité de cet Inteſtin un Corps étran-ger, retenu & ſerré par ces replis dans ſes deux extrémités, & flotant dans le reſte de ſon éten-due: il avoit environ 10 doigts de long, & 5 de circonférence dans ſa partie la plus large, car ſa figure étoit à peu près cilindrique. Ce Corps étranger n'en étoit pourtant pas proprement un, c'étoit la Membrane interne du Colon, qui s'étant détachée de l'autre, comme ſi un poids l'eût tirée, étoit deſcendue dans l'inteſtin en s'allongeant toûjours au-delà de ſon exten-ſion naturelle, & ſelon toutes les apparences en prenant auſſi une nourriture vicieuſe. M. du Puy trouva à l'extrémité inférieure de cette énorme Appendice trois Glandes groſſes com-me de petits Marrons, & d'une conſiſtance très ferme; c'étoient là les poids qui, ſelon la conjecture de M. du Puy, avoient tiré la Mem-brane interne du Colon en en-bas; ils avoient toûjours groſſi, & augmenté de force. On voit aſſés comment un grand effort du Portefaix avoit pû être la premiere cauſe de tout ce deſor-dre, & comment la longue continuation d'un travail dur & forcé avoit toûjours augmenté le mal.

mal. Les Vaisseaux dérangés, comprimés, tiraillés de différentes façons, ont altéré les liqueurs qu'ils portoient; de-là les inflammations, les Abscès, la fievre. Les Intestins grêles ne déchargeoient pas les matieres avec facilité dans le Colon engorgé en grande partie, & par-là ils se gonfloient trop, & formoient une tumeur qui se portoit tantôt d'un côté, tantôt d'un autre, selon l'endroit de leurs circonvolutions où étoit posé l'amas des matieres. Il y avoit aussi une autre tumeur causée par l'Appendice qui se formoit dans la cavité du Colon, & qui n'y étoit point encore arrêtée par ses deux extrémités, mais elle l'a été enfin, quand cet Intestin à force d'être agité & irrité est venu la saisir & se coller à elle par ses deux bouts. Il laissoit toûjours un passage, quoique moins libre, aux alimens & aux remedes.

C'est une chose connue, que les Intestins, & sur-tout les Grêles, peuvent rentrer en eux-mêmes par un repli fait de haut en-bas ou de bas en-haut: mais M. du Puy avoue qu'il n'avoit jamais ni vû, ni lû qu'une portion des parois d'un Intestin rentrât en dedans de son canal, & y fît une longue Appendice intérieure. Non-seulement les maux qui viennent d'un dérangement extraordinaire des Solides sont presque absolument incurables, mais il est difficile d'avoir des signes auxquels on les connoisse, surtout si ces dérangemens sont rares comme celui-ci. Il est pourtant toûjours bon de savoir qu'ils sont possibles.

V I.

En 1716 la fille d'un Bourgeois de Vienne en Dauphiné, âgée de 12 ans, tomba de 6 pieds de haut sur une pierre de taille, & se cassa la mâchoire inférieure, entre l'angle & le menton du côté gauche. Elle sentit d'abord une très-vive douleur, qui fut suivie d'une contusion considérable. En remuant un peu les deux pieces de la fracture en sens contraire, la malade entendoit une crépitation dans l'endroit le plus douloureux. On lui appliqua pour tout remede pendant 40 jours des Compresses d'Eau de vie: les douleurs augmenterent, toûjours accompagnées d'une difformité à l'endroit de la fracture, & au bout d'un an on s'apperçut qu'il s'y formoit une petite tumeur. Alors on appella un Chirurgien qui appliqua sur cette tumeur les pierres à Cautere, & il en sortit environ trois onces d'une matiere un peu noire avec nombre d'esquilles de différente grosseur, après quoi on mit tout en usage pour empêcher qu'il ne restât une fistule, mais on ne put y réussir. Il y survint en différens tems plusieurs excroissances de chair qu'on faisoit tomber avec une ligature, & de-là on jugeoit que la tumeur étoit carcinomateuse, & produisoit des *fungus*. Cependant l'Exostose grossissoit toûjours, & en 1726 elle vint au point que la malade avoit de la peine à prendre des alimens solides. Ses règles se supprimerent, il se forma un ulcere chancreux avec puanteur à la circonférence de l'endroit carié; la partie tomba en Sphacele le 1 Mai 1727: de ce jour la malade ne prit plus

plus que de la Limonade pour tout aliment, & elle mourut le 16, âgée de 24 ans.

M. Cremoux, Chirurgien Major d'un Régiment de Dragons, a envoyé de Vienne cette Relation à M. Morand, & en même tems l'Exostose même, que M. Morand a trouvée du poids de 13½ onces, bien séparée de toute partie molle. L'Os de la Mâchoire d'une personne de même âge dans l'état naturel ne pese que 1 ½ once.

Il y avoit dans l'endroit de la Carie une cavité considérable, dont le fond étoit noir & vermoulu, & dans quelques endrois de l'Exostose une espece de tissu spongieux, entre-ouvert par des cellules assés écartées. Il est assés clair que cette Exostose monstrueuse a été causée par l'épanchement du suc osseux, par les Vaisseaux divisés à l'endroit de la fracture, & par la mauvaise qualité du suc, qui avoit fort dégénéré de sa douceur naturelle.

VII.

Il a été dit dans l'Histoire de 1723 *, que *M. Morand avoit observé dans l'Hydrophthalmie, ou Hydropisie de l'Oeil, qui allonge & dilate la Sclérotique du côté du Nerf Optique, qu'en exposant à la lumiere l'Oeil détaché de l'Orbite, il est très transparent dans toute l'étendue de l'axe qui le traverse depuis la partie antérieure & saillante de la Cornée jusqu'au delà de la partie postérieure & dilatée de la Sclérotique.* Mais M. Morand a observé depuis cette transparence dans des Yeux qui

* p. 45.

qui n'avoient point d'Hydropisie, & il s'est apperçû qu'elle étoit plus grande dans des Yeux plus âgés. Cela s'accorde avec une observation faite en 1726 * par M. Petit le Médecin, que *la Choroïde tout à fait brune dans les Enfans, s'éclaircit ensuite toûjours & considérablement jusqu'à une vieillesse avancée.* On conçoit sans peine, que cette Membrane devenue plus claire rend tout le globe de l'Oeil détaché plus transparent. Ainsi il faut modifier l'observation de M. Morand par celle de M. Petit: des Yeux Hydropiques âgés seront les plus transparens de tous; il pourra y en avoir d'également transparens, les uns par l'Hydropisie, les autres par l'âge, &c.

VIII.

Nous avons parlé en 1724 † d'un Fœtus monstrueux double, qu'on pouvoit se représenter en concevant deux Fœtus réguliers *couchés sur le dos à côté l'un de l'autre, dont on auroit emporté tout le côté droit de l'un, & tout le côté gauche de l'autre, de sorte que leurs Epines vinssent à se toucher.* M. Bouthier, Médecin à Périgueux, a envoyé à M. Maloët la Relation bien circonstanciée d'un autre Monstre qu'il avoit disséqué, double à contre-sens. C'étoient deux Fœtus adossés, confondus ensemble par le dos, & par le derriere des deux têtes. Par la maniere dont le premier Monstre étoit double, les deux Fœtus dont on le suppose formé, avoient perdu chacun la moitié de

* V. l'Hist. p. 32. † p. 28. & suiv.

de leur charpente ou Squelette; dans celui-ci au contraire les deux Fœtus par leur position n'auroient rien perdu de leur charpente. En voici les particularités les plus remarquables.

Les deux Têtes ayant leurs faces opposées, très bien formées, & d'ailleurs si ressemblantes l'une à l'autre qu'il étoit très difficile d'y appercevoir de la différence, formoient une figure ovale applatie, dont le petit diametre étoit dans le plan du milieu des deux faces. Par l'applatissement les Os Occipitaux se trouvoient vers les extrémités du grand diametre de l'Ovale, & tenoient la place ordinaire des Pariétaux. Les deux Epines ne laissoient pas de naître des Occipitaux à l'ordinaire.

Le Tronc composé de deux Troncs entiers étoit gros à proportion, & sembloit quarré. Quatre Bras, Cuisses, Jambes, bien formés, s'y attachoient régulierement.

Tout l'intérieur étoit pareillement régulier dans les deux Corps à cela près, & c'est une exception très considérable, qu'aucun des deux n'avoit ni parties de la génération internes, ni apparence extérieure de Sexe, ni Anus.

Une même Cloison membraneuse très forte séparoit dans les Corps, tant les parties de la Poitrine que celles du bas-Ventre, de sorte qu'on ne pouvoit douter auquel des deux elles appartenoient.

Une Cloison membraneuse de même force séparoit aussi les deux Cerveaux, mais de maniere à laisser tout-à-fait incertain à laquelle des deux faces appartenoit chaque Cerveau, car pour distinguer les Cerveaux le plan de la

membrane auroit dû être parallele aux deux faces, & au contraire il passoit par le milieu des deux. Sa position étoit contraire à celle du plan de la Cloison des deux Poitrines & des deux Ventres.

Le Monstre étoit venu à 11 mois, & paroissoit n'être mort que 4 ou 5 heures avant sa naissance. La Mere, qui étoit une pauvre femme, étoit accouchée sans aucun secours.

Nous avons dit en 1724, que si les Monstres étoient dans l'intention directe de la Nature, & par conséquent destinés à vivre, ils seroient sans Sexe, parce qu'on ne voit pas qu'ils soient destinés à perpetuer leur espece. Il ne tiendroit pas à cela que le Monstre de Périgueux ne fût dans l'intention directe de la Nature; il étoit sans Sexe, mais il étoit aussi sans Anus, & par là il ne pouvoit vivre. D'ailleurs il porte des marques encore plus sensibles & en plus grand nombre de l'union de deux Oeufs, que le Monstre de 1724; & celles qui seront les moins favorables à ce Systême, y pourront être ramenées sans des efforts trop violens. Il paroît du moins que la présomption est assés grande de ce côté-là, & se fortifie toûjours.

IX.

M. Maloët a fait voir à l'Académie que le petit Lobe du Foye d'un Homme âgé de plus de 40 ans, étant plus mince & plus étroit qu'à l'ordinaire, s'étoit prolongé jusqu'à la Rate, qui quoique fort augmentée de volume avoit conservé sa situation naturelle, &

en

en recouvroit la partie supérieure dans l'étendue de 5 ou 6 travers de doigt. En cet endroit, où les deux membranes externes des deux Visceres étoient immédiatement appliquées l'une sur l'autre, ou quelquefois des filets fort courts continus aux deux membranes, les attachoient ensemble plus étroitement. Comme le Foye est naturellement dans l'Hypochondre droit, & la Rate dans le gauche, cette disposition singuliere pourroit faire qu'une maladie qui n'attaqueroit que le Foye, telle que la Jaunisse, causeroit du côté gauche une douleur qu'elle ne devoit point causer, & c'est ce que M. Maloët assûre avoir vû arriver dans des Jaunisses; on ne soupçonnoit point par où la Rate y pouvoit être intéressée.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

* Les Observations de M. de Maupertuis sur une espece de Salamandres.

† Les Observations de M. Sloane sur des Cornes d'une grandeur extraordinaire.

‡ Et celles de M. de Reaumur sur le Porc-épic.

* V. les M. p. 38. † V. les M. p. 151.
‡ V. les M. p. 338.

CHIMIE.

SUR LE VERRE DES BOUTEILLES; OU SUR LA DISSOLUBILITÉ DE PLUSIEURS VERRES. *

IL faut se rappeller ici ce qui a été dit dans l'Hist. de 1724 † sur des Bouteilles de Verre, où le Vin se gâtoit, sans que l'on en sût la raison. M. Geoffroy le cadet la trouva par des expériences qui lui apprirent que le verre de ces Bouteilles se dissolvoit par des Acides. Ceux du Vin sont donc aussi d'une nature propre à ronger ce Verre, & ils en emportent des particules qui gâtent la liqueur. Ainsi on sait sûrement qu'un Verre dissoluble par des Acides n'est pas bon à faire des Bouteilles, où l'on veut mettre du Vin.

Nous avons dit que M. Geoffroy avoit de ces mauvaises Bouteilles, mais non pas les matieres dont on les avoit faites dans la Verrerie d'où elles étoient venues. Il ne put que découvrir une marque du vice du Verre, sans découvrir d'où ce vice provenoit. M. du Fay

* V. les M. p. 45. † p. 57. & suiv.

Fay a eu depuis & les matieres employées dans cette Verrerie, & une instruction sur les doses, & par là il a été en état de rechercher l'origine du mal. On met 7 parties de cendres lessivées, & séchées dans les Arches du Four, 1 partie de cendres du même Four au défaut de cendres fortes, ou non lessivées, 1 partie & $\frac{1}{4}$ de sable séché.

M. du Fay, en employant les matieres de la Verrerie dont on se plaignoit, & dans la même dose, fit aussi de mauvais Verre, & conclut de-là que les circonstances particulieres & locales, telles que le degré de feu, la construction du Four, n'y avoient point de part. Il a vû de même que le Sable de la Verrerie n'y en avoit aucune, puisque d'autre Sable mis à sa place ne faisoit pas mieux. En vain prenoit-il aussi, au lieu des cendres de la Verrerie, des cendres lessivées du bois flotté ou non flotté, qu'il brûloit à son usage ordinaire; il trouvoit seulement que le Verre étoit moins mauvais, quand elles étoient mêlées en certaines doses avec les cendres du Four de la Verrerie, ou quand elles étoient de bois non flotté. On sousentendra bien, vû le sujet dont il s'agit, que le Verre est d'autant plus mauvais, qu'il se dissout plus facilement & plus promptement dans les liqueurs Acides, & qu'il en est plus altéré. Mais on y peut joindre aussi le plus de difficulté que les matieres dont il est formé auront à se mettre en fusion, une moindre transparence, & même une couleur moins agréable.

Enfin M. du Fay auroit toûjours fait du

Verre plus ou moins mauvais, s'il ne s'étoit avifé de prendre des cendres de branches vertes bien féchées. Elles lui ont donné un Verre indiffoluble aux Acides, & cela, quoiqu'employées en un certain nombre de dofes différentes avec les cendres du Four de la Verrerie ; pour le Sable, il ne paroît pas qu'il y eût guere de choix. Au delà de ces dofes où le Verre étoit bon, il le devenoit toûjours moins à mefure qu'il y avoit moins de cendres de branches.

Il eft fort naturel de penfer, comme fait M. du Fay, que plus une matiere eft Alkaline, plus les Acides agiffent aifément fur elle. L'Eau, où le bois flotté a féjourné longtems, en a diffous les Sels moyens, ou concrets, c'eft à dire, qu'elle a enlevé les Acides de ces Sels, & n'en a laiffé que la matrice alkaline & terreufe. Ce que l'Eau a fait fur le bois flotté, le tems l'a fait fur le bois non flotté, ou neuf, que l'on brûle ordinairement, parce que ce bois eft prefque tiré du tronc ou des groffes branches d'Arbres morts, ou fort vieux, dont les Sels les plus fubtils & les plus chargés d'Acides fe font évaporés. Il eft vifible que les jeunes branches ne font pas dans ce cas-là.

Comme on ne peut pas brûler une auffi grande quantité de jeunes branches qu'il faudroit pour le grand nombre de Bouteilles qui fe font, il femble que les bonnes devroient être beaucoup plus rares qu'elles ne le font effectivement ; mais il y a apparence que les Arbres de certaines efpeces, ou les mêmes Arbres en différens païs, foûtiennent mieux

la

sa vieillesse, quant à l'évaporation de leurs acides, & que les bonnes Bouteilles sont faites de cendres de ces bois-là, sans que l'on ait eu pourtant cette attention.

SUR LE FROID QUI RESULTE *ordinairement du mélange des Huiles Essentielles avec l'Esprit de Vin.* *

Les liqueurs qu'on appelle chaudes ou froides par rapport à certaines proprietés, & sur-tout à l'impression qu'elles font sur notre langue, ou dans nos veines, n'en sont pour cela ni plus ni moins chaudes ou froides extérieurement; & pourvû qu'elles ayent été assés exposées à l'air, elles y prennent toutes un degré de chaud ou de froid, que le Thermometre fait voir parfaitement le même. Il ne s'agit ici que de ce chaud ou de ce froid extérieur, dont le Thermometre est juge. Ce sujet abonde en phénomenes singuliers, que les habiles Physiciens n'eussent pas prévûs.

Eussent-ils deviné, par exemple, que des Dissolutions qui se feroient avec une fermentation sensible, même avec bruit, même en poussant des vapeurs chaudes, eussent pu cependant être froides? On l'a vû dans l'Histoire de 1700. †

On n'eût pas cru au contraire que l'Eau ver-

* V. les M. p. 162. † p. 67. & suiv.

versée sur de l'Esprit de Vin bien rectifié en augmentât la chaleur. M. Geoffroy le Cadet a fait voir qu'elle l'augmente, & beaucoup, & promptement, & d'autant plus que la dose de l'Eau est plus forte par rapport à celle de l'Esprit de Vin. *

Maintenant M. Geoffroy présente cette merveille par une autre face. Tandis que l'Eau qui devroit diminuer la chaleur de l'Esprit de Vin l'augmente, les Huiles essentielles la diminuent, quoiqu'elles la dussent augmenter, puisqu'elles ne sont presque composées que de Soufres très-inflammables & très-disposés à prendre feu. Il paroît par les expériences de M. Geoffroy, que le moindre effet de quelques Huiles essentielles sur l'Esprit de Vin est de n'en pas diminuer la chaleur. Telles sont l'Huile essentielle de Lavande, & celle de Gerofle. Il est à remarquer que l'Eau, qui augmente tant la chaleur de l'Esprit de Vin, ne produit aucun effet sur les Huiles essentielles.

Nous pouvons, sans entrer dans le détail des expériences, donner une idée générale des principes physiques, qui apparemment ont lieu dans ces phénomenes. Le mouvement qu'il s'agit ici d'augmenter ou de diminuer, est celui de liquidité, celui par lequel toutes les petites parties intégrantes d'un liquide détachées les unes des autres sont mûes en tout sens. On suppose que c'est une matiere subtile, qui coule entre elles, & les agite, & que par elle-même elle a toûjours la même vîtesse. Le mouvement de ces molécules du liquide sera augmenté, si elles deviennent plus mo-

* V. les M. de 1713. p. 69. & suiv.

mobiles; elles ne le peuvent devenir que par être plus fines & plus déliées, & si au contraire elles deviennent plus grossieres & plus massives, le même mouvement sera diminué. On peut ajoûter encore que dans un liquide, dont les parties seront hétérogenes, ainsi qu'elles le sont presque toûjours, le mouvement de liquidité, dont le Thermometre doit sentir le degré de chaleur, sera plus augmenté, si les molécules qui deviennent plus subtiles sont celles qui sont les plus propres par leur nature à faire sentir de la chaleur au Thermometre; il arrivera le contraire dans le cas opposé. Si on mêle ensemble deux liqueurs, & qu'elles agissent l'une sur l'autre, comme il arrive souvent; ou les molécules de l'une seront attenuées & plus divisées par celles de l'autre, auquel cas le mouvement de liquidité de la premiere augmentera, & le Thermometre montera; ou les molécules de l'une se joindront à celles de l'autre, & les rendront plus grossieres, auquel cas le mouvement de liquidité diminuera, & le Thermometre descendra. Il faudra de plus avoir égard à la nature des molécules qui auront été altérées par l'action des deux liqueurs. Si elles n'ont pas d'action l'une sur l'autre, soit parce qu'elles ne sont pas de nature à en avoir, soit parce qu'elles ne se mêlent pas assés intimement ensemble, le mouvement de liquidité ne reçoit nul changement, & le Thermometre est immobile.

L'Eau ne fait nul effet sur les Huiles essentielles, parce que ce sont des Huiles, & que l'Eau & l'Huile ne se mêlent pas. Mais l'Eau

l'Eau augmente la chaleur de l'Esprit de Vin, parce que d'un côté elle se mêle très intimement avec la grande quantité de flegme toute semblable à elle, qu'il contient ; & que d'un autre côté elle étend & développe les Soufres qui nagent dans ce flegme.

Les Huiles essentielles contiennent avec leurs Soufres beaucoup de parties Salines ; or tout le monde sait que les Sels refroidissent l'Eau, ou, ce qui est le même, en diminuent le mouvement de liquidité. Il faut donc que le mélange des Sels des Huiles essentielles avec le flegme ou l'Eau de l'Esprit de Vin, diminue la chaleur de l'Esprit de Vin. Le degré de cette diminution dépend du plus ou moins de Sels des Huiles essentielles.

Avec ces principes généraux, on peut expliquer les Phénomenes, & même en prévoir quelques-uns. Cependant il pourroit se trouver telles combinaisons singulieres & délicates, qu'il seroit difficile de ramener aux principes supposés, quoiqu'elles en fussent réellement des suites. Cet inconvénient n'est que trop commun en Physique.

SUR UN SEL NATUREL DE DAUPHINÉ. *

EN parlant d'un Sel naturel qui se trouve en Espagne †, & que M. Boulduc le fils a

* V. les M. p. 527. † V. l'Hist. de 1724. p. 78. & suiv.

Dauphiné. Il avoit abandonné sa base, & avoit enlevé le Mercure à l'Esprit de Nitre.

On sait aussi que l'Acide Vitriolique ne peut qu'avec la base terreuse du Sel Marin former un Sel semblable par ses proprietés extérieures à celui de Glauber. Il est donc bien prouvé que les deux principes qui composent le Sel de Glauber & le Sel de Dauphiné, sont les mêmes.

M. Boulduc, ainsi que nous l'avons dit en 1726 *, avoit aussi trouvé du Sel de Glauber dans les nouvelles Eaux de Passy; il croit aussi qu'il y en a dans le Sel d'Ebsom, dont nous avons parlé en 1718 †, soit que ce Sel de Glauber soit porté par les Eaux minerales d'Ebsom, comme par celles de Passy, soit qu'il soit purement fossile, comme celui d'Espagne & de Dauphiné, car un Sel naturel peut nous venir de ces deux différentes manieres.

De plus, M. Boulduc cite plusieurs Chimistes qui ont parlé de Sels naturels, qu'il juge devoir être les mêmes que celui de Glauber. Ainsi voilà la merveille encore plus diminuée que nous ne l'avons dit d'abord; voilà un Remede fort accrédité dans la Médecine, qui n'a plus besoin d'être préparé avec une industrie toûjours pénible, & sujette à erreur.

* P. 42. & suiv. † p. 47. & suiv.

OBSERVATIONS CHIMIQUES.

I.

ON trouve quelquefois de l'Or, qui a divers caracteres d'impureté ou d'imperfection. Il ne se met jamais en fusion claire, sa surface est livide; si on le verse dans une Lingotiere, il en demeure dans le Creuset une partie qui n'est pas assés coulante; enfin il est aigre, cassant, & ne se peut presque pas travailler. On croit communément qu'il tient quelque portion d'Emeril, qui est une matiere pierreuse, dure, & très hétérogene à l'Or. En effet on rencontre assés souvent de l'Emeril dans les Mines d'Or: mais sans examiner s'il s'en est mêlé véritablement dans l'Or dont il s'agit ici, M. du Fay a donné un moyen de le purifier, & de le rendre aussi doux qu'il doit l'être naturellement. Ce moyen lui venoit d'un Artiste, qui a travaillé longtems avec lui en Chimie.

Tout le monde sait que tout métal, excepté l'Argent, mêlé avec l'Or, s'en sépareroit par la *Coupelle*; l'Argent ne s'en sépare que par le *Départ*. Ici il faut d'autres moyens, ce qui paroît prouver que ce mauvais Or tient effectivement quelque matiere, telle que de l'Emeril.

Il faut prendre parties égales de cet Or & de Bismuth, les fondre ensemble dans un Creuset, & verser dans un Culot ce qui pourra

ra ſortir coulant, peſer enſuite ce mêlange fondu pour juger de la quantité reſtée dans le Creuſet, la mêler avec une égale quantité de Biſmûth, refondre & reverſer comme la premiere fois, & répéter encore l'opération, juſqu'à ce qu'enfin toute la matiere ſoit ſortie du Creuſet bien coulante. Cet Or ainſi ſaoulé de Biſmuth, on le mettra dans une grande & épaiſſe Coupelle bien ſoûtenue d'une autre faite de terre à Creuſet, dans laquelle elle aura été formée & bien battue. On coupellera le mélange ſans y rien mettre autre choſe, & quand il ſera figé, on trouvera l'Or encore impur, & couvert d'une peau livide; on mettra alors ſur chaque marc d'Or 2 ou 3 Onces de Plomb, & on continuera de coupeller juſqu'à ce que tout le Plomb ſoit évaporé ou imbibé dans la Coupelle. Après cette ſeconde opération, l'Or n'eſt point encore auſſi beau qu'il le doit être, quoiqu'il ſoit déja moins livide, & moins aigre. Pour achever de le purifier, il faut le mettre dans un Creuſet large que l'on placera dans une Forge, de ſorte que le vent du Soufflet darde la flamme ſur le Métal; on le tiendra quelque tems en fuſion, & on ceſſera de ſouffler quand l'Or commencera à s'éclaircir; on y jettera enſuite à pluſieurs repriſes un peu de Sublimé corroſif, & ſur la fin un peu de Borax. On reconnoît que l'operation eſt entierement finie, lorſque le métal devient tranquille, qu'il ne fume plus, & que ſa ſurface eſt brillante. On le peut alors jetter en lingot, & quand on le travaillera, on le trouvera fort doux.

Si

Si ce mauvais Or tenoit aussi de l'Argent, il faudroit le traiter davantage selon cette vûe, parce que l'Argent mêlé avec l'Or est le seul métal qui ne s'en sépare pas par la Coupelle. Après que l'Or aura eté coupellé la premiere fois avec le Bismuth, on mettroit deux parties d'Argent sur une d'Or, afin que l'Argent en plus grande quantité tirât mieux l'Argent de l'Or, on le coupelleroit avec le Plomb, comme il a été dit, & il ne seroit pas necessaire de mettre tant de Sublimé corrosif. On feroit enfin le Départ de l'Argent à l'ordinaire.

II.

On a vû dans l'Hist. de 1704 *, une Observation de feu M. Homberg sur une espece de Végétation, ou Arbrisseau d'Argent. De l'Argent ayant été mis à la Coupelle avec trois fois autant de Plomb, il s'étoit élevé de dessus la surface de l'Argent, lorsqu'elle se congeloit dans le feu, un petit jet qui l'avoit percée, & avoit formé cet Arbrisseau. M. Homberg en avoit aisément trouvé la cause. L'Argent étoit encore en fusion, excepté à sa surface refroidie par l'Air extérieur, & cette matiere bouillante, trop gênée dans son mouvement par une croûte dure, l'avoit ouverte. M. Morel, Docteur en Médecine, & employé à la Monnoye pour l'Affinage des Métaux, a suivi cette idée, & a fait à l'Académie le récit de ses expériences.

* p. 49.

Il approche de la surface de l'Argent un linge mouillé, afin de la refroidir plus promptement, & que la matiere en fusion étant encore alors plus échauffée, fasse plus d'effort, & jaillisse en plus grande quantité, & plus haut. En même tems & dans la même vûe il trempe dans l'eau froide le fond de la Coupelle, ce qui fait qu'elle se resserre brusquement, & ajoûte un nouvel effort à celui de la matiere qui doit jaillir. Par ce moyen la croûte superficielle se perce en beaucoup plus d'endroits, & il sort une infinité de Jets, qui par les différens arrangemens qu'ils prennent en se congelant à l'Air, représentent assés bien des têtes de Chou-fleurs.

L'Argent mêlé avec le Plomb fait de plus belles végétations que le Plomb seul. Sa surface se perce trop vîte, & en trop d'endroits à la fois ; d'ailleurs il se refroidit trop aisément, & ses jets sont congelés dans l'Air avant que de s'être assés élevés.

Il paroît par-là qu'un mélange d'Argent & de Plomb doit tenir le milieu requis pour les belles végétations, & celui qui a le mieux réussi à M. Morel est d'une ou de deux parties de Plomb sur une d'Argent. Si on mettoit trois ou quatre parties de Plomb, les végétations se feroient encore, mais avec le défaut d'être trop plombées, ou de n'être qu'argentées.

Plus on employe de matiere, plus les végétations sont belles.

Le Cuivre ne végéte pas facilement ; pour peu que sa surface soit congelée, elle est trop dure pour se laisser percer par la matiere liquide,

quide, & cette matiere agit plutôt dans le sens opposé, c'est-à-dire sur le fond de la Coupelle qu'elle brise. Par cette raison l'Argent de bas alloi, dont l'alliage est ordinairement de Cuivre, ne végéte pas bien.

Si l'on essaye de faire des végétations d'Or à la maniere que M. Morel a trouvée pour celles d'Argent, il s'éleve avec bruit de la surface de l'Or quantité de petits grains ronds, qui sont quelquefois jettés à plus de 10 pouces de la Coupelle. On voit bien que cette impétuosité de mouvement doit empêcher la végétation, mais pourquoi est-elle particuliere à l'Or? c'est ce que M. Morel n'a pas entrepris d'expliquer, il laisse ce Phénomene à ceux qui voudront suivre cette matiere. Ils profiteront toûjours des experiences qu'il a faites, soit qu'ils ayent dessein de perfectionner les végétations métalliques, soit qu'ils veuillent les prévenir parce qu'elles seroient contraires à de certaines vûes.

III.

La Potasse est une matiere toute saline & alkaline, qu'on employe pour le Savon, pour les Teintures, pour le Verre, pour l'Email de la Fayence, dans la Médecine même. On n'en connoît guere la fabrique, & M. du Fay qui l'a observée aux environs de Sare-Louis, car il s'en fait beaucoup dans les grandes Forêts qui sont depuis la Moselle jusqu'au Rhin, en a donné une relation.

On choisit de gros & de vieux Arbres, le Hêtre est le meilleur; on les coupe en tronçons

çons de 10 ou 12 pieds de long, on les arrange l'un ſur l'autre, & on y met le feu. On ramaſſe les Cendres dont on fait une leſſive très forte, on prend enſuite des morceaux du même bois pourris & ſpongieux que l'on fait tremper dans la leſſive, & que l'on n'en retire que quand ils en ſont bien imbibés, & après leſquels on en remet d'autres pareils juſqu'à ce que toute la leſſive ſoit épuiſée & enlevée. On fait dans la terre un trou de 3 pieds en quarré ſur lequel on met quelques barres de Fer pour ſoûtenir des morceaux de bois ſec, & par-deſſus on arrange les morceaux de Hêtre imbibés de leſſive. On met le feu au bois ſec, & lorſqu'il eſt bien allumé, on voit tomber dans le trou une pluye de Potaſſe fondue, & on remet de nouveau bois imbibé juſqu'à ce que le trou ſoit rempli de Potaſſe. Lorſqu'il l'eſt, & avant que la Potaſſe ſoit refroidie, on en nettoye la ſuperficie le mieux qu'on peut en l'écumant avec un Rateau de Fer. Il y reſte toûjours beaucoup de Charbon, & d'autres impuretés, ce qui fait qu'on ne s'en ſert que pour le Savon gras. Quand elle eſt refroidie, elle forme un ſeul Pain que l'on briſe pour le mettre dans des Tonneaux, de peur que l'Air n'humeƈte cette matiere fort avide d'humidité. On l'appelle Potaſſe *en terre*, il eſt aiſé de voir pourquoi; & on ne la vend que 16 liv. le Qnintal.

Il y a une autre ſorte de Potaſſe plus pure & meilleure, qui ſe vend 19 liv. On la commence comme l'autre. La forte leſſive de cendres étant faite, on repaſſe de l'eau deux

ou

ou trois fois, jusqu'à ce qu'on ne sente plus l'eau grasse sous les doigts. On met alors ces lessives dans une Chaudiere de fer contenant un demi-muid, & montée sur un fourneau. On la fait bouillir, & à mesure qu'elle s'évapore, on y remet de nouvelle lessive, jusqu'à ce qu'on la voye s'épaissir considérablement, & monter comme de la mousse. Alors on diminue le feu par degrés, après quoi on trouve au fond de la Chaudiere un sel très-dur, qu'on en tire en le cassant avec un Ciseau, ou un Maillet. On le porte ensuite dans un fourneau disposé de maniere que la flamme du feu qu'on fait des deux côtés se répande dans une espece d'Arche qui est au milieu, & aille calciner la Potasse. Elle l'est suffisamment, quand elle est bien blanche. Elle garde pourtant toûjours un peu de la couleur qu'elle avoit avant la calcination, qui lui vient, à ce que disent les Ouvriers, des différens bois qu'on employe. Ils ont remarqué que les Arbres qui sont au haut des montagnes font la Potasse d'un bleu pâle; que ceux qui sont dans les endroits marécageux la font rouge, & en donnent une moindre quantité; & que les autres la font blanche, mais n'en donnent pas tant que ceux du haut des montagnes. Après le Hêtre, il n'y a guere que le Charme qui soit propre à cette opération, les autres especes payeroient à peine le travail. La Potasse calcinée s'appelle Potasse *en chaudron*, ou *salin*.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

* Un second Mémoire de M. Lémery sur la Précipitation des Sels, qui est une suite d'un Mémoire donné en 1724.

† L'Ecrit de M. de Reaumur sur la Porcelaine.

‡ Un troisieme Mémoire de M. Lémery sur le même sujet que le second ci-dessus.

BOTANIQUE.

SUR LE CORAIL. §

IL faut que la nature du Corail soit bien douteuse, & bien difficile à définir. Les Anciens l'ont cru Pierre sans hésiter; les Modernes, du moins la plûpart, le croyent Plante; & en dernier lieu M. de Reaumur le croit en partie Pierre, & en partie Plante: tandis qu'un autre Physicien, curieux & habile Observateur, & qui a beaucoup étudié les productions de la Mer, le met presque au rang des Animaux, en conjecturant qu'il est l'ouvrage de quelques Insectes Marins.

Nous

* V. les M. p. 56. † V. les M. p. 261.
‡ V. les M. p. 301. § V. les M. p. 378.

Nous avons dit en 1710 * qu'il paroît que tout ce qu'il y a d'organique dans le Corail par rapport à la végétation, consiste dans son Ecorce, & dans la superficie de la vraye substance Coralline, immédiatement couverte de cette Ecorce. M. de Reaumur adopte & fortifie cette idée, que nous n'avions fait qu'effleurer légérement. Il prend pour une Plante l'Ecorce grossiere & sensible du Corail, très-distincte de ce que nous appellons Corail, & de plus une autre Ecorce beaucop plus fine, & que les yeux ne distinguent point de la vraye substance Coralline qu'elle revêt; & tout le reste du Corail, presque toute la substance Coralline, n'est qu'une Pierre sans organisation. Il y a beaucoup de Plantes, qui pour végéter ont besoin d'être soûtenues: celle-ci a le même besoin; mais au lieu que les autres vont chercher des appuis hors d'elles, des Corps étrangers déja tout formés, celle-ci se fait elle-même peu à peu au dedans d'elle un appui qu'elle embrasse, & qu'elle enveloppe. Il semble que l'extrême variété des Combinaisons demande quelque Plante de cette derniere espece. Quand on a vû un grand nombre d'Animaux dont les Os étoient couverts de leurs Chairs, des Physiciens eussent pû conjecturer legitimement qu'il y en avoit d'autres dont les Chairs étoient couvertes de leurs Os.

Les Sucs, qui doivent nourrir toute la substance végétale du Corail, portent avec eux un Sable très-fin, dont se forme la substance minérale ou pierreuse, de même précisément que les Sucs qui nourrissent une Huitre, portent avec eux les petites particules pierreuses dont se formera

* p. 98.

mera sa Coquille. Dans l'un & l'autre cas, tout ce qu'il y a de pierreux se dépose où il faut, s'amasse, & ne retourne point avec les Sucs véritablement nourriciers dans les voyes de la Circulation animale, ou végétale, s'il y en a une végétale. La substance végétale & la pierreuse du Corail croissent en même tems selon toutes les dimensions, aussi bien que l'Huitre & sa Coquille.

Le Sable fin, dont M. de Reaumur prétend que se forme la substance pierreuse, qui est le vrai Corail, n'est point une supposition. Il l'a vû, & même en poudre rouge, quand il a eu du Corail avec son Ecorce, car on ne le voit guere ici que dépouillé; & quand il a broyé cette Ecorce, il l'a senti encore plus sûrement sous la dent.

Enfin ce petit systême semble être mis hors de doute par une observation singuliere de Boccone, qui a vû un Corail, bien couvert de son Ecorce, dont tout le milieu selon sa longueur, & si l'on veut l'axe du Cilindre, étoit une petite branche de bois, longue de quelques pouces. L'Ecorce du Corail avoit végété autour de cette branche, mais à quelque distance d'elle en rond, & avoit deposé le sable fin, la vraye substance Coralline, dans tout l'intervalle qui étoit entre elle & la branche. Sans la branche, elle auroit rempli de Corail tout ce vuide.

Les fleurs du Corail découvertes, ainsi que nous l'avons dit en 1710, par M. le Comte Marsigli, conviennent parfaitement à l'idée de M. de Reaumur; elles ne sortent que de l'Ecorce, & la substance intérieure ne prend point de part à leur production. Le Physicien, dont

nous avons parlé d'abord, a étendu cette belle obſervation. Il a trouvé des fleurs de même eſpece aux Madrepores, & à d'autres productions pierreuſes de la Mer.

Mais ſelon ſa penſée, ces fleurs ne ſont pas véritablement des fleurs. De ce qu'on a pris pour des Plantes marines des Tuyaux, tels que ceux de l'*Orgue de Mer*, qu'on a trouvé depuis qui étoient l'ouvrage & l'habitation de certains Vers ou Inſectes, il ſoupçonne qu'on peut s'être trompé de même ſur les autres Plantes pierreuſes, ſur les Coraux, les Pores, les Madrepores, & même ſur les Lithophytons, quoique par leur molleſſe & leur flexibilité ils paroiſſent être d'une autre Claſſe. Il juge que tous ces Corps peuvent être faits par des Vers, qui y habitent, comme les Gâteaux de Cire par les Abeilles, & que ce qu'on appelle les Fleurs de ces prétendues Plantes, qui ne ſortent & n'écloſent que quand elles ſont dans l'Eau, & ſe referment ou diſparoiſſent dès qu'elles en ſont dehors, ſont de petits Vers qui ſe montrent en partie ou ſe cachent, ſelon que l'Elément où ils ſont leur plaît ou leur deplaît. En effet ce jeu-là ſe paſſe dans toutes les Saiſons de l'année, ce qui ne convient pas tant à des Fleurs. Il eſt vrai cependant que les Plantes marines environnées d'un Elément beaucoup moins variable que l'Air, quant aux degrés de chaleur, doivent être auſſi beaucoup moins dépendantes des Saiſons pour fleurir.

Nous ne ſuivrons point M. de Reaumur dans les réponſes qu'il fait aux principales raiſons dont on a appuyé ce nouveau Syſtême. Son Auteur ne paroît pas s'être lui-même tout à fait

contenté sur la maniere dont les petits Vers feroient leurs Bâtimens.

SUR UNE VEGETATION PARTICULIERE QUI VIENT SUR LE *TAN*. *

APRÈS que le *Tan*, qui est de l'Ecorce de jeunes Chênes bien battue, & mise en poudre, a été longtems en macération dans des fosses pleines d'eau avec des Cuirs de Bœuf, dépouillés auparavant de leur poil par de la Chaux, les Cuirs étant suffisamment *tannés*, on retire toute la matiere qui y a servi, on la met en de gros tas pour en faire des mottes à brûler, & c'est ce qu'on appelle de la *Tannée*. Dans les tems chauds il se forme sur cette Tannée plusieurs touffes d'une espece de gazon d'un beau jaune mat, elles peuvent avoir jusqu'à 10 ou 12 pouces de diametre, & 6 à 8 lignes d'épaisseur. Les Tanneurs accoûtumés à en voir n'en font nullement surpris, ils les appellent *Fleurs de Tannée*; mais M. Marchant qui n'en avoit jamais vû, ni entendu parler dans aucun Auteur d'Histoire Naturelle, les regarda avec attention, lorsqu'il en vit par hazard chés un Tanneur.

Il suivit cette végétation singuliere depuis sa naissance jusqu'à sa fin. Quand elle naît, la

* V. les M. p. 474.

la Tannée d'où elle ſort eſt auſſi chaude que ſi on y avoit verſé de l'eau tiede. On ne voit d'abord qu'une eſpece d'écume, qui enſuite ſe condenſe, & quelque tems après n'eſt plus qu'une croute ſéche, épaiſſe de deux lignes, tout cela d'autant plus vîte qu'il fait plus chaud ; la végétation peut ne durer que 2 jours. On trouve au bout de quelques jours ſous la croute ſéche une pouſſiere noire très fine, qui reſſemble à celle qu'on voit dans le Lycoperdon, ou *Veſſe de Loup*. Il eſt plus que vraiſemblable que la Tannée eſt la matriçe de cette végétation. Les Acides végétaux du Tan, les Alkali de la Chaux, les Sels & les Soufres des Cuirs, entrent certainement dans la Tannée, & elles ſont bien propres à y fermenter, ſur-tout quand elle eſt expoſée à un air chaud ; cette fermentation excite la végétation : cependant on ne découvre point de filamens, ni rien qui puiſſe paſſer pour en être les racines dans la Tannée, on ne voit d'ailleurs ni feuilles, ni fleurs, ni graines. Mais l'Eponge dépourvûe, du moins ſenſiblement, de toutes ces parties, ne laiſſe pas d'être reconnue pour Plante, & il ſe trouve que la végétation de la Tannée par ſa ſurface platte & fine, par ſon port, & par ſa ſtructure intérieure, à beaucop plus de rapport à l'Eponge qu'à aucune autre Plante connue. Ainſi M. Marchant la range ſous le genre de l'Eponge, du moins par proviſion, & ſur ce pied-là lui donne un nom à la maniere, & ſelon le ſtile de la Nomenclature Botanique. Cette Nomenclature, quoique déja ſi vaſte, groſſira encore beau-

coup, non-seulement par des Plantes bien sensiblement Plantes, mais encore par d'autres qu'on n'aura pas encore jusqu'à present reconnues pour telles, faute de les avoir ou vûes, ou assés examinées. La fecondité de la Nature sera difficilement épuisée par les Observations, si elle l'est jamais.

M. Marchant a lû la Description de la *Spiræa Opuli Folio*. Inst. Rei Herb.

Et de l'*Anapodophyllon Canadense Morini*. Inst. Rei Herb.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires L'Histoire qu'a faite M. de Jussieu, d'un Recueil de Peintures de Plantes & d'Animaux de la Bibliotheque du Roi. *

* V. les M. p. 189.

ARITH-

ARITHMETIQUE.

SUR QUELQUES PROPRIETÉS NOUVELLES DES NOMBRES.

LES Proprietés des Nombres sont inépuisables, & il ne faut pas se flater de les pouvoir découvrir toutes ; mais il ne faut pas aussi négliger celles qu'on peut appercevoir. Quelquefois elles sont d'un secours imprévû dans de hautes spéculations, ou facilitent de grands Calculs ; & tout au moins, c'est toûjours un spectacle agréable à l'Esprit.

M. de Beaufort a découvert cette Proprieté singuliere. Un Nombre, qui sera une puissance quelconque, étant posé, si le double de l'Exposant de la puissance plus 1 est un nombre premier, ce nombre premier sera un Diviseur exact du nombre posé, augmenté ou diminué de 1. Des Exemples vont faire entendre cette Proposition, & en même tems la nécessité d'une exception qu'il y faut apporter.

La Proposition a lieu jusque sur les 1res Puissances, qui ne sont que les Nombres mêmes non élevés. Ainsi le double de l'Exposant de la 1re Puissance, qui est 1 étant 2, & 2 plus 1 étant 3, nombre premier, tout

nombre augmenté ou diminué de 1 est divisible par 3. 25 par exemple diminué de 1, & 26 augmenté de 1, c'est-à-dire 24 & 27, sont divisibles par 3. L'exception nécessaire saute aux yeux ; il ne faut point que le nombre posé soit ni 3, ni un multiple de 3, car alors il seroit divisible par 3 sans être augmenté ni diminué de 1.

Il ne seroit point du tout nécessaire de passer par cette considération des Exposans, & des Nombres premiers, pour trouver simplement que tout nombre qui n'est ni 3, ni multiple de 3, est divisible par 3, lorsqu'il est augmenté ou diminué de 1, car toute la suite naturelle des Nombres étant divisée de trois en trois, on voit d'un coup d'œil que tout nombre qui n'est ni 3 ni un multiple de 3, est ou comme 25 d'une unité au-dessus, ou comme 26 d'une unité au-dessous d'un multiple de 3. Mais en s'en tenant là, on n'auroit pas découvert la Proprieté générale.

Les nombres quarrés ayant 2 pour Exposant, & 4 plus 1 étant 5 nombre premier, tous les quarrés augmentés ou diminué de 1, sont divisibles par 5, à l'exception des quarrés multiples de 5, auxquels visiblement cette augmentation ou diminution ne convient pas. Ainsi en prenant la suite des quarrés 4, 9, 16, 36, 49, &c. on voit que 5, 10, 15, 35, 50, &c. sont divisibles par 5.

De même les nombres cubiques, 8, 27, 64, 125, &c. qui augmentés ou diminués de 1 sont 7, 28, 63, 126, &c. sont divisibles par 7, parce que 2 fois 3 plus 1 est 7, nombre premier.

La

La proprieté n'a point lieu sur la 4me puissance, puisque 2 fois 4 plus 1, est 9, qui n'est pas nombre premier. Mais elle recommence à la 5me puissance, car deux fois 5 plus 1 est 11, nombre premier, & tous les nombres qui ne sont pas multiples de 11 élevés à la 5me puissance, & augmentés ou diminués de 1, sont divisibles par 11. Ainsi 32, 5me puissance de 2, augmenté de 1, est 33, divisible par 11; 243, 5me puissance de 3, diminué de 1, est 242 divisible par 11.

La proprieté continue pour la 6me puissance, dont les nombres seront divisibles par 13. Elle cesse pour la 7me, parce que 15 n'est pas nombre premier. Elle reprend à la 8me puissance, &c.

Toutes les puissances, dont l'exposant est pair, sont des quarrés, & par conséquent tous les nombres élevés à ces puissances seront divisibles par 5 en qualité de quarrés, j'entends qu'ils seront augmentés ou diminués de 1. Ces nombres élevés à toute autre puissance paire que 2, seront de plus quelque autre puissance que le quarré; par exemple, la puissance dont l'exposant est deux fois 3, est aussi un cube, & ces mêmes nombres en qualité de cubes, seront aussi divisibles par 7. Ainsi 729 qui est 3 élevé à la puissance deux fois 3 ou le quarré de 27 & le cube de 9, est divisible par 5 & par 7. Et parce que 729 est aussi la 6me puissance de 3, & que la 6me puissance est, comme nous l'avons vû, dans le cas de la proprieté dont il s'agit, ce nombre sera divisible par 5, par 7, & par 13. Il suit de-là que quand l'exposant d'une puissance

est un nombre formé du produit de plusieurs facteurs, comme chacun de ses facteurs, & les différens produits qu'on en peut faire selon les regles des Combinaisons, & le produit total ou l'exposant même, expriment tous quelque puissance, le nombre élevé à la puissance totale a la proprieté autant de fois qu'il y a de ces facteurs, & de ces produits particuliers à qui elle appartient, & qu'il l'a encore une fois si elle appartient à l'exposant total. Chaque fois produira un nombre par lequel il sera divisible. Ainsi 16 qui est un quarré, & une 4me puissance, n'a la proprieté qu'une fois, & est divisible par 5 en qualité de quarré; mais en qualité de 4me puissance, il n'a point la proprieté ni de nombre diviseur. Toute puissance, dont l'exposant est un nombre premier, ne peut avoir la proprieté qu'une fois, si elle l'a, car nous avons vû que la 7me puissance, par exemple, ne l'a pas.

En suivant assés loin tous les nombres diviseurs des puissances qui ont la proprieté, nous observons que ces diviseurs sont tous les nombres premiers pris de suite à commencer par 3. 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, &c. Si l'on a devant soi une Table de ces nombres, comme celle qui est dans les Leçons de Mathematiques de M. l'Abbé de Molieres, dont nous avons parlé en 1726 *, il suit de tout ce qui a été dit, une Méthode très-aisée de découvrir tout d'un coup à quelles puissances ap-

par-

* p. 60.

partient la proprieté. Il ne faut que prendre un nombre premier quelconque, par exemple 41, en retrancher 1, & sa moitié 20 est l'exposant de la puissance, qui a 41 pour diviseur. En même tems on voit que l'exposant 20 étant formé des facteurs, 2, 2, 5, un nombre élevé à la 20me puissance, est un quarré, une 4me, une 5me, une 10me & une 20me puissance, qu'il n'a point la proprieté en qualité de 4me ni de 10me puissance, & qu'il ne l'a que dans les trois autres, & que par conséquent il est divisible par 5, par 11, & par 41. Nous ne parlons point de la proprieté d'être divisible par 3 en qualité de 1re puissance, cela est commun à tous les nombres, & doit être toûjours sous-entendu. On trouvera de même que le nombre premier 29 appartient à la puissance 14, qui n'étant formée que des facteurs 2 & 7, ne sera divisible que par 5 en qualité de quarré, par 29 en qualité de 14me puissance, & non en qualité de 7me puissance.

Il est souvent difficile, peut-être même impossible, de trouver des démonstrations générales & analytiques de ces sortes de proprietés des nombres, & M. de Beaufort n'en a pas donné de celle ci. On est obligé de se contenter d'inductions assés longues; il y a tout lieu de croire que ce qui se soûtient toûjours sans altération pendant un long cours, se soûtiendra également jusqu'au bout. La preuve fort simple & fort courte, qui a été donnée de la divisibilité de tout nombre, ou de toute 1re puissance par 3, pourra être appliquée successivement aux autres puissances,

 en

en y apportant les modifications néceſſaires ; & par cette route on fera, comme M. de Beaufort, des inductions ſuffiſantes de puiſſance en puiſſance.

Quand on a de grands nombres, dont on veut ſavoir ſi une certaine racine, par exemple la 5me, eſt rationnelle, ou irrationnelle, on peut par la Théorie de M. de Beaufort s'épargner la peine d'une longue & pénible extraction de racine 5me; car ſi le nombre propoſé, augmenté ou diminué de 1, n'eſt pas diviſible par 11, certainement il n'eſt pas une puiſſance 5me, & ſa racine 5me eſt irrationnelle. On voit du premier coup d'œil ſi un nombre eſt diviſible par 5, car alors ſon dernier chiffre eſt 5 ou 0, & l'on voit de même ſi, augmenté ou diminué de 1, ſon dernier chiffre ſeroit 5 ou 0. Or à moins que de cela il n'eſt point quarré, & l'on voit de ce ſeul coup d'œil ſi ſa racine 2de eſt irrationnelle. Il faut prendre garde qu'on doit ſeulement juger que ſa racine 2de eſt irrationnelle, ou qu'il n'eſt pas quarré, mais non pas qu'il ſoit quarré, dès que par l'addition ou le retranchement de 1, on lui trouve 5 pour diviſeur. Tous les nombres quarrés ont cette proprieté, mais il s'en faut bien que tous ceux qui l'ont ſoient quarrés. C'eſt la même choſe pour les autres puiſſances.

Voici encore une proprieté de nombres, non pas abſolument découverte, comme la précédente, par M. de Beaufort, mais pouſſée beaucoup plus loin qu'elle n'avoit été. On ne ſauroit calculer le moins du monde, ſans s'apperçevoir que ſi on éleve à des puiſ-

ſan-

ſances quelconques des nombres, dont le dernier chiffre ſoit o, ou 1, ou 5, ou 6, il vient des nombres terminés par le même chiffre que la racine, ou le nombre ſur lequel on a opéré pour l'élever. Quelques Auteurs ſe ſont apperçus de plus, que tous les nombres élevés au quarré, & par conſéquent à toute puiſſance paire, ne ſe terminent que par les chiffres qu'on vient de marquer, ou encore par 4 & 9, & jamais par 2, par 3, par 7, ni par 8. C'eſt là ce qui a donné lieu à M. de Beaufort de rendre la proprieté générale, & de faire une petite Théorie des derniers chiffres qui termineront les puiſſances quelconques des nombres.

Il a démontré d'abord, car ici ce ne ſont plus des inductions, qu'en prenant deux nombres également éloignés de 0 & de 10, leurs quarrés doivent ſe terminer par le même chiffre. On le voit en effet dans 1 & 81, quarrés de 1 & de 9, dans 4 & 64, quarrés de 2 & de 8, dans 9 & 49, dans 16 & 36. 5 étant préciſément au milieu de l'intervalle entre 0 & 10, ſon quarré ne peut être comparé de cette maniere à un autre correſpondant; ſeulement il donne un nouveau chiffre 5, par lequel un quarré ſe termine.

Que deux nombres ſoient pris, non entre 0 & 10, mais entre 10 & 20, entre 20 & 30, &c. avec la même condition d'être également éloignés des extrêmes, M. de Beaufort démontre que ce ſera encore la même choſe. Ainſi les quarrés de 11 & de 19, de 12 & de 18, &c. ceux de 21 & de 29, &c. ſe termi-

neront par le même chiffre. Il seroit inutile de répéter que le quarré repréſente toutes les puiſſances paires, puiſque toute puiſſance paire eſt un quarré.

Quant aux puiſſances impaires, la regle générale trouvée & démontrée par M. de Beaufort, eſt que deux nombres étant pris également éloignés des extrêmes o & 10, & élevés à une puiſſance impaire quelconque, ils ſe terminent par deux chiffres qui pris enſemble font 10, de ſorte que ſi l'on a l'un, on a l'autre. Ainſi le cube de 2 étant 8, & terminé par 8, le cube de 8 ſe terminera par 2, parce que 8 & 2 font 10, & en effet ce cube de 8 eſt 512. 27, cube de 3, & 343, cube de 7, ſe terminent par 7 & 3, qui font 10. Il en va de même des cubes de deux nombres également éloignés de 10 & de 20, &c. & en général de deux nombres quelconques ainſi conditionnés, élevés à une puiſſance impaire.

Il n'y a point de chiffre par lequel quelque puiſſance impaire ne puiſſe ſe terminer.

Tout cela poſé, il eſt aſſés facile de voir par quels chiffres ſe termineront des nombres quelconques élevés à des puiſſances quelconques. Il ſuffit de conſidérer par quel chiffre ſera terminé ce nombre à élever, car 11, 12, 13, &c. 21, 22, 23, &c. ſont de la même condition à cet égard que leurs chiffres terminans, 1, 2, 3, &c. Les puiſſances quelconques de 11, 12, 13, &c. de 21, 22, 23, &c. ſe termineront par les mêmes chiffres que celles de 1, 2, 3, &c. Il ſuffit donc de conſidérer quels chiffres termine-

ne-

neront les puiſſances quelconques de 0, 1, 2, 3, &c. 10. Et même il eſt inutile de ſonger à celles de 0, & de 5, qui ne peuvent ſe terminer que par 0 & par 5.

Si les nombres ſont élevés au quarré, tous ceux qui ſont terminés par 1, & tous ceux qui le ſont par 9 ſon correſpondant, ne peuvent après l'élévation ſe terminer que par 1, car le nombre ſimple 1 étant quarré eſt 1, ou ſe termine par 1, & il règle en même tems ſon correſpondant 9.

Pour la même puiſſance, tous les nombres terminés par 2, ou par 8, ne peuvent ſe terminer que par 4, étant quarrés, puiſque le quarré de 2 eſt 4, ou ſe termine par 4. De même tous les nombres terminés par 3, ou par 7, auront un quarré terminé par 9. Enfin tous les nombres terminés par 4, ou par 6, auront un quarré terminé par 6, car le quarré de 4 eſt 16.

Il faut remarquer ici que quoique la 4me puiſſance ſoit auſſi un quarré, les nombres élevés à cette puiſſance ne ſe terminent pas par autant de chiffres différens que ceux qui ſont élevés au ſimple quarré. Ceux qui étoient terminés par 1 & par 9, ſe terminent après l'élevation par 1; ceux qui étoient terminés par 2, ou par 8, ſe terminent par 6, parce que la 4me puiſſance de 2 eſt 16; ceux qui étoient terminés par 3, ou par 7, ſe terminent par 1, parce que la 4me puiſſance de 3 eſt 81; enfin ceux qui étoient terminés par 4, ou par 6, ſe terminent par 6, parce que la 4me puiſſance de 4 eſt 256. Ainſi des quatre chiffres, 1, 4, 6, 9, car nous ne comptons

tons point o & 5, par lesquels se peuvent terminer les nombres élevés aux puissances paires, la puissance 4me & par conséquent toute puissance dont l'exposant est divisible par 4, en retranche deux, qui sont 4 & 9.

Pour les puissances impaires, tous les nombres terminés par 1, ne peuvent, étant cubés, se terminer que par 1, & leurs correspondans terminés par 9, ne peuvent, étant cubés, se terminer que par 9, car selon la Théorie de M. de Beaufort, le nombre simple 1 cubé, étant 1, & terminé par 1, dont le complément à 10 est 9, le nombre simple 9 son correspondant étant cubé, doit être tel que le complément de son dernier chiffre à 10 soit 1, & par conséquent ce dernier chiffre sera 9. De même les nombres terminés par 2, étant cubés, seront terminés par 8, & leurs correspondans terminés par 8, le seront alors par 2. Les nombres terminés par 3, étant cubés, seront terminés par 7, & leurs correspondans terminés par 7, le seront par 3. Enfin les nombres terminés par 4, étant cubés, seront terminés par 4, & leurs correspondans terminés par 6, le seront encore par 6.

On raisonnera de même sur les autres puissances impaires, & il sera même aisé de faire une Table des derniers chiffres de toutes les puissances, au moyen de laquelle tout se présentera au premier coup d'œil, & pourra même faire encore naître de nouvelles réflexions.

On s'apperçoit sans doute que ces chiffres déterminés, qui finissent les puissances des

Nom-

Nombres, ſont une proprieté attachée à ce que la progreſſion qu'on a choiſie arbitrairement pour le retour périodique des chiffres, eſt la progreſſion décuple. Dans une autre progreſſion qui ſeroit de neuf en neuf, au lieu que celle-ci eſt de dix en dix, ce ſeroient d'autres chiffres qui auroient la proprieté. Les démonſtrations fondamentales dont M. de Beaufort a eu beſoin pour ſa Théorie, ont été générales, & pour une progreſſion quelconque. On pourroit par curioſité en tirer les proprietés de telle autre progreſſion qu'on voudroit, mais ce ſeroit une curioſité aſſés inutile, & il vaut mieux que les travaux de l'eſprit ayent quelque objet plus réel. La proprieté dont il s'agit, priſe dans la progreſſion décuple, peut avoir ſon uſage pour faire reconnoître ſi des nombres, ſur-tout de grands nombres, ſont certaines puiſſances; au lieu que la même proprieté dans toute autre progreſſion ne s'appliqueroit à rien, du moins tant que la pratique ancienne, & ſi bien établie, ſubſiſtera.

Tandis qu'on en étoit à l'Académie ſur les proprietés des puiſſances des Nombres, M. Pitot en propoſa une qui pouvoit avoir aſſés d'uſage, & des conſéquences curieuſes.

Toute puiſſance de tout nombre eſt exactement diviſible par 4, ou le devient par l'addition ou le retranchement de 1. Cette alternative demande que l'on entre dans la diſtinction des nombres & des puiſſances.

Toutes les puiſſances des nombres pairs ſont diviſibles par 4. Car tout nombre pair eſt 2 multiplié par quelqu'un des nombres na-

naturels 1, 2, 3, &c. Or ce produit étant quarré, 4 en est nécessairement un facteur, s'il est cubé, c'est 8 qui est ce facteur, & 8 est deux fois 4, s'il est élevé à la 4me puissance, c'est 16, à la 5me 32, &c.

Toutes les puissances paires des nombres impairs, diminuées de 1, sont divisibles par 4. Car tout impair est un certain pair plus 1, & si on quarre 3 ou 2 plus 1, ou 4 plus 1, &c. on a 4 plus 4 plus 1, ou 16 plus 8 plus 1, &c. & l'on voit que dans ces grandeurs tout est divisible par 4, pourvû qu'on retranche 1.

Pour les puissances impaires des impairs, il y a un cas où il faut encore retrancher 1, & un autre où il faut l'ajoûter.

Les impairs, où il ne faut pas compter 1 qui n'a point de puissances, sont 3, 5, 7, 9, 11, 13, &c. En ne prenant qu'alternativement tous les termes de cette Suite infinie, on en fait deux, dont la 1re est 3, 7, 11, &c. & la 2de, 5, 9, 13, &c. Les puissances impaires de tous les termes de la 1re, augmentées de 1, & de tous les termes de la 2de, diminuées de 1, sont divisibles par 4. Ainsi 27 cube de 3, 243, 5me puissance de 3, &c. 343 cube de 7, 16807, 5me puissance de 7, étant augmentés de 1, sont divisibles par 4. Au contraire il faut retrancher 1 de 125 cube de 5, de 3125, 5me puissance de 5, &c. de 729 cube de 9, de 59049, 5me puissance de 9, &c.

Il suit de-là que l'addition de 1 n'est que pour les puissances impaires des impairs de la 1re Suite, & que le retranchement de 1 est pour les

puis-

puissances tant paires qu'impaires des impairs de la 2de Suite, puisque nous avons vû qu'il est nécessaire pour les puissances paires de tout impair.

Ces deux Suites sont visiblement des progressions arithmétiques, & la différence de l'une & de l'autre est 4. M. Pitot démontre leur différente proprieté, en observant simplement leur formation ou génération par cette différence 4.

Mais comme il a vû que ces deux Suites n'ont 4 pour diviseur exact des puissances paires ou impaires de tous leurs termes, moyennant l'addition ou le retranchement de 1, que parce que ce sont des progressions arithmétiques formées sur la différence 4, il a jugé avec raison que d'autres progressions pareilles formées sur toute autre différence, par exemple, sur 5, sur 6, &c. auroient la même proprieté, c'est-à-dire, que les puissances de tous leurs termes, augmentées ou diminuées de 1, seroient divisibles par 5, par 6, &c. En effet en prenant 5 pour différence, on a pour 1re Suite selon la formation de M. Pitot, que l'on retrouvera aisément, 4, 9, 14, 19, &c. & pour 2de Suite 6, 11, 16, 21, &c. les puissances impaires de la 1re Suite augmentées de 1, & les puissances tant paires qu'impaires de la 2de, diminuées de 1, sont divisibles par 5. Ainsi un nombre quelconque étant donné, que l'on voudra qui soit diviseur des puissances quelconques de tous les termes de deux Suites infinies, moyennant l'addition ou le retranchement de 1, on formera aisément ces deux Suites, & c'est-là un Problême nouveau

sur

ſur les Nombres, qui peut-être aura lieu dans quelques hautes ſpéculations.

Du moins en attendant cet uſage, on a ici de nouveaux moyens de reconnoître ſi des Nombres propoſés ſont des puiſſances parfaites, ou, ce qui eſt le même, ont des racines rationnelles, & quelles pourront être ces racines; car on voit d'un coup d'œil ſi un nombre eſt diviſible par 4, ou s'il le deviendra par l'addition ou le retranchement de 1.

Si un nombre n'eſt pas diviſible par 4, il n'eſt aucune puiſſance paire d'un nombre pair; & ſi diminué de 1 il n'eſt point encore diviſible par 4, il n'eſt aucune puiſſance paire d'aucun nombre impair, & par conſequent il n'a aucune racine paire rationnelle.

Si par l'addition de 1 il ne devient point diviſible par 4, il n'eſt aucune puiſſance impaire d'aucun des termes de la Suite 3, 7, 11, &c.

Si par le retranchement de 1, il ne devient pas diviſible par 4, il n'eſt aucune puiſſance impaire d'aucun des termes de la Suite 5, 9, 13, &c.

GEOMETRIE.

SUR LE ROULEMENT DES POLYGONES REGULIERS. *

TOUT le monde sait que la Cycloïde est formée par le roulement d'un Cercle sur une ligne droite, c'est-à-dire, par l'application successive de tous ses points à tous ceux de cette ligne. Les Géometres ont démontré que l'espace contenu entre la Cycloïde & la droite ou base sur laquelle le Cercle a roulé, étoit triple de celui du Cercle.

Si l'on imagine la Suite des Polygones réguliers commençant par le Triangle équilatéral, par le Quarré, le Pentagone, & continuée à l'infini par des Polygones, dont les côtés toûjours égaux dans chacun, croîtront en nombre, & décroîtront de grandeur, le dernier terme de cette Suite infinie sera un Cercle; & delà il suit que si ces Polygones rectilignes rouloient sur une base droite, comme le Cercle y roule pour la génération de la Cycloïde, on trouveroit dans les espaces formés par le roulement de ces Polygones, un rapport aux espaces des Polygones générateurs, qui seroit ou le même que celui de la Cycloïde au Cercle c'est-

* V. les M. p. 187.

c'eſt-à-dire, un rapport triple, ou du moins ce rapport modifié de façon qu'il deviendroit triple dans l'infini. M. de Maupertuis, qui a eu cette penſée, où l'analogie le conduiſoit, en a éprouvé la vérité.

Un Triangle équilatéral étant appliqué par un de ſes côtés ſur une baſe droite, ſi enſuite on le meut, enſorte qu'une des extrémités de ce côté qui étoit appliqué ſe releve, & décrive un arc de cercle ſur l'autre extrémité immobile, juſqu'à ce que le côté ſuivant s'applique ſur la baſe, & que ce 2ᵈ côté faſſe le même mouvement, juſqu'à l'application du 3ᵐᵉ ſur la baſe, après quoi le roulement du Triangle ſera fini, on verra clairement que l'angle ou ſommet du triangle, qu'on aura pris pour point décrivant, aura décrit deux arcs de cercle de 120 degrés chacun ſur deux centres différens & ſur deux rayons égaux. Si du point où ces deux arcs ſe rencontrent, on leur tire deux cordes juſqu'à la baſe où ils ſe terminent, l'eſpace compris entre ces deux cordes & la baſe, ſera triple du Triangle équilatéral; c'eſt une choſe qui ſautera aux yeux. Il faut bien remarquer que cet eſpace triple du Triangle générateur, n'eſt pas celui qui eſt enfermé par les deux arcs circulaires que le Triangle a réellement décrits, mais ſeulement celui qui l'eſt par leurs cordes, qu'il n'a pas décrites.

Ce ſera la même choſe pour un Quarré roulant de la même maniere. Un de ſes angles pris pour point décrivant, décrira trois arcs circulaires ſur trois différens centres, & il ſera viſible à l'œil même que l'eſpace renfermé par les

les cordes de ces trois arcs & par la base, sera triple du Quarré..

Il n'en faudroit peut-être pas davantage pour prouver que le rapport triple de l'espace Cycloïdal à celui du Cercle générateur est une proprieté commune à tous les Polygones réguliers roulans sur une base droite, car si elle appartient aux deux premiers Polygones, & au dernier de la Suite infinie, il est très vrai-semblable qu'elle est par-tout. Il est vrai qu'elle pourroit d'abord paroître un peu différente dans ces premiers Polygones rectilignes & dans le Cercle. A l'égard des Polygones il faut prendre l'espace renfermé par les cordes des arcs circulaires décrits, & à l'égard du Cercle il faut prendre l'espace renfermé par les arcs mêmes que le point décrivant du Cercle aura décrits. Mais il est aisé de voir que cette différence n'est qu'apparente. Le Triangle décrit deux arcs circulaires, le Quarré trois, le Pentagone en décrira quatre, &c. & en général le Polygone régulier décrira toûjours autant d'arcs moins un qu'il aura de côtés. Plus il décrira d'arcs, moins l'espace renfermé par les arcs, & celui qui le sera par leurs cordes, seront différens; & enfin la différence s'évanouira entierement, quand le nombre des arcs décrits sera infini, comme il l'est quand le Polygone roulant est un Cercle. Alors les arcs & les cordes se confondent.

Mais M. de Maupertuis n'a pas crû qu'il fût suffisant que la proprieté connue de l'espace circulaire à l'égard du Cycloïdal se trouvât aussi dans les deux premiers Polygo-

nes réguliers, & il eſt bien certain que cette analogie n'eſt pas du même prix, qu'une démonſtration générale & géometrique, telle qu'on la donne ici. M. de Maupertuis y fait un uſage heureux d'une belle proprieté des Cordes des Polygones donnée par feu M. le Marquis de l'Hôpital.

Si l'on fait rouler un Cercle, non plus ſur une baſe droite, mais ſur un Cercle, l'eſpace de l'Epicycloïde qui en naîtra, ſera quintuple du Cercle générateur, comme le ſavent les Géometres; & M. de Maupertuis fait voir par ſa Théorie générale, qu'il en ira de même de tous les Polygones rectilignes, & d'un nombre de côtés finis qui auront roulé ſur des Polygones égaux & ſemblables. On entend aſſés qu'à l'égard de ces Polygones finis, il faudra prendre l'eſpace déterminé par les cordes des arcs décrits.

Puiſqu'il ſe trouve une ſi conſtante analogie entre les eſpaces du Cercle & de la Cycloïde, & ceux de tous les Polygones réguliers roulans, comparés aux eſpaces décrits par leur roulement, il y a toute apparence que le contour ou la circonférence de la Cycloïde étant quadruple du diametre de ſon Cercle générateur, le contour de la figure formée par un Polygone régulier fini, qui aura roulé ſur une baſe droite, ſera pareillement quadruple de la ligne qui aura fait la fonction de diametre dans ce roulement. C'eſt auſſi ce que M. de Maupertuis démontre, mais il y a ici un peu plus de difficulté. Le contour de la figure formée par le roulement d'un Polygone rectiligne quelconque ſur un Po-

Polygone égal & semblable, est octuple de la ligne qui a été le diametre de ce roulement, précisément comme la circonférence de l'Epicycloïde, formée par le roulement d'un Cercle sur un Cercle égal, est octuple du diametre du Cercle. Il est peut-être remarquable qu'on ait apperçû ces proprietés dans le Polygone infini, avant que de les appercevoir dans les finis : mais il n'est pas extrêmement rare que l'infini nous mene à des connoissances du fini, que l'on n'auroit pas eües autrement; & en général toutes les vérités ont presque toûjours plus de branches qu'on ne pense.

SUR LES POLYGONES REGULIERS CIRCONSCRITS ET INSCRITS. *

SI on circonscrit & si on inscrit à un même Cercle deux Polygones réguliers de même nom, & par conséquent semblables, deux Triangles équilateraux, deux Quarrés, deux Pentagones, &c. il y aura une différence très sensible entre les deux espaces rectilignes compris, l'un par le Polygone circonscrit, & l'autre par l'inscrit. Que sur un des côtés du circonscrit pris pour diametre, on décrive un Cercle auquel on inscrira un Polygone semblable, ou que d'un des côtés du Polygone inscrit pris de même pour diametre,

* V. les M. p. 418.

tre, on décrive un Cercle auquel on circonſcrira le 3me Polygone ſemblable, qui ſera le même de laquelle des deux façons qu'on ait operé, & inſcrit ou circonſcrit au même Cercle; l'eſpace compris par ce 3me Polygone ſera égal à la différence des eſpaces compris par les deux 1ers. C'eſt une Propoſition nouvelle, dûe à M. du Fay, & dont la démonſtration ſe fait preſque à l'œil. Il eſt bon, pour plus de facilité, que les deux 1ers Polygones ſoient diſpoſés de ſorte que le point du milieu des côtés de l'inſcrit réponde préciſément au ſommet des angles du circonſcrit.

Le Cercle auquel on circonſcrit & l'on inſcrit deux Polygones réguliers ſemblables, eſt lui-même certainement un Polygone régulier, mais infini; ainſi, puiſqu'il eſt indifférent quels Polygones ſemblables on circonſcrive & inſcrive, on peut circonſcrire & inſcrire deux Cercles qui ſont ſemblables, & le Polygone du milieu, c'eſt-à-dire, celui par rapport auquel on fait la circonſcription & l'inſcription, ſera néceſſairement un Polygone rectiligne ou fini; & alors la proprieté trouvée par M. du Fay doit ſubſiſter, c'eſt-à-dire, que la différence des aires des deux Cercles, l'un circonſcrit, l'autre inſcrit, cette eſpece d'Anneau qu'ils laiſſeront entre eux, doit être égale à quelque autre Cercle, qui ſera le 3me Polygone ſemblable aux deux premiers. Mais où prendre le diametre de ce Cercle? il faudroit, ſelon ce que nous avons établi pour les Polygones rectilignes, que ce fût un côté du Polygone ſoit circonſcrit, ſoit inſcrit; mais ici

les

ſes deux Polygones, le circonſcrit & l'inſcrit, qui ſont deux Cercles, n'ont aucun côté fini & déterminable. Alors il faut prendre pour diametre du 3me Cercle que l'on cherche, le côté du Polygone du milieu, qui ſera toûjours rectiligne. On le verra très-clairement, ſi le Polygone du milieu eſt un Quarré. L'aire du Cercle circonſcrit ſera double de celle de l'inſcrit, & par conſéquent la différence de leurs aires égale au Cercle inſcrit; d'un autre côté le 3me Cercle, qui aura pour diametre le côté du Quarré, ſera viſiblement le même que cet inſcrit. Mais ceci n'eſt qu'un exemple, & M. du Fay démontre la propoſition en général.

Si au lieu de deux Cercles, on circonſcrit & inſcrit à ce Quarré deux autres Polygones ſemblables, comme deux Octogones, un Cercle qui aura encore pour diametre le côté du Quarré, ſera tel que ſi l'on y inſcrit un 3me Octogone, ſon aire ſera égale à la différence des aires des deux premiers. Ce n'eſt encore là qu'un exemple, qu'il faut concevoir élevé à une entiere généralité.

M. du Fay a trouvé moyen, du moins dans les Polygones pairs, de n'être pas obligé à décrire ſur un côté de Polygone le Cercle où ſera inſcrit le Polygone ſemblable aux deux premiers, & égal à la différence de leurs aires. Il décrit d'une maniere très-ſimple ce 3me Polygone, qui ſe trouve concentrique aux deux premiers, ce qui fait une eſpece d'agrément. Nous ne ſuivrons pas cette matiere juſqu'où M. du Fay l'a pouſſée. La Géometrie, ſur-tout la Géometrie pure, paſſé

un certain point, veut être traitée tout-à-fait géométriquement.

SUR UN NOUVEAU DEVELOPEMENT DES COURBES. *

LES Géometres cherchent de toutes parts des nouveautés dignes de leur attention, & de l'état où cette sublime Science est aujourd'hui. M. Huigens avoit trouvé la belle Théorie des Dévelopées, en concevant les Courbes couvertes par leur convexité d'un fil ou égal à leur contour, ou plus long, que l'on en détachoit, de façon qu'il fût toûjours Tangent de la Courbe à chaque instant où il l'abandonnoit †. La portion de ce fil devenue ligne droite, étoit à chaque instant le Rayon d'un arc circulaire infiniment petit décrit par son extrémité mobile; & la suite de tous ces arcs différemment posés les uns par rapport aux autres, formoit une nouvelle Courbe, qu'on peut appeller *Dévelopante* par opposition à celle qui a été *Dévelopée* du fil. Tous les Rayons qui partent de la Dévelopée sont donc perpendiculaires à la Dévelopante; & si réciproquement on prend une Courbe quelconque pour Dévelopante, comme on le peut, ou, ce qui est le même, pour formée par le dévelopement d'une

* V. les M. p. 478.

† V. l'Hist. de 1701. p. 101 & celle de 1706. p. 123.

d'une autre, & qu'on imagine des perpendiculaires tirées sur tous ses points du côté de sa convexité, ils se rencontreront deux à deux du côté de la concavité en des points qui appartiendront tous à la Dévelopée, & formeront le contour.

Nous avons vû en 1709*, que M. de Reaumur avoit étendu cette idée, en faisant tomber sur tous les points de la convexité d'une Courbe quelconque prise pour Dévelopante, des droites qui y fissent toutes non un angle droit, comme dans la Théorie de M. Huigens, mais tout autre angle quelconque. Du concours de ces lignes au dedans de la Dévelopante, naissoient de nouvelles sortes de Dévelopées, que nous avons nommées *imparfaites*.

Dans l'une & l'autre Théorie, les Rayons de la Dévelopée en sont toûjours les Tangentes; maintenant M. de Maupertuis sort absolument de cette idée. Il dévelope une Courbe de façon que le fil qui l'abandonne lui soit toûjours perpendiculaire, au lieu de la toucher. La condition que le Rayon soit Tangente, fait qu'on ne peut déveloper une Courbe que du côté de sa convexité; car les Tangentes ne sont que de ce côté-là: mais on tire aussi-bien une perpendiculaire à la Courbe du côté de la concavité que de celui de la convexité, & par conséquent le dévelopement de M. de Maupertuis se fait des deux côtés également, & on peut concevoir deux fils couchés sur la Courbe, ou plutôt une

* P. 81. & suiv.

une ſeule perpendiculaire qui la coupe à chaque point, & qui par ſes deux extrémités décrit & au dehors & au dedans de la Dévelopée une Dévelopante. La longueur de cette perpendiculaire, ou Rayon, eſt, comme dans le Dévelopement de M. Huigens, égale à l'arc de la Courbe dévelopée juſque-là, à moins que la longueur du fil, ainſi qu'il arrive, & doit arriver ſouvent, n'ait excédé la Courbe, & en ce cas il faut que ce ſoit d'une quantité connue. La Courbe ayant été envelopée ou couverte de deux fils égaux, la longueur de la perpendiculaire ou Rayon entre la Dévelopée, & l'une ou l'autre Dévelopante, eſt viſiblement égale.

Toute Courbe a une Dévelopée à la maniere de M. Huigens, & par conſéquent elle a à chacun de ſes points un Rayon de la Dévelopée, qui lui eſt perpendiculaire, & dont les Géometres connoiſſent l'expreſſion générale. Donc la Courbe, qui ſe dévelope à la maniere de M. de Maupertuis, ſe dévelopant par un fil toûjours perpendiculaire, ce fil eſt dans la même poſition que le Rayon de la Dévelopée de M. Huigens, & il doit faire partie de ce Rayon, ou ce Rayon faire partie de lui. Comme la longueur de tout Rayon de la Dévelopée eſt connue, ſi l'on tire ce Rayon à un point quelconque de la Courbe qu'on dévelope ſelon le nouveau dévelopement, il ira du côté de ſa concavité rencontrer la Dévelopante, qui eſt de ce côté-là, & prolongé du côté de la convexité, il rencontrera l'autre Dévelopante à la même diſtance, ainſi qu'il vient d'être dit.

Il

Il se forme donc deux espaces *mixtilignes* compris entre 1°. l'Axe commun aux trois Courbes, la Dévelopée & les deux Dévelopantes, 2° le Rayon ordinaire de la Dévelopée, 3° la Courbe qu'on dévelope perpendiculairement, 4° l'une ou l'autre Dévelopante. De ces deux espaces, l'un est donc vers la convexité de la Dévelopée, l'autre vers la concavité.

Des quatre lignes qui les enferment, ils en ont toûjours trois communes ou égales, & ils ne différent que par la 4me seule, qui est l'une ou l'autre Dévelopante. Or la Dévelopante qui est du côté de la convexité de la Dévelopée est plus grande que l'autre; car que l'on conçoive outre le Rayon ordinaire de la Dévelopée, qui est une des lignes entre lesquelles l'espace est compris, un autre Rayon infiniment proche, ces deux Rayons ne peuvent concourir que du côté de la concavité de la Dévélopée, & ils se serrent toûjours en approchant de ce point où ils concourent. Or c'est par leurs parties prises à distances égales de part & d'autre de la Dévelopée, qu'ils décrivent les deux Dévelopantes : ils décrivent donc par des parties plus serrées la Dévelopante qui est du côté de la concavité de la Dévelopée, & donnent moins d'étendue aux côtés infiniment petits de cette Dévelopante, ce qui la rend moindre dans son tout, & l'autre au contraire plus grande. Ce raisonnement n'est pas démonstratif, parce que dans un intervalle plus serré la position d'une ligne peut être telle qu'elle en deviendra si grande qu'on voudra, & il

faudroit prouver encore que les petits côtés de la Dévelopante, qui est vers la concavité, ne deviennent pas par ce principe plus grands que ceux de l'autre Dévelopante, ni égaux : mais la preuve n'en seroit pas assés aisée ; on peut se contenter du fait constant par le calcul, que la Dévelopante vers la convexité est la plus grande, & l'on saura de plus que ce que nous avons dit des deux Rayons infiniment proches est un des principes de cette proprieté. De ce que cette Dévelopante est la plus grande, il suit que l'espace auquel elle appartient, est aussi le plus grand.

M. de Maupertuis ayant trouvé l'expression algébrique de l'Elément infiniment petit de ces deux espaces, voit aisément si on en peut trouver l'*Intégrale*, c'est-à-dire la grandeur finie qui sera l'un ou l'autre espace, auquel cas on auroit la quadrature d'un ou de deux espaces terminés en partie par des Courbes, ce qui est toûjours précieux aux Géometres. Mais ni l'une ni l'autre expression de l'Elément de ces espaces ne peut être *intégrée* absolument, non pas même en supposant que l'arc quelconque de la Courbe dévelopée qui entre nécessairement dans cette expression, fût *rectifiable*, ou égal à une droite déterminée, comme il l'est quelquefois. Par conséquent, aucun des deux espaces n'est quarrable.

Mais ce qu'ils ne sont pas, pris séparément, ils le sont pris ensemble, pourvû que l'arc de la Courbe dévelopée soit rectifiable. Chaque expression des Elémens des deux espaces avoit certaines grandeurs qui l'empê-

choient

choient de pouvoir être intégrée; quand on ajoûte les deux expressions l'une à l'autre, ces grandeurs qui de part & d'autre empêchoient l'intégration, se détruisent, & disparoissent. Ce sont là des especes d'accidens de Calcul, qui peuvent surprendre quand on les énonce en général, & ne le peuvent plus quand on les voit. M. de Maupertuis a recherché le vrai principe de celui-ci; car si on veut de la lumiere, il ne faut pas se contenter de prendre ce que le Calcul donne, il faut savoir pourquoi il le donne.

Que la Courbe qu'on développe perpendiculairement, soit géométrique, ou méchanique, tout ce que nous avons dit est indépendant de cette différence de nature, quoique si essentielle.

Comme on fait dans la Théorie de M. Huigens, quelle Courbe dévelopante sera produite par le dévelopement d'une autre quelconque, M. de Maupertuis a voulu déterminer aussi par une Formule générale, quelles seroient les deux Dévelopantes produites par une Courbe quelconque dévelopée à sa maniere. Il résulte de sa Formule, que quand la Dévelopée est géométrique, si de plus elle est rectifiable, les Dévelopantes sont géometriques, mais méchaniques si la Dévelopée n'est pas rectifiable; & à plus forte raison, quand elle est méchanique non rectifiable, les Dévelopantes sont méchaniques.

On ne peut remarquer sans une espece d'admiration, que la proprieté trouvée à la Spirale logarithmique par feu M. Jacques Bernoulli, se retrouve encore ici. Nous a-

vons dit en 1705 * que cette Courbe tournée de tous les sens dont M. Bernoulli avoit pû s'aviser pour lui en faire produire d'autres, ou pour faire qu'elle fût produite par d'autres, étoit toûjours produite par des Spirales logarithmiques, ou en produisoit. Dévelopée à la maniere nouvelle & singuliere de M. de Maupertuis, ses deux Dévelopantes sont encore des Spirales logarithmiques; tant elle s'opiniâtre, pour ainsi dire, à n'être jamais qu'elle-même, tant elle est d'une nature indomptable.

SUR UNE NOUVELLE GONIOMETRIE. †

IL faut se rappeller ici ce qui a été dit en 1725 ‡ sur la Goniométrie de M. de Lagny. Les 3 côtés d'un Triangle rectangle quelconque étant connus, il en considere le plus petit angle aigu, & s'il est plus grand que 15 degrés, il le réduit à être moindre, parce que c'est là un avantage dans sa Méthode; après cela il trouve par une formule générale quel est l'Arc de Cercle qui mesure cet angle réduit, & de-là s'ensuit necessairement la connoissance de ce petit angle aigu tel qu'il étoit avant sa réduction, & celle du grand angle aigu. Il ne s'agit plus ici que de la formule générale qui donne un Arc de cercle cherché, ou la mesure d'un angle.

Cet-

* p. 182. & suiv. † V. les M. p. 171.
‡ p. 72. & suiv.

Cette formule générale est une Suite infinie décroissante, qui exprime la valeur d'un Arc circulaire quelconque, moindre que 90, par son Rayon, & par sa Tangente uniquement. Sa somme est égale à l'Arc, qui par conséquent seroit égal à une ligne droite ou rectifiée, si on pouvoit déterminer cette somme; mais on ne le peut, & la Suite, à mesure qu'on en prend plus de termes, ne fait qu'approcher toûjours davantage de la valeur de l'Arc, sans y pouvoir arriver.

Comme en cherchant la valeur d'un Arc ou Angle qu'on ne peut avoir dans une entiere précision, il suffit, selon les différens objets qu'on se propose, d'avoir cette valeur jusqu'à un certain point, car en Astronomie, par exemple, on n'a guere besoin de passer les Secondes; il sera donc avantageux de savoir à quel terme de la Suite de M. de Lagny il faut s'arrêter, afin que la somme de tous les précédens donne l'Arc, tel qu'on se contente de l'avoir. Pour cela, M. de Lagny fait deux choses, qu'il est à propos d'expliquer.

1°. Toute cette Suite qui a essentiellement une infinité de termes, il la réduit à être représentée par un seul, parce qu'il laisse dans cette expression nouvelle une grandeur indéterminée, qui est le *quantieme* de chaque terme dans la Suite. Ainsi en donnant une valeur à ce quantieme indéterminé, on a tout d'un coup le 1er terme de la Suite, le 2d, le 3me, &c. le dernier ou infinitieme.

Et sur cet infinitieme, il ne sera pas inutile de remarquer que c'est un infiniment petit

d'un ordre prodigieusement bas, ce qui prouve encore mieux que nous n'avions fait en 1725, que cette suite a l'avantage d'être extrêmement convergente; car ayant commencé par des termes finis, elle ne peut aboutir à un infiniment petit si bas, sans avoir passé par une infinité d'infiniment petits de différens ordres moins bas, qui n'augmenteront point sa somme finie.

2°. Le point où l'on veut s'en tenir sur la valeur de l'Arc étant fixé, par exemple, si l'on veut ne pas passer les Secondes, ou les Tierces, ou les Quartes, &c. M. de Lagny donne une expression générale & indéterminée de la grandeur qu'il faut ajoûter au terme de la suite où l'on s'arrêtera pour avoir par la somme de tous les précédens, l'Arc aussi précis qu'on le demande. Cette derniere expression contient le quantieme indéterminé du terme nécessaire de la suite, de sorte que l'on a tout d'un coup le nombre des termes de la suite qu'il faudra sommer, & la grandeur qu'il y faudra ajoûter, pour être aussi près qu'on l'a voulu de la juste valeur de l'Arc. Il n'y a point à cela de bornes, comme aux Tables les plus étendues, qui ne prennent même les Secondes que de 10 en 10. Ici le champ est ouvert pour toutes les parties de degré si petites qu'on voudra, & des Minutes millionniemes se trouveroient aussi bien que celles qu'on appelle Secondes. On ne peut jamais avoir besoin d'aller jusque-là, mais il semble qu'on soit bien aise de le pouvoir; du moins l'Art en est plus parfait, & plus digne de la vaste étendue ac-

cor-

cordée à notre intelligence en fait de grandeurs & de rapports.

SELON *l'usage établi dans cette Histoire, c'est ici le lieu de rendre compte au Public d'un Ouvrage de Géometrie, qui a paru cette année. Mais parce qu'il ne convenoit nullement à l'Historien d'en parler, comme il auroit pû faire de tout autre, on mettra ici les deux Extraits que M. l'Abbé Terrasson en avoit faits pour le Journal des Savans. Ainsi c'est toûjours un Membre de l'Académie qui parle ici. Ces deux Extraits sont imprimés dans les mois de Juillet & d'Octobre de* 1728, *tels à peu-près qu'on les va voir.*

CEt Ouvrage de M. de Fontenelle, que l'Académie a bien voulu qualifier de *Suite de ses Mémoires*, est intitulé; *Elémens de la Géometrie de l'Infini.* Mais par ce titre modeste, il faut plutôt entendre les Elémens ou les premiers principes de la chose, que les Elémens de la doctrine, ou les premieres leçons données à des Commençans. Le Livre ne peut être bien conçû, & à plus forte raison bien goûté, que par ceux qui ont éprouvé eux-mêmes en combien de manieres on est conduit à l'Infini par les recherches de la Géometrie, & par la résolution des Problêmes qu'elle présente. Il s'agit peu dans cet Ouvrage de prouver l'existence de l'Infini à un homme neuf dans les Mathématiques. Mais l'Auteur s'applique beaucop à découvrir

voir d'où peuvent venir, sous la plume des Géometres, les Infinis affectés d'autant de valeurs différentes, & ayant entre eux les mêmes rapports que les Finis. Bien loin que les anciens Géometres se soient portés d'eux-mêmes à admettre l'Infini, ils ont résisté longtems à celui que leur offroient à chaque pas les nombres & les lignes incommensurables. M. de Fontenelle dans sa Préface fait une histoire abrégée de l'aveu & de l'emploi toûjours plus déclaré que les Anciens mêmes ont fait de l'Infini. Nous appellons aveu de l'Infini la proposition, par exemple, dans laquelle ils ont dit que l'espace asymptotique de l'hyperbole n'a point de mesure finie, ni dans sa longueur, ni dans sa valeur. C'est par une vûe forcée de l'esprit donné à tous les hommes, & seulement plus atteutif & plus exercé dans les Géometres, qu'ils ont reconnu que le Fini & l'Infini naissoient aussi nécessairement l'un que l'autre des hypotheses géométriques les plus simples. Nous appellons emploi de l'Infini, l'usage qu'Archimede a fait du Cercle considéré comme Polygone infini, pour démontrer que son aire est égale à la circonférence multipliée par la moitié du rayon, ou la route qu'il a prise pour arriver à la quadrature de la Parabole.

C'est à cet emploi de l'Infini, non plus hazardé ou déguisé comme autrefois, mais pris pour base, réduit en règles, transformé en calcul, que la Géometrie moderne doit ses progrès immenses; sa sublimité merveilleuse, & son extrême facilité. Mais ce n'est pas tout d'un coup que la méthode géométrique des

Mo-

Modernes mêmes est montée à cette perfection. A la renaissance des Lettres on étudia les anciens Géometres, & l'on s'en tint longtems à entendre leurs démonstrations, & à croire qu'il étoit impossible d'aller plus loin qu'eux. Bonaventure Cavalerius, Religieux Italien de l'Ordre des Jésuites, est le premier qui dans sa Géometrie des Indivisibles, imprimée à Bologne en 1635, ait fondé volontairement & par choix tout systême géometrique sur les idées de l'Infini. Dans cet Ouvrage, Cavalerius considere les plans comme formez par des sommes infinies de lignes qu'il appelle quantités indivisibles, & les solides par des sommes infinies de plans, qui comme plans sont indivisibles. Il est vrai qu'il couvre lui-même l'idée de l'Infini du terme adouci d'Indéfini. Il est vrai aussi que le commun des Géometres s'opposa à son systême malgré cet adoucissement: mais de grands Géometres l'adopterent dans toute son étendue. M. de Fontenelle suit l'avancement de la science de l'Infini, & l'accroissement de sa réputation depuis cette époque, & à mesure qu'il a passé par les mains des Descartes, des Wallis, des Fermats, des Pascals & des Barrows. Mais l'Infini n'étoit encore qu'en idée abstraite dans l'esprit de ces grands hommes, & ils étoient réduits à ne l'employer que de tête, à peu près comme un homme qui assembleroit des nombres sans chiffres, ou comme les Anciens découvroient les propriétés de leurs courbes sans calcul. Enfin M. Newton trouva le premier, & M. Leibnits publia le premier l'Algorithme, ou les expressions de l'Infini dans toutes ses va-

riétés,

riétés, nouveau calcul ſoumis aux loix ordinaires de l'Algébre.

Tout étoit donc achevé en quelque ſorte pour l'uſage, entendant même ici par l'uſage, la réſolution des Problêmes de la plus haute Géométrie. Mais les Inventeurs du Calcul, & ceux qui l'ont employé avec le plus de ſuccès & de gloire, comme Mrs. Bernoulli, pluſieurs autres Etrangers, & parmi nous, M. le Marquis de l'Hôpital & M. Varignon, ont donné peu de Théorie. Aucun d'eux du moins n'a préſenté au public une Théorie generale de l'Infini. C'eſt ce vaſte objet que M. de Fontenelle nous propoſe. Il eſt bon même de dire ici que l'infiniment grand ayant toûjours été d'un moindre uſage dans la Géometrie que l'infiniment petit ſon oppoſé, les Géometres ont laiſſé à notre Auteur cette premiere partie toute neuve, non ſeulement en elle-même, mais dans la comparaiſon qu'il en fait avec les infiniment petits.

L'ouvrage entier eſt diviſé en deux parties. La premiere a pour titre: *Syſtême general de l'Infini*; & la ſeconde: *Différentes Applications ou Rémarques*. La premiere partie eſt elle-même diviſée en douze Sections. Mais nous en ferons de notre chef une autre diviſion, fondée auſſi ſur la nature des matieres, & qui rendra les deux parties de cet Extrait plus égales. Dans les ſept premieres Sections, qui feront l'objet de notre premiere Partie, M. de Fontenelle examine l'Infini dans les Suites ou dans les Progreſſions des Nombres. Et dans les cinq dernieres, que nous joindrons à la ſeconde Partie de l'Auteur, & qui rempliront enſemble la ſeconde Partie

de

de cet Extrait, il examine l'Infini dans les lignes droites ou courbes.

I.

De l'Infini dans les Suites, ou dans les Progressions des Nombres.

La premiere Section traite de la Grandeur & de ses Rapports, des Proportions & des Progressions. Quoique ce sujet, sur-tout à s'en tenir au Fini, paroisse d'abord ne rien promettre que de connu, on sent déja que l'Auteur veut élever sur ces fondemens un édifice plus haut que les édifices ordinaires. On y trouve des distinctions d'idées qui n'avoient pas encore été faites, & qui annoncent non seulement la grandeur, mais la justesse du systême. On fait partir ordinairement de zero la suite naturelle des nombres, & l'on dit 0, 1, 2, 3, 4, &c. On peut aussi partir de 1. Ainsi zero & 1 peuvent être termes. Mais zero ne pouvant jamais être consideré que comme terme, 1 doit être encore plutôt consideré comme élément, puisque les nombres à l'infini ne sont formés que de l'unité répétée. La distance de zero à un nombre, est le modele de tous les rapports arithmétiques; & le rapport de 1 à un autre nombre, est le modele de tous les rapports géométriques. L'Auteur fait voir comment tous les rapports sont représentés par deux lettres seules, jointes à une troisieme par addition dans les proportions arithmétiques, & par multiplication dans les proportions géométriques. Il établit en cela l'essence des unes & des autres, & il

il en tire la proprieté, qui résulte de la comparaison des Extrêmes & des Moyens : proprieté que l'on a prise communément jusqu'ici pour l'essence même.

L'Auteur venant aux Progressions, présente en expressions générales & en exemples particuliers le parallele des deux suites, l'Arithmétique & la Géometrique, enfermées l'une & l'autre entre les mêmes extrêmes pris à volonté. Il explique à fond leurs différences ; préparatif nécessaire pour suivre leur cours, & pour avoir leurs sommes, quand les deux extrêmes seront infiniment distans l'un de l'autre. Ainsi le but de cette premiere Section est encore plus important que les choses qu'elle renferme. On la doit considérer comme contenant les loix que l'Auteur s'impose à lui-même, ou auxquelles il prétend assujettir l'Infini qu'il va traiter ; & c'est ainsi qu'il écarte de l'esprit de son Lecteur toute idée de spéculation vague, & qu'il donne à son sujet le caractere d'une Science.

Il entre donc dès la seconde Section dans l'examen de la Grandeur infiniment grande. L'essence de la grandeur est d'être susceptible de plus ou de moins, & cette proprieté ne l'abandonnant jamais, elle en est susceptible jusqu'à l'infini. L'esprit peut avoir quelque peine à s'accoûtumer à l'infinité des Nombres, mais il lui est absolument impossible de leur concevoir des bornes ; & cette impossibilité suffit seule pour fonder la vérité des raisonnemens sur l'Infini. Nous disons ici de nous-mêmes, qu'il est fort indifférent que

l'idée

l'idée de l'Infini soit positive ou négative, comprehensive ou intellectuelle, mathématique ou métaphysique: mais que dans cette indifférence les Géometres ont choisi de traiter l'Infini suivant une idée positive, compréhensive & mathématique. Sur ce pied-là M. de Fontenelle dit très-bien, que les nombres infinis existent de la même existence que les nombres finis. Les uns & les autres ont les mêmes proprietés entant que nombres, & l'on fait sur tous les mêmes opérations de l'Arithmétique. Mais voici la proprieté particuliere qu'ils ont comme infinis. Le nombre fini poussé jusqu'à l'infini, devient incapable d'augmentations finies; & la seule expérience des Calculs a appris à tous les Géometres, que l'Infini, plus 1, plus 2, plus 3, &c. n'est que l'Infini. Mais l'Infini reçoit des augmentations de son ordre, ou croît par des Infinis; & les calculs se trouvent justes, en admettant 2 infinis, 3 infinis, 4 infinis, &c. En avançant toûjours, on arrive à l'Infini de l'Infini; ou à l'Infini du second ordre. Celui-ci n'est plus augmenté par les Infinis du premier, & ne reçoit d'augmentations, comme le premier, que par les Infinis de son ordre, & ainsi de suite jusqu'à l'ordre infinitieme. La raison de cet effet se trouve dans la nature de la chose. La grandeur est susceptible d'augmentation jusqu'à l'Infini, mais elle ne peut être augmentée que par ce qui est grandeur. Or les nombres d'ordre inférieur ne sont pas grandeur par rapport à l'ordre supérieur. C'est pour cela que les Finis mêmes ne sont pas augmentés par les infiniment

ment petits du premier ordre, ni ceux-ci par ceux du ſecond, & ainſi des autres. La même Analogie ſe ſoûtient par-tout, & eſt toûjours juſtifiée par l'application des calculs à des vérités mathématiques connues d'ailleurs.

Comme l'Infini, multiplié par un nombre fini, par exemple 3, ne change point d'ordre, quoiqu'il devienne trois fois plus grand : ainſi l'Infini diviſé par 3, demeure infini quoiqu'il devienne trois fois plus petit, ou le tiers de l'Infini. Mais comme l'Infini multiplié par l'Infini change d'ordre en deſſus, & devient infini du ſecond, du troiſieme, du quatrieme ordre, ſelon la grandeur ou l'ordre du multiplicateur ; ainſi l'Infini diviſé par l'Infini change d'ordre en deſſous, & devient fini ou infiniment petit du premier, du ſecond, du troiſieme ordre, &c. ſelon la grandeur ou l'ordre du diviſeur. Ces vérités ſont connues de tous les Calculateurs de l'Infini. Mais M. de Fontenelle poſe enſuite des principes ſuperieurs au calcul même, & qui ſont dans la Géometrie de l'Infini ce que ſont les axiomes dans la Géometrie commune.

Une proprieté qui a pris naiſſance dans le Fini, & qui s'y conſerve auſſi long-tems qu'on l'y peut ſuivre, reçoit dans l'Infini tout l'accompliſſement dont elle eſt capable. Dans le Fini, par exemple, plus un nombre eſt grand, plus il eſt petit par rapport à ſon quarré ; donc dans l'Infini il ſera infiniment petit par rapport à ſon quarré ; ou, ce qui eſt la même choſe, il ſera d'un ordre inférieur, & diſparoîtra devant lui. Par la raiſon

ſon des contraires, une proprieté qui va décroiſſant dans le Fini, s'anéantit ſûrement dans l'Infini. Ainſi parce que dans la ſuite naturelle des nombres 1, 2, 3, 4, &c. les rapports géometriques d'un nombre à l'autre décroiſſent toûjours, & que $\frac{4}{3}$, par exemple, eſt plus petit que $\frac{3}{2}$, & celui-ci plus petit que $\frac{2}{1}$, il eſt ſûr que la ſuite infinie des nombres ſe terminera par un rapport d'égalité, ou par deux Infinis égaux. On trouve ici quelques autres principes de cette eſpece: tout l'ouvrage même eſt ſemé de ces ſortes de vûes qui affermiſſent extrêmement l'eſprit du Lecteur, & qui liant à merveille ce qu'il ſait avec ce qu'il apprend, lui font peu à peu trouver en lui-même des choſes qu'il ne croyoit exiſter nulle-part.

Le premier exemple que l'Auteur donne de l'uſage que peut avoir la Théorie de l'Infini, eſt la détermination de la ſomme entiere des nombres naturels. On ſent bien en général que cette ſomme eſt un Infini, mais on voit par l'application de la formule déja établie pour la ſomme finie quelconque des Finis de cette ſuite, que cette ſomme ſe revêtant des conditions de l'Infini, eſt préciſément la moitié de l'Infini du ſecond ordre.

L'Auteur paſſant aux progreſſions, ſoit arithmetiques, ſoit géometriques, formées entre 1 & l'Infini, conclut très-bien de ſes principes, que ſi le nombre de ces termes moyens introduits dans la progreſſion eſt fini, chaque terme dans l'arithmétique aura une différence infinie, & dans la géometrique un rapport infini au précedent. Cette conſidera-

tion

tion à l'égard de la progreſſion géometrique, eſt le fondement de la doctrine des ordres radicaux, ou des racines de l'Infini, dans toutes les varietés de leurs expoſans. Quelques Géometres avoient deja ſenti le beſoin de ces ordres radicaux dans les équations des courbes, lorſque l'une ou l'autre des deux inconnues de différentes dimenſions eſt portée juſqu'à l'Infini. La Théorie de ces ordres eſt ici expliquée à fond. Les racines d'un expoſant fini, quoique du même ordre potentiel que l'Infini dont elles ſont racines, ſont infiniment moindres que lui, & diſparoiſſent devant lui. Bien davantage, ces racines formant dans l'intervalle de 1 à l'infini une progreſſion géometrique finie par le nombre de ſes termes, & ne différant entre elles que de quelques ordres radicaux, ou même d'un ſeul ordre radical, ſont néanmoins infiniment plus grandes les unes que les autres, & diſparoiſſent ſucceſſivement les unes devant les autres. Il n'en eſt pas de même, quand le rapport géometrique de 1 à l'infini a été diviſé en un nombre infini de parties ou de termes dans la progreſſion. Aucun n'eſt infiniment grand par rapport à celui qui le précede, & du côte de l'origine ils ſont réellement finis. Cette derniere proprieté convient auſſi à la progreſſion arithmétique infiniment diviſée: & de-là naît une curioſité nouvelle dans les calculs. Une longue ſuite de nombres finis preſentés ſous une forme infinie. Cette forme ſe réduit aux nombres naturels dans la progreſſion arithmétique, & il eſt impoſſible de les y réduire dans la géometrique. Mais

ou

on démontre que dans cette derniere progression le second terme plus grand que 1, est plus petit que 2, le troisieme plus petit que 3, le quatrieme plus petit que 4, & ainsi de suite.

Il s'agit dans la troisieme Section de la suite infinie des nombres naturels élevée à ses puissances, & comparée à la progression géometrique correspondante. Cette Section est le véritable fondement de tout l'ouvrage. Elle ne peut être comprise elle-même que par une étude très attentive; elle enferme des suppositions que la seule accoûtumance à l'objet peut faire paroître d'abord recevables, ensuite necessaires, & enfin vrayes. Nous allons rapporter les deux principales. La suite naturelle des nombres, à commencer par 1, va jusqu'à l'infini, dernier terme du premier ordre. On sera sans doute surpris de trouver dans cette suite, si exposée aux yeux de tout le monde, des proprietés auxquelles il y a bien de l'apparence que personne n'avoit encore pensé. Le dernier terme de cette suite est infini par l'hypothese & par la nature de la chose. Mais le précédent, qui n'en différe que de l'unité, est infini lui-même, puisqu'il n'est moindre que d'une grandeur qui n'est pas grandeur par rapport à lui. Nous dirons la même chose de l'antépénultieme & de tous ses semblables en reculant, jusqu'à ce que nous ayons une quantité infinie d'unités qui mette une différence pleinement infinie entre le plus haut des Infinis & le plus haut des Finis. Il y a donc déja une infinité d'Infinis dans la suite des nombres naturels,

ſuite arithmétique que l'Auteur appelle *A*. De plus nous avons vû que l'Infini diviſé par un nombre fini, ou ce qui eſt la même choſe, toute aliquote finie de l'Infini, par exemple, ſa 10me, ſa 100me, ſa 1000me partie, eſt un Infini. Ainſi diviſant la ſuite infinie des nombres naturels par le plus grand nombre fini poſſible, il n'y aura que la premiere des parties de cette diviſion qui contienne les Finis. Par-là on apperçoit aiſément le nombre prodigieux d'Infinis contenus dans toutes les autres, & il ne reſte que la difficulté de comprendre comment les Finis mêmes peuvent être encore en nombre infini. On ne laiſſera pas de le ſentir indépendamment des preuves plus longues que l'Auteur en donne ; en penſant que le premier des Infinis, que nous déterminons pour un moment, ne ſurpaſſant le dernier des Finis que de 1, ne peut être un nombre infini lui-même que par un nombre infini de Finis qui l'auront précédé.

Le nombre infini des Finis, partie la moins conſidérable de la ſuite *A* étant poſé : l'Auteur fait une diſtinction remarquable entre les Infinis ſuivans, & c'eſt-là ce que nous appellons ſa premiere ſuppoſition, qu'il employe en pluſieurs autres endroits. Il diſtingue les Infinis croiſſans ou variables, de l'Infini fixe qui termine la ſuite, & il invente même pour eux tous un caractere nouveau. Nous avons beſoin, pour faire entendre ſa penſée dans un Extrait, d'emprunter une comparaiſon bien éloignée par elle-même, mais ſuffiſamment exacte dans ſon rapport. Que l'on prenne pour un moment le nombre mille pour l'Infini fixe, le nombre cent pour le plus

grand

grand des Infinis croissans & variables, & le nombre dix pour le plus petit d'entre eux. Tous les Finis sont représentés par les nombres compris entre 1 & 10. Je divise 1000 par 100, ce qui est la plus grande division que j'en puisse faire sans tomber dans le Fini. Je commence par prendre une centieme de mille qui me donne déja un Infini, mais le plus petit qui existe. Je continue par deux centiemes, trois centiemes, jusqu'à dix centiemes, qu'on doit regarder comme le premier Infini croissant. Au delà je trouve 20 centiemes, second Infini croissant; & allant toûjours, j'arrive enfin à cent centiemes de mille, c'est-à-dire, à mille complet, ou à l'Infini fixe. Au reste cet Infini fixe n'est ici que l'Infini du premier genre; & l'on verra par les hypotheses suivantes, que les nombres revêtus même de la condition d'Infinis, ne peuvent jamais s'arrêter. En effet si un nombre infini par rapport à nous, n'est qu'un nombre au delà de toute compréhension ou de toute détermination humaine, il n'est pas pour cela le dernier des nombres possibles; & rien n'empêche qu'on ne le double, qu'on ne le quarre, en un mot qu'on ne fasse sur lui toutes les opérations que l'on fait sur les grandeurs inconnues ou indéterminées de l'Algebre. Et par rapport à l'Infini fixe, quand ce premier Infini ne seroit pas un nombre unique ou individuel, il seroit toûjours assés fixe comme Infini, pour soûtenir les rapports que l'on appuye actuellement sur lui dans la plûpart des suppositions ou des considérations mathématiques. Ces vûes qu'on pourroit étendre davantage, paroissent suffire pour réduire toûjours aux termes seuls, dont

les Géometres sont obligés de se servir, les contradictions qui leur sont quelquefois reprochées par des hommes étrangers à la Géometrie.

La suite *A*, ainsi établie, l'Auteur passe à l'examen de *A* élevée à 2, ou d'une suite où tous les termes de la premiere sont élevés à leur quarré. Elle finira donc par l'Infini élevé à la seconde puissance, ou par le quarré de l'Infini. Cette suite a autant de termes que la prémiere; mais elle saute un nombre toûjours croissant des termes de la premiere: car lorsque la premiere est à 4, celle-ci est à 16, quarré de 4, & 16 dans la premiere est encore bien éloigné. Cette considération conduit M. de Fontenelle à sa seconde supposition, bien plus extraordinaire que celle que nous avons déja exposée.

Il est constant que dans la suite des quarrés on arrive aux Infinis bien plutôt que dans la suite des nombres. Ainsi en concevant ces deux suites placées l'une sur l'autre: & supposant que dans la suite des quarrés on tient le premier quarré infini, ce premier quarré étant prodigieusement plus loin dans la suite des nombres, il y a nécessairement dans celle-ci un nombre innombrable de Finis, au dessus desquels sont leurs quarrés encore plus infinis que le premier, puisqu'ils vont toûjours en croissant. Voilà le paradoxe: Des nombres finis dont le quarré est infini. L'Auteur paroît avoir été effrayé lui-même de cette conséquence. Il va jusqu'à dire qu'elle a pensé lui faire abandonner tout ce systême de l'Infini, & il promet encore très-sincerement de renoncer à cette idée, si on lui fait voir que sans elle on peut faire un systême

lié

ſé de l'Infini dans la Géometrie, ou qu'il y ait quelque autre idée à lui ſubſtituer ; qui faſſe le même effet ſans avoir la même difficulté ou une équivalente.

Cet aveu eſt accompagné d'ailleurs de toutes les raiſons qui peuvent adoucir une propoſition, qui devient un principe pour toute la ſuite de l'Ouvrage. Les Géometres n'ont opéré juſqu'à préſent que ſur les Finis qui ſont à l'origine, ou au commencement des ſuites, ou ſur les Infinis complets ou fixes qui les terminent ; ainſi on n'a encore bien ſaiſi que les deux extrémités. Mais les plus grandes merveilles de l'Infini arrivant dans le paſſage de l'un à l'autre, il n'eſt pas étonnant que celui qui examine le premier ce paſſage, y trouve dequoi ſurprendre ſes Lecteurs, comme il a été ſurpris lui-même. Les Finis en mouvement, ou comme diſent nos habiles voiſins, *en fluxion*, pour devenir infiniment grands ou infiniment petits, ſont d'une nature moyenne qui a ſes propriétés particulieres. En un mot, il ne paroît pas qu'on puiſſe refuſer à l'Auteur le droit d'établir une nouvelle Claſſe pour ces Finis, qu'il appelle *indéterminables*, & qui n'étant pas encore aſſés grands pour être infinis par eux-mêmes, ſont déja aſſés grands pour devenir infinis par l'élévation à leur quarré.

M. de Fontenelle ne s'en tient pas à la ſuite *A*, portée à ſa ſeconde puiſſance. Il la fait paſſer par tous les expoſans entiers & fractionaires, quelques-uns en expreſſions particulieres, & tous enfin en expreſſions générales. Ce détail le mene juſqu'au nombre de dix-huit ſuites, toutes approfondies & évaluées. Elles le ſont

en effet d'une maniere si conforme aux principes qu'il a posés, & pour dire quelque chose de plus, à leur nature propre, qu'il n'y a point de Lecteur intelligent qui prenant les deux ou trois premieres pour modele des recherches qui sont à faire, ne trouvât dans les autres précisément tout ce que l'Auteur y trouve : marque infaillible de la justesse & de la certitude de ses premieres vûes.

La comparaison de la suite *A* avec une suite géometrique introduite entre 1 & l'Infini, & que l'Auteur appelle *G*, est le dernier objet de la troisieme Section. Toutes les différences de la suite *A* sont égales & finies, puisqu'elles sont toutes l'unité, & leur somme est infinie. Il se trouve par la formule générale des calculs, que la somme des différences de la suite *G* est aussi infinie. Mais au lieu qu'il est essentiel à une suite arithmétique que toutes ses différences soient égales, il est essentiel à une suite géométrique que toutes ses différences soient inégales, & même les plus inégales dans leur total qu'il s'en puisse trouver en aucune suite imaginable non géométrique. Par-là la suite *A*, & la suite *G*, sont de toutes les suites les plus opposées entre elles : c'est un principe dont l'Auteur fait un grand usage dans tout son Livre. Il faut donc que ces deux suites convenant dans le nombre infini de leurs différences ; d'ailleurs toutes les différences de *A* étant l'unité, toutes les différences de *G* soient les unes plus petites & les autres plus grandes que l'unité ; & que toutes les différences de *A* étant égales, dans *G* au contraire il y en ait de finies vers l'origine, & d'infinies vers l'extrémité ; de telle sor-

te-

te pourtant que le nombre des finies est infini, & que le nombre des infinies est fini. Enfin au lieu que la somme de *A* est un Infini du second ordre, celle de *G* n'est qu'un Infini du premier; mais au lieu que la somme de *A* n'est que la moitié précise de l'Infini du second ordre, celle de *G* est l'Infini du premier multiplié par un très-grand nombre fini, mais inconnu.

L'Auteur dans la quatrieme Section vient à la grandeur infiniment petite. L'infiniment petit est une partie du Fini résultante d'une division poussée jusqu'à l'Infini. Ainsi l'infiniment petit est essentiellement une fraction dont le numerateur est fini, & le dénominateur infini. L'infiniment petit n'est en quelque sorte que l'inverse de l'infiniment grand. Les mêmes nombres & les mêmes caracteres servent pour l'un & pour l'autre, & l'on ne trouve pas plus de bornes à l'un qu'à l'autre. Une analogie parfaite regne toûjours entre leurs proprietés contraires. Comme l'Auteur continue d'examiner les grandeurs dans les suites; pour comprendre l'objet principal de cette Section, il ne s'agit que de se représenter toutes les suites de la précédente, changées en fractions, dont le numerateur perpetuel est l'unité, & dont les dénominateurs sont les termes consécutifs de chacune de ces suites. Par-là les infiniment grands de différens ordres dans les premieres, deviennent des infiniment petits des mêmes ordres dans les secondes. Mais les Finis demeurent dans leur ordre, quoique diminués dans la proportion, par exemple, de 3 à 1. Les som-

mes de ces ſuites fractionaires ſont bien différentes de celles des ſuites auxquelles on les compare : celles-ci deviennent plus grandes à proportion qu'elles ont moins de termes finis & plus d'infinis ; les fractionaires au contraire ne conſervent dans leurs ſommes quelque valeur ſenſible, que par les Finis de leurs correſpondantes ; & ces ſommes ſont par conſéquent d'autant moins conſidérables, que les ſommes des correſpondantes l'étoient davantage.

Il arrive de-là qu'une ſuite ſi élevée dès le ſecond terme, & ſi croiſſante juſqu'au dernier, qu'elle n'aura eu pour ſomme que ce dernier terme dans la Section précédente, pourra être ſi abaiſſée & ſi décroiſſante dans celle-ci, qu'elle n'aura pour ſomme que ſon premier terme ou l'unité. Enfin par rapport à l'uſage de la ſommation des ſuites qui ſe préſente ſouvent dans la Géometrie, il eſt toûjours certain que la ſomme totale d'une ſuite fractionaire ſera infinie, ſi les Finis de la ſuite d'entiers correſpondante ſont en nombre infini ; & qu'au contraire cette ſomme totale ſera finie, ſi les Finis de la ſuite correſpondante ne ſont qu'en nombre fini.

Nous n'omettrons pas ici un exemple de cette eſpece, qui démontre, *à poſteriori*, l'exiſtence des Finis indéterminables. On ſait par des Méthodes connues d'ailleurs, que la ſuite fractionaire $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, &c. a une ſomme infinie, & qu'au contraire cette même ſuite étant quarrée $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{16}$, &c. n'a qu'une ſomme finie. Il y a donc néceſſairement des nombres finis devenus infinis dans leurs

quar-

quarrés; qui demeurant finis dans la suite fractionaire des nombres, donnent une somme infinie, & qui devenant infiniment petits dans la suite fractionaire des quarrés, réduisent leur somme à n'être que finie. Cette même expérience de Calcul démontre encore qu'il y a un nombre infini de nombres finis, puisque la suite fractionaire des nombres ne peut être infinie dans sa somme que par le nombre infini de ses Finis; & l'on voit enfin que les Finis indéterminables se trouvent dans le passage du Fini à l'infiniment petit, comme dans le passage du même Fini à l'infiniment grand.

Nous ne nous étendrons pas davantage sur la quatrieme Section, quelque nombre d'autres curiosités qu'elle renferme; telles que sont des suites infinies qui n'ont pour valeur qu'un nombre donné 2, 3, ou tel autre qu'on voudra; ou la détermination des Elémens immédiats des Infinis de tout ordre, c'est-à-dire, la grandeur précise qui, prise une infinité de fois, donne cet ordre. L'emploi de l'Infini n'a d'abord été imaginé que pour chercher des valeurs finies: & dans cet ouvrage même où l'Auteur ne paroît avoir d'autre objet que l'Infini, on trouvera par-tout beaucoup à gagner pour la Géometrie commune, par la précision des idées & par l'adresse des Calculs.

La cinquieme Section est destinée à l'examen des incommensurables. On a sû de tout tems que l'incommensurabilité tient à l'Infini, puisqu'un incommensurable cherché entre deux fractions poussées à quelques nom-

bres que ce puisse être, ne se trouve jamais, quoiqu'on sache qu'il est entre l'une & l'autre. Mais M. de Fontenelle fait voir que tout incommensurable a sa place dans une progression arithmétique infinie, comprise entre l'unité & le nombre dont on cherche la racine. Cette suite est : Un. Un, plus une infinitieme. Un, plus deux infinitiemes. Un, plus trois infinitiemes, &c. L'Infini pris pour constant ou fixe, sert donc de dénominateur à la seconde partie de chaque terme dont les nombres naturels sont les numérateurs successifs. Or nous savons par la doctrine expliquée dans la troisieme Section, que ces nombres naturels sont d'abord des Finis déterminables, ensuite des Finis indéterminables, après quoi viennent les Infinis croissans ou variables, selon toutes leurs grandeurs, & enfin l'Infini fixe. Tant que ces numerateurs, toûjours divisés par l'Infini, ne sont eux-mêmes que Finis déterminables, ou indéterminables, ils n'ajoûtent à l'unité qui les précede que des différences infiniment petites ; & ces premiers termes ne peuvent contenir par conséquent que les racines dont l'exposant est infini. Mais dès qu'on en est aux Infinis croissans, l'unité se trouve augmentée dans chaque terme d'une grandeur finie, quoiqu'inexprimable ; & c'est parmi les grandeurs de cette espece que résident toutes les racines finies du nombre donné. Cette Théorie est démontrée par la nature de la chose bien entendue, & même par le calcul.

Mais comme l'on sait fort bien que la racine seconde & la racine troisieme de 3, par

exemple, quoique l'une & l'autre entre 1 & 2, sont à une distance finie, & non infiniment petite, l'une de l'autre; & qu'au contraire les termes de la suite infinie introduite entre 1 & 3 ne croissent de l'un à l'autre que d'une différence infiniment petite; on comprend aisément que les termes de cette suite infinie étant tous des inexprimables, ne sont pas tous pour cela des incommensurables, & qu'ainsi les incommensurables ne sont qu'une très petite partie du nombre infini des inexprimables.

Il suit de cette doctrine & d'autres principes certains, que toute suite arithmétique qui n'aura pas un nombre infini de termes entre 1 & le nombre dont on cherche la racine incommensurable, ne fournira aucun terme qui soit cette racine juste. Elle fournira seulement des termes entre lesquels cette racine sera comprise; & plus on introduira de termes, plus on rétrécira les limites qui enfermeront cette racine. L'Auteur tire de cette Théorie une méthode nouvelle & ingénieuse pour trouver deux nombres commensurables, dont l'un soit plus petit & l'autre plus grand que la racine incommensurable de moins que d'une différence donnée, & cela sans faire différentes approximations comme à l'ordinaire.

L'Auteur parle dans sa sixieme Section des grandeurs positives & négatives, réelles & imaginaires. Il remarque d'abord que l'idée de soustraction attachée communément au signe — dans l'Algébre, est l'idée qui convient le moins essentiellement aux grandeurs affectées de ce signe. Les Algébristes ont

paru se borner à cette idée, qui suffit pour la conduite des calculs. Mais il semble que les Géometres ayent mieux connu le véritable esprit de la chose, puisque dans la construction de leurs Problêmes résolus, le signe — leur fait placer à gauche, ce que le signe + leur a fait placer à droite. En effet, selon M. de Fontenelle, le positif & le négatif indiquent principalement une certaine opposition entre des grandeurs qui peuvent d'ailleurs être égales ou inégales entre elles. Ainsi prenant pour positifs les degrés de l'élévation du Soleil au-dessus de l'horizon, les degrés semblables de son abaissement au-dessous de l'horizon seront négatifs, & le point zero de l'horizon sera le passage des uns aux autres. Prenant de même pour positifs les degrés de la partie orientale du Ciel jusqu'au Zenith, les degrés semblables de la partie occidentale seront négatifs; mais en ce cas on aura pour terme moyen ou pour le point du passage, 90 au Zenith, après lequel on compteroit en reculant — 89 — 88, &c. Ce nombre 90, ici arbitraire, représente tout autre; & les Géometres ont aussi eu cette idée, puisqu'ils ont reconnu que l'on passoit du positif au négatif par l'Infini aussi-bien que par zero. Enfin l'exemple d'un exposant négatif qui produit une fraction, prouve que le signe — n'indique pas du moins principalement une soustraction.

Cela posé, l'Auteur considere en toute grandeur son être numérique, par lequel elle est une telle grandeur, & son être spécifique par lequel elle a une certaine opposition avec

une

une autre grandeur égale ou inégale à elle. Nous déſignerons deſormais avec lui cet être ſpécifique dans les grandeurs négatives, par l'oppoſition d'une dette à un fonds. Ainſi appellant un fonds *a*, & une dette —*a*, on trouvera conforme à la nature de cette idée tout ce qui arrive dans les additions & ſouſtractions algébriques. Ajoûter un fonds à un fonds, c'eſt augmenter le poſitif. Ajoûter une dette à une dette, c'eſt augmenter le négatif. Ajoûter une dette à un fonds, c'eſt diminuer le poſitif. Ajoûter un fonds à une dette, c'eſt diminuer le négatif. D'un fonds ôter une dette, c'eſt augmenter le poſitif. D'une dette ôter un fonds, c'eſt augmenter le négatif: exemples, & en même tems raiſons, de la conſervation ou du changement des ſignes dans ces premieres opérations.

La diſtinction de l'être ſpécifique & de l'être numérique eſt un peu plus difficile, & néanmoins plus néceſſaire à l'égard des multiplications & des diviſions. Appellant *a* un fonds, & *b* un nombre, 3, par exemple, *ab* ſignifie 3 fonds; & — *a* étant une dette, & *b* le même nombre 3, —*ab*, ſignifiera trois dettes. Mais l'idée de l'être ſpécifique ne paroît plus dans *ab*, qui peut être regardé comme un produit de nombres purs; au lieu que cette idée particulierement attachée au négatif, ſubſiſte dans —*ab* qui conſerve le ſigne —.

Multiplier un fonds par un fonds, ou une dette par une dette, eſt une choſe abſurde. C'eſt pourquoi cette ſuppoſition forcée s'évanouit dans le calcul, & *aa* venant en plus

dans l'un & dans l'autre cas, ne présente que l'idée de nombre. Il en est de même de la division. Si je divise une dette par un nombre qui me donne, par exemple, le tiers de la dette, l'être spécifique demeure dans le quotient négatif: mais divisant une dette par une dette, chose absurde, le quotient devient un pur nombre positif.

Voilà l'origine des imaginaires : ce sont les racines quarrées, ou les racines paires toûjours réductibles à quelque racine quarrée, d'une grandeur affectée du signe —. Ou pour exprimer la chose d'une maniere qui tienne de plus près à la doctrine que nous exposons ; une imaginaire est la racine quarrée d'une grandeur qui réellement n'est point un quarré. En effet, tout quarré est le produit d'une grandeur multipliée exactement par elle-même. Or $-aa$ qui conserve la marque de l'être spécifique, ne peut être qu'une dette $-a$ multipliée par un nombre a, ce qui ne fait point une grandeur multipliée exactement par elle-même, & dont par conséquent on puisse avoir la racine proprement dite. Mais $-aa$ imaginaire comme quarré est un plan ou un produit réel d'une dette par un nombre c'est pour cela même que multipliant la racine de $-aa$ par elle-même, ce qui n'est à la lettre qu'ôter le signe radical & écarter l'idée de quarré, je retrouve la grandeur réelle $-aa$.

Nous ne nous étendrons pas davantage sur ce sujet: il nous suffira d'observer qu'il est démontré par l'exemple des imaginaires, que le calcul n'est immanquable dans ses loix, que parce qu'il a un fondement réel; puis-

que la moindre supposition fausse, disons mieux, puisque le côté faux d'une supposition qui a un côté vrai, se manifeste séparément du côté vrai par le résultat du calcul même. Ainsi pour nous rapprocher de notre sujet principal, il est impossible, aux yeux du moins de tout Géometre, que la supposition de l'Infini soit fausse dans aucun des cas où elle donne un rapport vrai.

Quoique la septieme Section, qui terminera cette premiere partie de notre Extrait, soit la plus longue de tout l'ouvrage, nous tâcherons d'en rendre compte en peu de mots. Nous avons déja eu lieu de parler des sommes de quelques suites; c'étoit une conclusion attachée à la considération de leurs propriétés particulieres. Mais dans cette Section l'Auteur considere principalement l'ordre & la grandeur des sommes, & examine quelles sortes de suites doivent les avoir données.

Nous apporterons pour premier modele d'une somme de suites, l'exemple aisé de la suite infinie des unités qui ne croissent point, & qui a l'Infini pour somme. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, &c. sont des fractions décroissantes moindres chacune que l'unité; mais comme elles seront en nombre infini, elles auront aussi pour somme un Infini, moindre à la vérité que celui des unités, mais du même ordre. Cet ordre est immédiatement supérieur à celui des termes qui sont tous finis, mais en nombre infini. La suite naturelle des nombres commence par des Finis, & n'a pour différence d'un terme à l'autre que l'unité constante. Cependant elle arrive à l'Infini, bien avant

même

même ſes derniers termes, parce que le nombre de ces unités qui lui ſervent de différences eſt infini: Exemple dont on peut conclure, que toute ſomme qui aura un Infini pour ſomme de ſes différences, aura un Infini pour le moins dans ſon dernier terme. En ce cas, la ſomme de la ſuite principale pourra être de l'ordre immédiatement ſupérieur à celui du dernier terme, & ne pourra jamais être d'un ordre plus élevé; elle pourra auſſi n'être que de l'ordre du dernier terme, & ne pourra jamais deſcendre plus bas.

Outre l'ordre des ſommes, on peut auſſi conſiderer leur grandeur. Une ſuite toute formée d'Infinis égaux, auroit pour ſomme l'Infini tout entier du ſecond ordre. La ſuite naturelle des nombres qui commence par des Finis, & qui eſt croiſſante, n'a pour ſomme que la moitié de cet Infini; ainſi ces deux ſuites ſont égales par l'ordre, & différentes par la grandeur.

Une ſuite géométrique formée de tous les ordres d'Infinis, & qui iroit juſqu'à l'Infini de l'ordre infinitieme, n'auroit pour ſomme que ce dernier terme, qui feroit diſparoître tous les autres. Mais la ſuite naturelle des nombres, dont chaque terme ſeroit élevé à une puiſſance infinie, auroit pour ſomme le même Infini que la précédente, multiplié par un très grand nombre fini inconnu. Ainſi ces deux ſommes ſeroient encore égales par l'ordre, & différentes par la grandeur.

Nous ne faiſons cet expoſé, que pour faire concevoir le prix d'une ſpéculation également ſublime & exacte, qui, entre ces termes

règlés d'ordre & de grandeur, place des infinités de suites dans les degrés successifs qui leur conviennent : arrangement toûjours tiré de la nature de leurs différences décroissantes en général pour les grandes sommes, & croissantes pour les moindres; parce que les différences décroissantes donnent vers la fin des suites, un plus grand nombre de grands termes, & qu'au contraire les croissantes en donnent un moindre. On se doutera bien que l'Auteur pousse sa Théorie jusqu'aux suites fractionaires, dont il détermine les sommes. Elles sont souvent finies, mais elles peuvent être infinies du premier ordre, sans aller jamais plus haut.

L'Auteur examine enfin une suite qui seroit composée d'une infinité de termes introduits entre chacun des nombres de la suite naturelle, ce qui donneroit autant d'infinités qu'il y a de termes dans cette suite, & formeroit par conséquent une suite infiniment infinie. On seroit porté à croire que l'Infini même auroit peine à fournir l'expression de la somme d'une pareille suite. Cependant en prenant la somme de chaque infinité introduite entre tous les nombres, & formant une suite infinie de ces sommes, on voit avec suprise que le tout ensemble ne monte qu'à la moitié de l'Infini du troisieme ordre. Ainsi pour amener cette Théorie à une simple règle d'usage, on connoîtra toujours l'ordre de la somme d'une suite infiniment infinie, en élevant son premier & son dernier terme à l'ordre immédiatement supérieur à celui dont ils sont, & en supposant que

que ce premier & ce dernier terme ainsi élevés, sont les deux extrêmes d'une suite simplement infinie. Car on saura toûjours par cette Section, de quel ordre sera la somme de cette derniere; & après avoir fait sur la premiere la préparation marquée, elles seront infailliblement l'une & l'autre du même ordre.

La plûpart de ces spéculations, qui ne paroissent que curieuses dans la Section où elles sont présentées, sont des fondemens nécessaires pour l'intelligence de la partie de l'Ouvrage où l'Auteur entrera dans la contemplation des courbes: Et si l'on ne donnoit pas à la doctrine des sommes des suites toute l'attention qui lui est dûe, on se trouveroit obligé de revenir sur ses pas, quand il s'agira des courbes qui ne sont que des représentations de ces mêmes suites. A l'égard, par exemple, des suites croissantes, il est important de connoître celles qui sont sommables de celles qui ne le sont pas; car delà dépendra la quadrature possible ou impossible des courbes qui exprimeront géométriquement ou les unes ou les autres. Et à l'égard des suites décroissantes, il est nécessaire de distinguer celles dont les sommes sont infinies, de celles qui ne sont que finies, pour pouvoir juger dans les courbes asymptotiques quelles sont celles où les espaces qui portent ce nom seront infinis, & celles où ces espaces seront seulement finis. M. de Fontenelle réduit ces différentes observations à un moindre nombre de règles qu'on n'auroit oser l'esperer d'un détail aussi vaste que celui

celui où il s'eſt vû obligé d'entrer pour en établir les principes. Rien ſur-tout ne fait mieux voir le beſoin que l'Auteur a eu de ces préparations, que l'examen d'une ſuite infiniment infinie, qui ne paroît d'abord qu'un exercice d'eſprit. Car toutes les courbes dont l'axe eſt infini, repréſentent cette derniere eſpece de ſuites.

Nous dirons la même choſe de pluſieurs autres définitions ou diſtinctions qui terminent la Section ſeptieme, & que nous n'avons pas même deſſein d'omettre. Mais nous avons reconnu que dans un abrégé comme celui-ci, l'expoſition de ces articles particuliers ſeroit plus courte, plus claire & plus utile, en les renvoyant aux endroits où nous en devons faire l'application immédiate aux différentes proprietés des courbes qui feront la matiere de la ſeconde partie de cet Extrait, à laquelle nous allons paſſer.

I I.

De l'Infini dans les Lignes droites ou courbes.

On ſait aſſés que la Géometrie, ſur-tout dans ſa partie de pure ſpéculation, conſiſte à repréſenter par des lignes, des rapports continus de nombres. Mais aucun Géometre n'a mieux fait ſentir cette repréſentation que M. de Fontenelle, qui employe toute la ſeconde moitié de ſon ouvrage à l'établir & à l'expliquer. Nous avons parlé des ſuites de nombres pouſſées juſqu'à l'Infini dans la premiere partie, nous indiquerons dans celle-ci l'effet

fet de ces suites exprimées par des lignes droites ou courbes.

La huitieme Section de la premiere partie présente d'abord un triangle dont les trois côtés sont finis, & dont les angles demeurent toûjours les mêmes, quoique les trois côtés deviennent des infiniment grands ou des infiniment petits de tous les ordres. Ensuite, la base demeurant finie, les deux côtés vont monter à l'Infini du premier, du second, du troisieme ordre, &c. & comprendront par conséquent un angle infiniment petit de l'ordre correspondant. Ou bien, les deux côtés demeurant finis, la base va descendre à l'infiniment petit du premier, du second, du troisieme ordre, &c. auquel cas les deux côtés comprendront un angle du même ordre que la base. En un mot & par régle générale, l'angle du sommet sera toûjours de l'ordre inférieur correspondant à la supériorité de l'ordre des côtés sur la base.

Dès le premier ordre inférieur de l'angle du sommet, qui a commencé par le Fini, les deux côtés deviennent paralleles, mais d'un parallélisme non absolu, & qui s'augmentera par tous les ordres d'infiniment petits de cet angle jusqu'à zero. Le parallélisme de deux côtés croissant toûjours, les amenera par les mêmes degrés à une perpendicularité absolue sur la ligne qu'on avoit d'abord prise pour base.

Nous venons de donner en lignes droites l'idée d'une suite de grandeurs croissantes ou décroissantes d'ordre. Nous donnerons de même en lignes droites l'expression de la suite

te entiere des nombres naturels que nous avons appellée *A* dans la premiere Partie. Supposant une ligne infinie qui tiendra lieu d'axe, nous la diviserons en parties égales & finies qui représenteront les unités: & élevant perpendiculairement sur chacune de ces unités, des lignes qui croîtront de l'une à l'autre, comme 1, 2, 3, 4, &c. nous arriverons à une derniere ordonnée infinie & égale à l'axe: de sorte que concevant une hypothenuse ou diagonale tirée de l'origine de l'axe, à l'extrémité de la derniere ordonnée, cette hypothenuse passera par l'extrémité de toutes les autres. Ainsi nous aurons un triangle rectangle isoscele, dont la valeur sera par les Elémens de la Géométrie commune, la moitié de la base ou de l'Infini multipliée par la hauteur ou par l'Infini; c'est-à-dire, la moitié de l'Infini du second ordre, qui est en effet la somme entiere des nombres naturels.

Nous disons plus: un triangle rectangle fini représente aussi, non pas à la verité l'absolu de *A*, qui est infini, mais le nombre, les rapports, & les deux différens ordres de ses termes. Il faut pour cela diviser par l'imagination la base finie en parties infiniment petites & égales, qui seront par conséquent en nombre infini. Sur les premieres de ces parties vers l'origine, je conçois des lignes infiniment petites qui croissent de l'une à l'autre comme 1, 2, 3, 4, &c. Il y aura une infinité de ces ordonnées avant la premiere, qui soit finie & sensible; comme dans la suite *A*, il y a une infinité de nombres finis: & il y aura une autre infinité beaucoup plus gran-

de d'ordonnées finies jusqu'à l'extrémité de l'axe, comme dans la suite *A* il y a une infinité d'Infinis beaucoup plus grande que l'infinité des Finis.

Tous les nombres croissans ou décroissans, selon telle raison qu'on voudra, peuvent être conçûs changés en lignes, & posés ainsi sur un axe. Mais en les concevant tous posés à distance égale, & infiniment petite les unes des autres, il n'y a que les nombres compris dans des suites arithmétiques dont les extrémités puissent former une ligne droite. Tous les autres formeront des courbes qui feront en général l'objet des Sections suivantes.

Pour prendre une idée générale des lignes courbes, ce qui fait le sujet & le titre de la neuvieme Section; il faut détacher toutes ces extrémités d'ordonnées, des ordonnées mêmes auxquelles elles appartiennent, pour en former une ligne continue, qui n'étant pas droite, aura des élémens de courbure que nous allons examiner. Représentons-nous d'abord cette ligne formée par un point qui la décrit. Si ce point ne se détournoit jamais, il feroit une ligne droite; s'il se détourne finiment après chaque pas fini, il fera un polygone fini & sensible; & tout cela n'est point une courbe. Ce point sembleroit pouvoir se détourner finiment, ou faire un angle fini, après chaque pas ou à chaque côté infiniment, petit. Mais comme dans ce cas les angles finis seroient sensibles sans que les côtés infiniment petits le fussent, on sentira bientôt l'impossibilité

de

de cette ſuppoſition. Il reſte donc qu'à chaque pas infiniment petit, le point ſe détourne infiniment peu, ou faſſe un angle infiniment petit. Il arrivera de-là que tant que la courbe n'aura encore eu qu'un cours infiniment petit, on ne verra ni ſes côtés, ni ſes détours. Mais dès qu'elle aura la plus petite étendue finie, & par conſéquent un nombre déja infini & de côtés & de détours, on appercevra en même tems & la ligne & ſa courbure. En portant plus loin cette idée, on pourroit imaginer une ligne qui après chaque pas fini ne ſe détourneroit qu'infiniment peu, & qui par conſéquent, demeurant droite ou comme droite dans le Fini, ne ſeroit courbe que dans une étendue infinie. C'eſt une vûe qui aura ſon uſage dans la ſuite.

Mais à nous en tenir pour le préſent aux côtés infiniment petits ſe détournant l'un de l'autre infiniment peu ; on voit qu'en prolongeant un côté ſuivant vers le précédent, il forme avec lui un angle infiniment petit, qu'on appelle *angle de Contingence*. Le cercle eſt la ſeule de toutes les courbes où cet angle ne varie jamais, & qui ait par conſéquent une courbure uniforme. Cet angle croît ou décroît dans toutes les autres, & nous verrons ailleurs juſqu'où peut aller ſa variation.

Mais cet angle demeurant le même, la courbure peut encore varier, ou en augmentant par des côtés plus courts, ou en diminuant par des côtés plus longs dans le même ordre. Chacun des côtés de la courbe par ſon inclination toûjours différente à l'axe,

dé-

déterminera toûjours la tangente qui n'eſt que ſon prolongement ; & ſera toûjours l'hypothenuſe de ce petit triangle rectangle, ſi connu aujourd'hui des Géometres, dont un des petits côtés eſt la différence de l'abſciſſe, & l'autre la différence de l'ordonnée.

La ſuppoſition de l'infiniment petit fait que l'on peut appliquer l'égalité des pas de la courbe, indifféremment, ou à ſa différence qui eſt ce petit côté, ou à la différence de l'abſciſſe, ou à la différence de l'ordonnée ; bien entendu pourtant que l'une des trois priſe à volonté pour conſtante, les deux autres varieront à chaque pas d'une différence infiniment petite du ſecond ordre.

La dépendance réciproque de toutes les lignes finies ou infiniment petites, qui entrent dans une même courbe, fait que l'on peut exprimer la loi qui la rend telle par le rapport de l'une de ces lignes à une autre. On s'en tient communément, ou autant qu'on le peut, au rapport de l'abſciſſe à l'ordonnée, d'où l'on tire l'équation de toutes les courbes géométriques. Cette équation fait voir que le rapport de l'abſciſſe à l'ordonnée varie continuellement en toute courbe, mais d'une variation toûjours réglée par la même loi. C'eſt la nature de cette loi qui fait que la courbe a un cours fini comme le cercle, ou infini comme la parabole.

Dans la dixieme Section, l'Auteur explique les variations & les changemens des courbes. Il conſidere d'abord celles qui s'élevent au deſſus de leur axe, de ſorte que leurs ordonnées croiſſent toûjours de moins

en

en moins; d'où il ſuit que leurs différences ſont décroiſſantes. La courbe arrive donc à deux ordonnées égales ou cenſées égales; & leurs différences à zero, ou du moins à un ordre d'infiniment petit inférieur à celui dont elles étoient: c'eſt ce que l'Auteur appelle arriver au paralléliſme. Si la courbe arrive à ce terme par un cours fini, la ſuite des différences eſt ſimplement infinie. Mais ſi elle n'y arrive que par un cours infini, cette ſuite eſt infiniment infinie. En effet puiſque le demi-diametre du cercle, par exemple, qui n'eſt que fini, porte une ſuite infinie d'ordonnées & de différences; l'axe de la parabole, qui contient une infinité de fois le demi-diametre d'un cercle, doit porter une ſuite infiniment infinie d'ordonnées & de différences. Or comme l'ordonnée qui répond au parallélisme eſt elle-même la ſomme de toutes les différences précédentes; ſi cette ſomme eſt ſimplement infinie, l'ordonnée ne ſera que finie, comme celle qui eſt poſée ſur le milieu du diametre du cercle, & qui répond au paralléliſme de cette courbe. Mais ſi la ſomme des différences eſt infiniment infinie, l'ordonnée ſera infinie, comme celle qui eſt poſée à l'extrémité de l'axe infini de la parabole où ſe trouve ſon paralléliſme.

Il eſt de toute néceſſité qu'une courbe, dont les ordonnées ne croiſſent que par des différences décroiſſantes, arrive par un cours infini à une ordonnée moins grande que l'axe, dont les infiniment petits ont été pris égaux. Cette derniere ordonnée dans la parabole eſt donc moindre que l'axe, quoiqu'elle ſoit in-

 finie.

finie. Mais il y a des courbes, où cette derniere ordonnée, à l'extrémité même d'un cours infini, n'est que finie; & ce sont les courbes asymptotiques. La suite des différences infiniment petites des ordonnées de la parabole se termine par un infiniment petit du second ordre, ce qui se connoît par la nature de son équation différentiée, en supposant son axe infini. Mais si dans la supposition d'un axe infini, lorsque l'équation de la courbe la permet, je trouvois que la différence des ordonnées arrivât à un infiniment petit du troisieme ordre, ou de deux ordres au-dessous de la différence de l'abscisse, je conclurois sûrement que la courbe a une asymptote; parce qu'étant devenue parallele dès le premier infiniment petit du second ordre, elle a encore une suite infiniment infinie d'ordonnées, dont les différences infiniment petites du second ordre se terminent par un infiniment petit du troisieme. Or nous savons par la septieme Section, qu'une suite de cette espece n'a jamais qu'une somme finie. La derniere ordonnée, qui est cette somme, n'est donc que finie; & de plus elle est placée à l'extrémité d'une courbe d'un cours infini.

Une suite infiniment infinie de différences, qui est composée d'infiniment petits du premier ordre, & d'infiniment petits du second, & qui cependant ne donne qu'une somme finie, ne doit avoir en nombre infiniment infini que les infiniment petits du second ordre; car ceux du premier en nombre infiniment infini donneroient une somme infinie. Ceux-ci ne sont donc qu'en nombre simplement infini. La courbe asymptotique arrive donc à son asymptote après

près un cours fini, à la vérité indéterminable; & elle se confond avec cette asymptote pendant un cours infini; puisqu'elle n'en est distante au plus dans toute cette étendue que d'un infiniment petit du second ordre. C'est une proposition véritablement neuve, & presqu'un paradoxe, justifié pourtant par la construction actuelle de toutes les courbes asymptotiques, où, quoiqu'on sache que la courbe ne touchera réellement l'asymptote qu'à l'Infini, on la rencontre sensiblement de très-bonne heure.

La derniere différence des ordonnées d'une courbe qui tend au parallélisme, peut descendre encore plus bas que le troisieme ordre. Mais à proportion que cette derniere différence descendra plus bas, la courbe toûjours plus asymptotique, commencera toûjours plutôt à se confondre avec son asymptote, & ne sera courbe sensiblement que dans un plus petit espace fini indéterminable.

Quand la courbe est arrivée au parallélisme par un cours infini, il la faut regarder comme terminée, & il n'y a plus rien à y considérer. Mais quand elle n'y est arrivée que par un cours fini, elle peut en avançant toûjours par rapport à l'axe, ou redescendre, ou continuer de monter. Si elle redescend, elle demeure concave; si elle monte, elle devient convexe. Mais comme le parallélisme est un terme, il faut qu'elle y subisse un changement. Dans la premiere partie de son cours les ordonnées étoient croissantes, & les différences décroissantes. Si elle redescend, les ordonnées vont devenir décroissantes, & les différences croissantes; & cette contrariété de progrès entre les or-

ordonnées & les différences eſt la marque infaillible de la concavité. Si la courbe continue de monter, les ordonnées continueront de croître, & les différences croîtront auſſi; conformité de progrès qui accompagne toûjours la convexité. Auſſi les ordonnées croiſſantes arrivées à un terme par un cours fini, pouvoient encore croître ou décroître; mais les différences décroiſſantes arrivées à zero ne pouvoient que croître dans la ſuite d'une courbe. Le paſſage de la concavité à la convexité s'appelle *inflexion*.

Comme les angles de la courbe tournés vers l'axe dans la concavité ſont tournés en ſens contraire dans la convexité; il faut qu'au terme de paſſage, il y ait deux côtés de la courbe dont l'angle ne ſoit tourné de part ni d'autre; c'eſt-à-dire, qu'il y ait deux côtés qui ne faſſent préciſément aucun angle, ou poſés bout à bout l'un de l'autre. On conçoit là trois ordonnées égales dans le cas du paralléliſme parfait. Mais ſi le terme n'étoit qu'un certain degré de plus grande obliquité, les trois ordonnées ſeroient ſeulement les moins inégales de tout le cours.

La partie montante ou la partie deſcendante, en partant du parallèliſme, tendent toutes deux à la perpendicularité parfaite qui ſeroit un terme naturel, ou à un certain degré d'obliquité ſur l'axe qui ſeroit un terme arbitraire donné par l'équation de la courbe. Le terme même du paſſage pouvoit être, au lieu du parallèliſme, une obliquité plus grande où ſeroit arrivée la courbe qui après l'inflexion continuera de monter; mais il ne pouvoit être qu'un paral-

rallélisme parfait à l'égard de la courbe qui doit redescendre.

La même courbe arrivée au parallélisme, ou à la plus grande obliquité, peut revenir sur ses pas, & redescendre intérieurement ou extérieurement à sa premiere partie, ou bien encore monter à contre-sens de la premiere partie; c'est à dire, devenir convexe à l'axe auquel la premiere partie étoit concave: cette espece de changement s'appelle *rebroussement*. Il se fait par un petit côté de la courbe exactement posé sur celui qui le précede; ainsi les deux côtés n'en font qu'un. Cela n'empêche pas que l'on ne conçoive là comme dans l'inflexion trois ordonnées égales, ou les moins inégales de tout le cours: mais comme il y a ici un retour, la troisieme se confond avec la premiere.

L'Auteur, après avoir examiné les courbes qui arrivent au parallélisme, examine celles qui arrivent à la perpendicularité. Ces courbes sont d'abord convexes sur l'axe, & pour commencer par celles qui ont un cours infini, elles arrivent à une derniere ordonnée infinie à l'extrémité d'un axe infini, comme la parabole prise en dehors; ou bien elles arrivent à cette derniere ordonnée infinie à l'extrémité d'un axe fini, comme la cissoïde; les premieres n'ont point d'asymptote, & les secondes en ont. En supposant toûjours l'axe divisé en infiniment petits égaux; si la derniere différence croissante de l'ordonnée se trouve par le calcul ou un infiniment petit, ou même un fini, il n'y a point encore d'asymptote. Mais il y en aura une, si cette différence se trouve infinie. Elle sera donc supérieure de deux ordres à l'infiniment petit

de l'axe dans le cas de la perpendicularité, au lieu qu'elle lui étoit inférieure de deux ordres dans le cas du parallélisme.

Il y a un troisieme asymptotisme moyen entre les deux autres. Il consiste en ce que la courbe arrive à un autre côté oblique par un cours infini : tel est celui de l'hyperbole rapportée à son axe. Son asymptote dans ce sens est sa tangente infinie. Elle se confond avec elle après un cours fini indéterminable; aussi l'hyperbole paroît-elle bien-tôt une ligne droite infinie ; & à son extrémité le rapport de l'infiniment petit de l'ordonnée à l'infiniment petit de l'axe est fini. Le caractere général & infaillible de l'asymptotisme est donc qu'à l'extrémité d'un cours infini, le rapport de l'infiniment petit de l'ordonnée à l'infiniment petit de l'axe soit fini pour l'obliquité; supérieur au moins de deux ordres pour la perpendicularité ; & inférieur au moins de deux ordres pour le parallélisme. C'est encore une observation dûe toute entiere à M. de Fontenelle.

Si la courbe arrive à la perpendicularité par un cours fini, & qu'elle continue encore, il est nécessaire qu'elle ait là un rebroussement ou une inflexion, qui ne different point assez de ce que nous avons exposé dans le cas du parallélisme pour nous y arrêter

L'Auteur, à la fin de cette même Section, donne une premiere idée de la courbure des courbes, qui est un des principaux objets de son ouvrage. Nous avons déja remarqué qu'en toute autre courbe que le cercle, l'angle de contingence, qui détermine la courbure,

re,

re, varie sans cesse. Cet angle est infiniment petit par lui-même, puisqu'il distingue les pas d'une courbe. Tant qu'il demeure dans cet ordre il forme, quoique croissant ou décroissant, une courbure qu'on appelle ordinaire ou finie. Mais, comme décroissant, il a un terme qui est zero, ou du moins un infiniment petit d'un ordre inférieur à ce qu'il étoit ; & en ce cas il donne une courbure nulle. Ainsi, comme croissant, & tendant à donner une courbure infinie, il sembleroit qu'il dût avoir le fini pour terme, ou devenir lui-même fini. C'est même l'idée que les Géometres en ont eue jusqu'à présent, & qui ne les a point trompés dans le calcul. Mais M. de Fontenelle rectifie cette idée par rapport à la spéculation, & parvient dans la suite à rendre le calcul plus simple. Il ne s'agit ici que d'exposer en quoi il fait consister la courbure infinie, ou le dernier terme de la courbure croissante.

La courbure infinie n'arrivant jamais que dans un passage ou un changement de la courbe, il démontre d'abord qu'il est impossible qu'il y ait là un angle fini, qui par la loi de la croissance qui l'auroit amené à ce terme, pourroit être très grand, & même droit. Or il n'y a point de courbe, quelque point de passage qu'on lui suppose, dans le cours de laquelle on puisse appercevoir ni assigner aucun angle non plus qu'aucun côté déterminable. Cela est contraire à ce que l'œil, & bien plus encore à ce que l'esprit voit dans les courbes, pour peu qu'on ait approfondi leur nature. Voici donc en quoi consiste

la courbure infinie. On se souvient que vers le commencement de cette seconde Partie, nous avons remarqué que l'angle de contingence demeurant le même, la courbure augmente par un côté qui devient plus court. Ainsi l'angle de contingence demeurant infiniment petit, la courbure deviendra infinie, si à un côté de la courbe infiniment petit du premier ordre, tels qu'ils le sont tous, succede immédiatement & tout d'un coup un côté infiniment petit du second. La courbure croissante n'arrive donc pas à la courbure infinie par un angle fini qui est impossible dans une courbe. Mais sur le point que cet angle, pour satisfaire à la loi de la croissance, alloit être fini; le côté de la courbe devenant infiniment petit du second ordre, fait par rapport à la courbure infinie, la fonction qu'auroit faite un angle de contingence fini, s'il avoit pû exister.

De-là il suit que si la courbure infinie est jointe à une inflexion, il y aura deux côtés infiniment petits du second ordre posés bout à bout l'un de l'autre; & si elle est jointe à un rebroussement, ces deux côtés infiniment petits du second ordre seront exactement posés l'un sur l'autre.

Enfin, comme cette courbure infinie n'arrive qu'en un seul point de passage ou de changement, les côtés de la courbe reprennent aussi-tôt leur grandeur, & même leur égalité précédente; & les angles de contingence arrivés à un terme de croissance, décroîtront ensuite jusqu'à zero, ou jusqu'à un infiniment

petit d'un ordre inférieur, & donneront là une courbure nulle.

Dans les deux dernieres Sections de la premiere Partie, l'Auteur justifie par le calcul les vérités de spéculation que nous avons tirées des Sections précédentes. Il en trouve quelques-unes, en se servant du calcul différentiel, tel qu'on l'a employé jusqu'à présent; c'est-à-dire, en désignant tous les Infinis croissans ou fixes, complets ou incomplets, par un caractere uniforme; ou en ne distinguant les infiniment petits, qu'on a plus étudiés, que par des exposans en nombres entiers. Il y a bien des cas où cette indication vague suffit, parce qu'on n'y cherche que le rapport du Fini à l'Infini ou à zero, toûjours suffisamment déterminé par les distances les plus générales de l'un à l'autre. On a même établi des rapports finis, ou de nombre à nombre, entre des Infinis qu'on a presque toûjours pris du même ordre, ou entre des infiniment petits de différens ordres toûjours complets. Mais M. de Fontenelle introduisant la distinction des ordres potentiels & des ordres radicaux, met une plus grande exactitude dans le calcul, & répand par conséquent une nouvelle lumiere sur la Géometrie.

C'est par cette distinction que tout ce qu'il a avancé sur le parallélisme & sur la perpendicularité des courbes asymptotiques, ou non asymptotiques, est vérifié dans la Section onzieme. Cette distinction n'est pas nécessaire à l'égard des courbes, où l'une des deux inconnues devenant infinie, l'autre demeure fi-

nie, ou devient zero; parce que l'Infini quelconque de la premiere, ainsi que nous venons de le dire, la distingue suffisamment de l'autre. Mais lorsque deux inconnues de différente dimension deviennent infinies ensemble, elles le sont infailliblement en différent degré: & ce n'est qu'en démêlant cette différence, par le calcul même, quoiqu'on ne l'ait pas encore porté à cette précision, que l'on peut reconnoître la valeur propre ou le rapport exact de ces inconnues, dans cette situation extrême. Dans le cas du parallélisme des courbes, on sait, par exemple, que la différence de la derniere ordonnée de la parabole est infiniment inférieure à la derniere différence de l'axe, celle-ci étant toûjours un infiniment petit constant. Mais on n'avoit pas encore pris garde que cette infériorité infinie peut ne consister que dans l'infériorité d'un seul ordre radical dans le même ordre potentiel: & de plus, en ne se servant que d'Infinis vagues, cette supériorité suffit pour réduire l'infiniment petit de l'ordonnée à zero, en comparaison de l'infiniment petit de l'axe. Vérité de rapport général, dont les Géometres se sont contentés.

D'un autre côté il arrive quelquefois, comme dans la premiere parabole cubique, que le calcul différentiel ordinaire abaissera l'infiniment petit de l'ordonnée de trois ordres au-dessous de l'infiniment petit de l'axe, auquel cas la courbe devroit avoir une asymptote, puisqu'il ne faut qu'une infériorité de deux ordres pour cet effet: cependant la premiere parabole cubique n'en a point. Mais si l'on avoit

avoit bien caractérisé les Infinis, on auroit vû que ces ordres ne sont que des ordres radicaux; & il faut pour l'asymptotisme, que l'infériorité de la différence de l'ordonnée, par rapport à celle de l'axe ou de l'abscisse, soit de deux ordres potentiels.

L'Auteur discute avec la même attention le cas où les courbes arrivent à la perpendicularité par un cours infini; & il enseigne par des exemples la maniere dont il faut se servir du calcul différentiel pour trouver, par les distinctions qu'il a établies, les rapports justes que l'on cherche. Mais comme il observe lui-même que la perpendicularité d'une courbe sur un axe n'est que son parallélisme sur un autre; cette raison suffit pour nous dispenser de l'explication de ce second cas dans un Extrait.

Cette même Section finit par l'examen des soutangentes. Nous nous bornerons à dire sur ce sujet, que l'Auteur démontre que dans la perpendicularité, arrivant au bout d'un cours infini d'une courbe, la soutangente est souvent infinie. Cette proposition paroîtra sans doute un paradoxe aux Géometres, qui ont toûjours dit que toute soutangente étoit nulle dans la perpendicularité. Mais, outre qu'ils ne fondent cet axiome que sur ce qui arrive à l'origine ou à l'extrémité des courbes considérées dans un cours fini; d'ailleurs à l'extrémité même d'un cours infini, ils ont raison encore, non à l'égard de la valeur réelle de la soutangente qui est infinie, mais à l'égard de son rapport avec l'ordonnée, qui sera toûjours infinie au moins d'un ordre ra-

dical supérieur à celui de la soutangente. Ainsi la confusion des Infinis n'a pas donné une erreur de rapport entre ces deux lignes : mais elle a empêché de connoître la valeur propre de chacune d'elles.

Enfin, dans la douzieme & derniere Section de sa premiere Partie, l'Auteur applique à des courbes particulieres, ce qu'il a déja dit en général de la courbure. Les Géometres avoient tiré jusqu'à présent l'évaluation des courbures, des rayon des dévelopées, parce que l'angle que deux de ces rayons infiniment proches forment entre eux, est toûjours égal à l'angle de contingence. Mais sans employer les rayons d'une dévelopée, étrangere par elle-même à la courbe dont on cherche les proprietés; M. de Fontenelle donne une formule toute nouvelle de la courbure, tirée immédiatement de la nature de la courbe principale. Il trouve que le sinus de l'angle de contingence, dont il s'agit uniquement dans cette recherche, est l'hypothénuse d'un triangle rectangle, dont un des côtés est la seconde différence de l'ordonnée de cette courbe, & l'autre la seconde différence de son abscisse. Et de plus cette formule est beaucoup plus simple que celle du rayon de la dévelopée, dont il falloit tirer encore par une seconde opération le sinus de l'angle de contingence.

Cette formule, dont la valeur varie sans cesse à l'égard des autres courbes, a une valeur toûjours constante dans le cercle. Mais il faut la savoir trouver constante; comme dans les autres courbes, il faut savoir suivre sa variation; ce qui ne se peut sans un exa-

men

men attentif de qui leur arrive à chaque point en conséquence de leur nature.

L'Auteur résout ici une difficulté qui a été faite depuis longtems au sujet du Cercle, & par laquelle même quelques-uns ont crû ébranler la certitude de la Géometrie. On démontre qu'entre le cercle & sa tangente on ne sauroit faire passer aucune ligne droite; & l'on démontre aussi qu'entre le même cercle & sa tangente on peut faire passer une infinité d'autres cercles. Il y a là une contradiction qui paroît d'autant plus formelle, qu'il s'agit non seulement d'une ligne, mais d'une infinité de lignes qu'on semble faire passer dans un espace où l'on soûtient qu'il n'en peut passer une seule. Cette difficulté s'évanouira par l'image seule qu'on voudra se faire d'un nombre quelconque de cercles de différentes grandeurs, mais tous polygones infinis, appuyés tous par un de leurs côtés sur la même tangente, qui n'est que le prolongement de tous ces côtés de différentes grandeurs eux-mêmes, en une seule ligne droite. Car on verra qu'aucun de ces cercles ne passe dans l'autre; mais ils se détournent de cette tangente plus loin du premier point touchant les uns que les autres, à proportion qu'ils sont plus grands: & suivant l'idée que nous avons donnée de la courbure, faisant tous le même détour après de plus grands pas, ils sont moins courbes les uns que les autres, à proportion de leur grandeur. Au contraire, je ne saurois faire passer une ligne droite entre la tangente & aucun de ces cercles; & la ligne qui partant du premier point tou-

chant, coupera un ſeul d'entre eux, les couperа tous.

L'application que l'Auteur fait de la formule de la courbure à pluſieurs ſortes de courbes, & ſur-tout aux paraboles, eſt extrêmement curieuſe, par la gradation qu'il obſerve entre ces paraboles, non ſeulement d'un degré à l'autre, mais de la premiere à la derniere de chaque degré. En général, la courbure des courbes peut être croiſſante ou décroiſſante vers l'origine, & le contraire vers l'extrémité. Cette contrarieté indique qu'il y a un point où elles ont changé à cet égard la nature de leur progrès, & où par conſéquent elles ont eu un *maximum* ou un *minimum* de courbure que la formule fait trouver exactement. Mais le principal eſt de juger par la courbure de l'extrémité, ſi la courbe n'a point d'aſymptote, ou en a une. La comparaiſon de la branche perpendiculaire de la logarithmique qui n'en a point, avec la branche perpendiculaire de l'hyperbole qui en a une, fera conclure d'abord que le ſinus de l'angle de la courbure tombant à l'infiniment petit du quatrieme degré, ne marque point encore l'aſymptotiſme; au lieu que tombant à l'infiniment petit du cinquieme, il le marque infailliblement. Mais un examen plus profond donne quelque choſe de plus précis.

Le ſinus de l'angle de contingence qui exprime la courbure, étant par lui-même un infiniment petit du ſecond ordre, ce qui fait une courbure ordinaire & finie; il ſuffit qu'il s'éleve d'un ſeul ordre radical au-deſſus de ce ſecond ordre pour donner une courbure

in-

infinie. Mais dès qu'il commence à descendre du second vers le troisieme, il donne une courbure nulle; & par conséquent les extrémités des courbes comprises dans cet intervalle, seront lignes droites dans une étendue infiniment petite. Depuis le troisieme ordre jusqu'au quatrieme ces extrémités seront lignes droites dans des étendues finies, ce qui déja ne peut arriver qu'à des courbes d'un cours infini. Depuis le quatrieme jusqu'au cinquieme elles seront lignes droites dans des étendues infinies sans asymptote. Enfin au cinquieme ces extrémités seront lignes droites dans des étendues infinies avec asymptote: & la courbure descendant plus bas, ces asymptotes se confondront toûjours plutôt avec ces courbes, que nous avons appellées ailleurs par cette raison *toûjours plus asymptotiques*.

Nous n'alleguerons plus au sujet de la courbure que l'exemple de la cycloïde; il semble fait exprès pour autoriser l'idée de l'Auteur sur la courbure infinie naissant d'un côté infiniment petit du second ordre, qui succede immédiatement à des côtés de la courbe infiniment petits du premier, & tous égaux. La courbure de l'extrémité de la cycloïde, ou du point où elle rencontre la base, se trouve infinie par la formule. Les ordonnées du demi-cercle générateur prolongées ont toûjours été celles de la cycloïde. Mais le dernier côté du demi-cercle arrivant à la base de la cycloïde, se joint parallelement à cette base; au lieu que le dernier côté de la cycloïde tombe perpendiculairement

sur

ſur elle. Les deux dernieres ordonnées du demi-cercle conçûes tirées des deux extrémités de ſon dernier côté, ne ſeront donc diſtantes l'une de l'autre en ce point que d'un infiniment petit du ſecond ordre, quoique juſque-là les ordonnées ayent été diſtantes d'un infiniment petit du premier. Ces deux dernieres ordonnées du demi-cercle, prolongées juſqu'à la cycloïde, enfermeront donc entre elles un dernier côté de la cycloïde infiniment petit du ſecond ordre, & perpendiculaire ſur la baſe; quoique tous les précédens ayent été du premier, & égaux entre eux. Ainſi voilà un changement d'ordre en un point unique, prouvé par la ſeule comparaiſon de la cycloïde avec ſon cercle générateur, indépendamment d'abord de toute recherche de courbure, & qui s'accorde enſuite avec la courbure infinie donnée par la formule, indépendamment de la comparaiſon des deux courbes.

La ſeconde Partie de l'ouvrage de M. de Fontenelle, à laquelle nous arrivons ici, eſt intitulée, *Différentes Applications, ou Remarques*. Les vérités que l'Auteur y dévoile, ne ſont en effet qu'une ſuite des principes qu'il a poſés. Mais ces vérités déja neuves de la nouveauté de leurs principes peu connus juſqu'à préſent, le paroîtront encore beaucoup par l'art qui les en a tirées. Cette Partie eſt diviſée en huit Sections. Dans la premiere, l'Auteur prouve l'exactitude du calcul de l'Infini, principalement à l'égard de la ſuppreſſion que l'on y fait, non ſeulement des Finis, mais des Infinis d'ordres inférieurs.

Le fond de sa preuve est que le vrai caractere de l'Infini est de faire disparoître les grandeurs finies. Nous ne pouvons presque saisir sa valeur propre ou son rapport que par-là. Ainsi lorsque je laisserai subsister une grandeur finie devant l'expression générale d'une autre grandeur; j'aurai beau appeller celle ci infinie, elle ne le sera point; puisque je ne la fais pas assez grande par rapport à l'autre. Bien loin donc que le calcul fût plus exact par la conservation de l'autre, je n'aurois seulement pas la principale proprieté de celle que j'examine. Ce raisonnement doit s'étendre aux Infinis supérieurs par rapport aux inférieurs.

Dans la deuxieme Section, l'Auteur cherche la valeur des espaces hyperboliques, & il la trouve par la Théorie des sommes des suites, & par celle des Infinis radicaux. L'élément de tout espace de courbe étant, selon la nouvelle Géométrie, le produit de l'ordonnée par l'infiniment petit de l'axe; il ne s'agit que de trouver la valeur de cet élément, tant à l'origine de l'hyperbole de tout degré qu'à son extrémité, soit parallele, soit perpendiculaire. On aura alors la représentation du commencement & de la fin d'une suite infinie de nombres qui commence par un infiniment petit du premier ordre, & qui finit ou par un infiniment petit d'un ordre quelconque, ou par un Fini, ou même par un infiniment grand. Or on sait par la septieme Section, si la somme de ces sortes de suites est finie ou infinie, dans tous les cas qui peuvent se présenter; on saura donc si

l'espa-

l'eſpace hyperbolique eſt fini ou infini. Il faut ſeulement obſerver que depuis l'origine de toute hyperbole juſqu'à ſon extrémité parallele, la ſuite eſt infiniment infinie ; & qu'ainſi il faut élever ſon premier & ſon dernier terme d'un ordre, pour pouvoir juger de la ſomme ; au lieu que depuis l'origine juſqu'à l'extrémité perpendiculaire, la ſuite eſt ſimplement infinie ; & qu'ainſi la ſomme ſe manifeſte par elle-même. Cette méthode fait voir que les deux eſpaces de l'hyperbole ordinaire ſont infinis ; au lieu que toutes les autres en ont un fini & l'autre infini. On apprend encore par-là que les deux aſymptotes de toutes les hyperboles, excepté celles de l'hyperbole ordinaire, ſont inégales de quelques ordres radicaux ou potentiels, & que l'eſpace infini eſt toûjours du côté de la plus grande aſymptote.

Il s'agit dans la troiſieme Section des rencontres de différentes courbes, ou de différentes branches d'une même courbe. L'Auteur y explique le fameux cas où le numerateur & le dénominateur de la fraction qui exprime une ſoutangente deviennent tous deux égaux à zero. La raiſon de cet effet eſt que les deux infiniment petits de la formule des ſoutangentes ſont devenus infiniment plus petits qu'ils ne le ſeroient hors du cas de la rencontre de deux branches, ainſi le calcul doit les préſenter en zero. S'il y a trois branches, une ſeconde différentiation donnera encore zero, & ainſi de ſuite. Mais cela n'arriveroit point, ſi du premier coup on portoit la formule au degré d'infiniment petit qui répond au nombre des branches. Cependant comme les infiniment petits

de

de la formule, demeurant dans le premier ordre, ont la même position, & par conséquent le même rapport entre eux qu'ils auroient dans un ordre convenable ; il ne résulte pas de-là une soutangente fausse, mais il ne résulte rien. En effet, nous avons déja insinué que les rapports généraux, conservés entre les Infinis, ne jettent point dans l'erreur; mais il n'y a que leur valeur propre qui puisse donner les grandeurs exactes que l'on cherche.

La quatriéme Section traite des figures isopérimetres. Elle tient au sujet principal du Livre, parce que les proprietés de ces sortes de figures ont leur naissance dans l'infiniment petit, & leur accomplissement dans le Fini. Mais nous ne donnerons ici que les premieres idées de cette recherche, & les dernieres conclusions où elle conduit. Les figures isopérimetres sont celles qui ont un contour de même longueur: & l'on demande selon quelle disposition des parties de ce contour elles auront la plus grande aire, ou enfermeront le plus grand espace. Un fil d'un pied de long, duquel je joins les deux bouts, & que j'étends en deux côtés d'un demi-pied chacun, forme une espece de figure, mais la moindre de toutes: c'est un infiniment petit d'espace, & un des deux extrêmes de la supposition. Faisons-en un triangle le premier des polygones; l'équilatéral sera le plus grand de tous; ce qui m'apprend déja que la figure isopérimetre tire un grand avantage de l'égalité des côtés, jointe non seulement à l'égalité, mais à la multiplicité & des angles & des côtés. Si je passe au quarré & de-là aux polygones supérieurs, toûjours plus grands les uns que

les autres dans le même contour; je découvre qu'en conſervant toûjours l'égalité & des angles & des côtés, l'eſpace augmente par l'augmentation de chaque angle & par la diminution de chaque côté; juſqu'à ce qu'enfin j'arrive au cercle, la plus grande des figures iſopérimetres, l'autre extrême de la ſuppoſition, qui contient un nombre infini de côtés & d'angles, ceux-là les plus petits, & ceux-ci les plus grands qu'ils puiſſent être, en conſervant l'égalité parfaite dans le contour ou le périmetre donné.

Mais les Géometres, en comparant enſemble des courbes iſopérimetres, forment ordinairement un eſpace mixtiligne composé de l'arc de la courbe, de ſon abſciſſe & de ſon ordonnée correſpondante. Alors prenant les arcs égaux, ils trouvent les plus grandes aires dans les courbes dont le progrès des courbures approche le plus d'une progreſſion arithmétique, ou qui gardent un certain rapport conſtant & le plus approchant de l'égalité dans les ſinus de leurs courbures.

Nous ne dirons qu'un mot de la cinquieme Section, qui eſt elle-même fort courte. L'Auteur y examine la formation élémentaire des lignes, des plans & des ſolides. Il prouve que les lignes droites ou courbes ne ſont pas formées par des points, qui étant ſans étendue, même linéaire, ne ſont capables d'aucune multiplication. Ainſi une infinité de *non-étendues* ou de zero ne donne rien. Mais une infinité de lignes infiniment petites, donnent une ligne finie. A l'égard des courbes,

bes, tous les Géometres conviennent que leurs élémens ont une position qui détermine leur inclinaison sur l'axe, & dont le prolongement fait la tangente. Or un point n'a aucune position, & l'on ne peut pas le prolonger plutôt d'un côté que d'un autre. De même les plans doivent être conçûs comme formés par d'autres plans infiniment petits. Un cercle, par exemple, est composé de petits triangles élémentaires dont la pointe est au centre, & dont les bases sont les arcs conçûs eux-mêmes comme lignes droites. Par-là on sauve toutes les chicanes tirées d'un cercle formé par des rayons plus distans les uns des autres vers la circonference que vers le centre. Enfin les solides sont formés par des solides élémentaires convenables à leurs figures; un cylindre, par exemple, est composé de prismes triangulaires qui concourent tous à l'axe. Aussi la nouvelle Géométrie donne-t-elle toûjours les élémens ou les différentielles de la même dimension que les grandeurs ou les intégrales.

Dans la sixieme Section, l'Auteur cherche la valeur des espaces asymptotiques, & des solides formés par leur révolution autour d'un axe. Nous avons déja dit que les courbes asymptotiques ne sont courbes que pendant un cours fini indéterminable, & que par conséquent elles sont paralleles à leur asymptote pendant un cours infini. Mais ce parallelisme est susceptible d'augmentation. Pour le faire concevoir; au lieu de supposer l'axe infini qui sert d'asymptote divisé en un nombre infiniment infini de parties infiniment peti-

tites, nous le ſuppoſerons diviſé en un nombre ſimplement infini de parties finies. Dè-là il ſuivra que les ordonnées priſes aux extrémités de ces intervalles vers l'origine de la courbe, n'auront plus que des différences finies. Le parallélisme commence dès que ces ordonnées encore finies commencent à n'avoir aux extrémités de ces intervalles que des différences infiniment petites : & le parallélisme augmente, lorſque ces ordonnées, devenant elles-mêmes infiniment petites, prennent des différences d'un ordre inférieur à elles, ſucceſſivement juſqu'au dernier ordre que puiſſe donner l'équation ou la nature de la courbe, & au commencement duquel on doit s'arrêter. Il faut donc ſe repréſenter la courbe depuis le point où elle devient parallele à l'aſymptote juſqu'à l'extrémité de ſon cours, comme compoſée de côtés qui après des pas finis ſe détournent infiniment peu, & par conſéquent comme une ligne qui demeure droite dans une étendue finie, & qui ne devient courbe que dans une étendue infinie.

Les courbes, toûjours plus aſymptotiques, ſont celles qui ont le plus de ces côtés toûjours plus paralleles à l'aſymptote, & toûjours plus proches d'elles. Mais ce ſont auſſi celles qui ont les eſpaces aſymptotiques les plus petits. L'ordre d'ordonnées qui précede immédiatement celui où l'on doit s'arrêter, eſt le ſeul où ces ordonnées ſoient en nombre infini. Et l'eſpace aſymtotique ne peut être infini que lorſque ces ordonnées en nombre infini ſont elles-mêmes finies. Or comme cela arrive en peu de courbes, on en doit

doit conclure qu'entre les eſpaces aſymptotiques tous infinis en longueur, il y en a infiniment plus de finis que d'infinis dans leur valeur.

Au ſujet des ſolides formés par des eſpaces aſymptotiques, nous nous contenterons de dire qu'on peut les conſidérer ſuivant deux ſortes de révolutions. La premiere eſt celle qui fait tourner cet eſpace autour de la premiere ordonnée finie; & la ſeconde eſt celle qui le fait tourner autour de l'aſymptote infinie. Dans la premiere, le ſolide a une hauteur finie ſur une baſe infinie; & dans la ſeconde, il a une hauteur infinie ſur une baſe finie. La baſe de la premiere révolution étant un plan circulaire dont l'aſymptote infinie du premier ordre eſt le demi-diametre, & les aires circulaires étant toûjours comme les quarrés de leurs diametres, cette baſe eſt toûjours un Infini du ſecond ordre. Le cylindre ne peut jamais être moindre que le Fini, à cauſe de ſa partie du milieu, qui a toûjours une hauteur & une baſe finie. Mais le tout enſemble peut demeurer fini; & il demeurera tel, lorſque les dernieres ordonnées en nombre infinie ſur l'aſymptote ne feront que des infiniment petits du ſecond ordre; car c'eſt une moyenne entre elles qui fera la hauteur du ſolide. Or un infiniment petit du ſecond ordre, multipliant un infiniment grand du même ordre, ne fait qu'un Fini. Ainſi à proportion que ces ordonnées en nombre infini s'éleveront d'ordre depuis le ſecond juſqu'au fini, elles feront des ſolides infinis plus grands; & à proportion qu'elles baiſſeront d'or-

d'ordre depuis le même terme, elles feront des solides finis plus petits. Mais dans cette premiere révolution il y a une longue suite de cas où des espaces finis donnent des solides infinis.

A l'égard de la seconde, sa hauteur, comme nous l'avons dit, est l'asymptote infinie; & la base, qui est le quarré de quelque ordonnée moyenne entre celles qui sont en nombre infini, ne peut jamais être que finie, & même une fraction. Or afin que le solide demeure infini, il faut que cette fraction, étant quarrée, ne devienne pas un infiniment petit; car un infiniment petit multipliant un Infini, ne fait qu'une grandeur finie. La courbe qui conservera infini son solide de la seconde révolution, comme la premiere & la seconde hyperbole du cinquieme degré, sera donc moins asymptotique que l'hyperbole ordinaire qui n'a son solide de la seconde révolution que fini. Enfin, l'exemple de l'hyperbole ordinaire fait voir que tout au contraire de la premiere révolution, des espaces infinis peuvent ne donner que des solides finis dans la seconde. Cette Section, bien étudiée & bien comprise, donne le dénouement de ces variétés que les grands Géometres ont admirées eux-mêmes dans ces especes de cubatures ; & l'on pourra desormais prévoir par le seul examen de l'aire asymptotique d'une courbe, de quel ordre sera sa solidité.

La septieme Section a pour titre : *De la communication ou de la non-communication des rapports entre l'Infini & le Fini.* Elle est sans contre-

tredit une des plus belles & des plus utiles de tout l'ouvrage ; l'Auteur y dévelope le principe qui fait qu'on a la valeur de certains espaces curvilignes, ou la quadrature de certaines courbes, sans qu'on puisse avoir la valeur ou la quadrature des autres. Il conçoit un axe infini, divisé en parties finies, sur chacune desquelles il éleve les termes successifs de différentes suites infinies de nombres qui formeront une espace croissant. Si cet espace a un rapport fini quelconque avec le rectangle formé par l'axe & par la derniere & la plus grande des ordonnées, rectangle infini qu'il appelle *suite pleine* ; ce rapport se conservera dans le Fini. L'Auteur change donc les parties finies de l'axe en infiniment petits, & il abaisse les ordonnées à l'ordre inférieur à celui dont elles étoient, en conservant leur rapport entre elles. Elles vont remplir maintenant un espace curviligne fini, qui gardera nécessairement avec le rectangle fini correspondant le rapport que l'espace curviligne infini avoit au rectangle infini : or en connoissant la somme de cette suite infinie d'ordonnées infiniment proches, & qui ne laissent aucun vuide entre elles, on connoîtra le rapport de l'espace qu'elles remplissent avec l'espace total du rectangle correspondant; & l'on aura la quadrature de la courbe, par une communication de rapport entre l'Infini & le Fini. La suite *A* élevée à tous les exposans entiers ou fractionaires qu'on voudra lui donner, répond à des paraboles, espece de courbe quarrable dans tous ses degrés ; parce qu'on a la somme de *A*, élevée à tous

ſes expoſans entiers ou fractionaires. On quarre par la même raiſon les courbes qui repréſentent tous les nombres polygones ou figurés, parce qu'on a leurs ſommes. Ces courbes ſont encore des paraboles; mais tous les polygones ſont compris dans la ſeule parabole ordinaire, en changeant ſeulement ſon origine ou ſon parametre; & tous les figurés ſont exprimés ſucceſſivement par les dernieres paraboles de chaque degré.

Mais il arrive ſouvent que le rectangle infini, dont nous venons de parler, n'aura aucun rapport fini avec l'eſpace pris par une courbe que l'on auroit tracée dans l'aire de ce rectangle. Ce cas arrive à l'égard de toutes les courbes aſymptotiques, dont l'eſpace n'eſt jamais qu'un Infini radical en comparaiſon du rectangle infini correſpondant, qui eſt un Infini complet. Or, il eſt impoſſible d'amener dans le Fini, le rapport d'un Infini complet. Ainſi il y a là une *non-communication* de rapport entre l'Infini & le Fini. Mais au défaut de ce rapport, on peut trouver, ſinon la valeur préciſe, du moins l'ordre des ſommes des ordonnées qui rempliſſent l'eſpace aſymptotique. La ſuite *A*, élevée à tel expoſant entier ou fractionaire qu'on voudra, mais rendue elle-même fractionaire ſous le numerateur perpetuel 1, ſera repréſentée par des hyperboles. L'hyperbole ordinaire repréſente la ſuite $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$. Auſſi ſon eſpace aſymptotique eſt-il infini, parce que la ſomme de cette ſuite eſt infinie. Mais elle n'eſt qu'un Infini radical en comparaiſon de la ſuite pleine, ou de l'Infini complet des unités, repré-

présentée par le rectangle *infini correspondant*. Tous les polygones réduits en fraction forment l'hyperbole du troisieme degré différemment modifiée : & tous les figurés réduits aussi en fraction, forment les dernieres hyperboles du degré qui répond au leur.

A l'égard du cercle dont on n'a point encore la quadrature, on la trouveroit par le seul rapport de son diametre à sa circonférence. Ce rapport est fini sans doute, mais selon toute apparence, étant incommensurable, il vient de l'Infini, & y tient d'une maniere qui nous est inconnue. L'examen de l'Infini a fait découvrir à M. de Fontenelle, quatre especes d'incommensurables. La premiere seule nous est connue. On ne sauroit la représenter en nombres, mais on la représente en lignes : & les trois autres ne se peuvent représenter ni de l'une ni de l'autre maniere. Si l'on démontroit que le rapport de la circonférence au diametre n'est ni commensurable, ni incommensurable de la premiere espece, on démontreroit par exclusion qu'il est de l'une des trois autres. Mais comme elles sont également hors de prise à l'esprit humain, il sera toûjours impossible, non seulement de déterminer ce rapport dans quelqu'une d'elles, mais de décider même dans laquelle des trois il peut être.

Enfin, la huitieme & derniere Section traite des forces centrales. La Théorie des mouvemens réduits au calcul n'a jamais été présentée d'une maniere plus claire & plus sensible ; & cette explication donne un nouveau lustre à la résolution du problême qui fit

trouver à M. le Marquis de l'Hôpital la courbe d'égale pression. Mais indépendamment du terme qu'il est tems de mettre à cet Extrait ; les parties de cette derniere Section sont tellement liées les unes aux autres, qu'il seroit très-difficile de trouver un milieu entre la seule exposition du sujet, telle que nous venons de la faire, & la Section toute entiere qu'il faudroit transcrire.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

* L'Ecrit de M. Nicole sur la Sommation d'une infinité de Suites nouvelles, dont on n'auroit point les sommes par les méthodes connues.

† Les Recherches de M. Saurin sur la rectification du Barometre.

* V. les M. p. 361.
† V. les M. p. 396.

ASTRONOMIE.

SUR LE PREMIER SATELLITE DE JUPITER,

Et sur les Tables que feu M. Cassini en a données.

C'Est une chose très connue, que la grande utilité des Eclipses des Satellites de Jupiter. Ils avoient été découverts en 1610 par Galilée, mais leurs mouvemens ne furent observés avec un peu d'exactitude que depuis 1650; & cependant feu M. Cassini fut en état d'en donner dès 1668 des Tables, qu'il publia encore plus parfaites en 1693, ce qui paroîtra un Chef-d'œuvre d'Astronomie à quiconque saura & la nature & le nombre des difficultés qu'il avoit eues à vaincre dans une entreprise si hardie. Ces Tables sont construites sur des principes qui pourroient être assés cachés pour la plûpart de ceux qui en feroient usage; M. Maraldi a cru qu'il seroit utile de les expliquer. De plus, si pour une plus grande sûreté on compare encore tous les jours les Observations aux Tables des mouvemens celestes les plus anciennement connus, tels que ceux du Soleil & de la Lune, à plus forte raison sera-t-il bon de comparer

* V. les M. p. 493.

parer les Obſervations des Satellites connus depuis ſi peu de tems à leurs Tables, quoique compoſées par un excellent Aſtronome. Nous allons donner d'abord une idée des principes de leur conſtruction. Il ne s'agira que du 1er Satellite, le plus utile, & pour ainſi dire, le plus employé des quatre, parce qu'étant le plus proche de Jupiter, il fait autour de lui la révolution la plus courte, & tombe plus ſouvent dans ſon ombre. Sa révolution autour de Jupiter n'eſt que de 1 jour, 18h 28′ 36″.

On cherche à déterminer le plus préciſément qu'il ſoit poſſible, le tems où arrivent les Eclipſes du Satellite vûes de la Terre. Si nous étions dans Jupiter, cette détermination ne dépendroit que du mouvement du Satellite autour de Jupiter; mais de deſſus la Terre où nous ſommes, elle dépend encore du mouvement du Satellite par rapport à la Terre, ou plutôt du mouvement par lequel Jupiter qui tourne *eſſentiellement* autour du Soleil, & par *accident* autour de la Terre, emporte ſon Satellite avec lui autour de la Terre.

A en juger par la Lune, vrai Satellite de la Terre, le Satellite de Jupiter ſe meut autour de lui dans une Ellipſe dont le centre de Jupiter eſt un foyer, & par conſéquent ſon mouvement ſera inégal. Mais cette Ellipſe, ſi elle exiſte, ne peut être pour nous qu'un Cercle concentrique à Jupiter à cauſe de notre grand éloignement, & le mouvement du Satellite autour de Jupiter ſera uniforme, toûjours égal en tems égaux. Feu M. Caſſini a

a pris cela pour certain, quoique les Observations pussent à la fin démentir un peu cette supposition, & faire appercevoir quelque légere inégalité. Il ne reste donc à considérer que le mouvement par lequel Jupiter emporte avec lui son Satellite autour de la Terre, c'est-à-dire, le mouvement même de Jupiter par rapport à la Terre.

Ce mouvement, aussi-bien que celui de toutes les Planetes principales, a deux inégalités, l'une qu'on appelle premiere, & qui est réelle, l'autre qu'on appelle seconde, & qui n'est qu'optique. La 1re vient de ce que Jupiter se meut réellement dans une Ellipse autour du Soleil, & non pas dans un Cercle concentrique au Soleil; la 2de vient de ce que Jupiter est vû, non du Soleil, mais de la Terre, ce qui donne encore à son mouvement une inégalité apparente, outre la réelle qu'il avoit déja. Nous avons assés parlé de ces deux inégalités des Planetes dans quelques-uns des Volumes précédens.

La 1re inégalité de Jupiter se distribue dans son Orbe Elliptique, qui doit être parcouru en un peu moins de 12 ans. On commence la distribution à l'Aphélie, qui est le point de l'Orbe le plus éloigné du Soleil, & où le mouvement moyen, que l'on feint égal, concourt avec le vrai, qui est inégal. De-là jusqu'au Périhélie, où ces deux mouvemens se retrouvent ensemble, il faut toûjours pour avoir le vrai ajoûter au moyen, que l'on a toûjours par les Tables, ou en retrancher une certaine quantité, qu'on appelle *la 1re Equation*.

La 2de inégalité de Jupiter vient de ce que, tandis qu'il se meut en 12 ans sur son Orbe autour du Soleil, la Terre se meut aussi sur le sien en un an autour du même centre, & par conséquent ces deux mouvemens se combinent de façon, que tantôt la Terre voit Jupiter aller plus vîte, tantôt plus lentement, par la seule raison qu'elle est différemment posée à son égard. Cette 2de inégalité se compte du point où la Terre est sur la même ligne droite que Jupiter & le Soleil, & est entre eux, ce que nous appellons une *opposition* de Jupiter. Alors il est vû de la Terre comme il le seroit du Soleil, c'est à dire, rapporté au même point du Zodiaque. La 2de inégalité est nulle à ce point, & se distribue ensuite à tout le demi-Cercle qui est jusqu'à la Conjonction suivante. La Terre revient à ce même point au bout d'un an, mais elle n'y retrouve pas Jupiter, qui pendant ce tems-là a fait la 12me partie de son cours. Il faut donc, pour le retrouver, que la Terre se meuve encore un mois, & il y a 13 mois entre une opposition de Jupiter & la suivante.

Feu M. Cassini auroit pû distribuer dans ses Tables du premier Satellite, ces deux inégalités de Jupiter, comme le font ordinairement les Astronomes; mais il y auroit eû de l'embarras de calcul, & il trouva une méthode nouvelle, plus ingénieuse, & plus commode. A l'égard de la 1re inégalité, il s'apperçut que dans le tems d'un retour de Jupiter à son Aphélie, qui est un point mobile, & dont le mouvement est connu, le 1er Sa-

tel-

tellite faisoit précisément 2448 révolutions autour de Jupiter : or nous avons vû que c'est de ce point de l'Aphélie que se compte la 1re inégalité. Quant à la 2de, qui se compte d'une opposition de Jupiter à la suivante, il vit que pendant ce tems-là le Satellite faisoit 225 révolutions & ½. Tout cela fut le fruit d'une assés longue & assés fine recherche. Il donna au Satellite la quantité qui lui convenoit de l'une ou de l'autre inégalité de Jupiter, selon le nombre de la révolution qu'il faisoit alors par rapport à l'une ou à l'autre inégalité.

Ce sont donc ces nombres ou quantiemes des révolutions du Satellite autour de Jupiter, prises de l'une ou de l'autre maniere, qui règlent dans les Tables de M. Cassini, l'une ou l'autre inégalité du Satellite dans le moment dont il s'agit. Mais comme il n'étoit point dit dans ces Tables à quoi ces nombres avoient rapport, & d'où ils étoient tirés, & qu'il n'étoit pas facile de le deviner, M. Maraldi en a donné tout l'éclaircissement nécessaire.

Si les Tables s'en tenoient là, on n'y trouveroit que le moment des Conjonctions centrales du Satellite avec Jupiter, soit dans la partie supérieure de son Orbe, soit dans l'inférieure. Les Conjonctions dans la partie inférieure sont inutiles, parce qu'elles sont invisibles, le Satellite est alors perdu dans la lumiere de Jupiter. Les Conjonctions de la partie supérieure se font, lorsque le Satellite est dans l'axe de l'ombre de Jupiter, mais ce n'est pas là un moment où le Satellite soit

visible, il ne l'est que quand il tombe dans l'ombre, ou en sort : c'est-là le moment dont nous avons besoin, & dont on demande la détermination.

On l'aura bien certainement, si l'on sait de quelle durée est une Eclipse entiere, car les Tables, dont nous venons de parler, ayant donné le moment de la Conjonction centrale ou du milieu de l'Eclipse, il ne faudra pour avoir l'entrée du Satellite dans l'ombre, ou son Immersion, que retrancher du tems de la Conjonction la moitié de la durée connue de l'Eclipse entiere, ou au contraire pour avoir le moment de l'Emersion. Mais cete connoissance de la durée des l'Eclipses, on ne l'a pas par tout ce qui vient d'être dit, & il la faut tirer d'ailleurs.

Ce seroit une facilité pour y parvenir, que de voir dans une même Eclipse l'Immersion & l'Emersion, car le tems compris entre l'une & l'autre seroit la durée de cette Eclipse; mais on ne voit jamais que l'Immersion ou l'Emersion, & voici d'où cela vient. Quand Jupiter est précisément en opposition, l'axe du Cone de son ombre est une continuation de la ligne droite sur laquelle sont les centres du Soleil, de la Terre & de Jupiter, rangés selon cet ordre. Si l'on conçoit les quatre Satellites de Jupiter disposés autour de lui à différentes distances, & tombans en même tems dans son ombre, on concevra aisément qu'il pourra y en avoir quelqu'un si proche de Jupiter, qu'on ne le verra point alors, parce qu'il sera caché à nos yeux par le corps de Jupiter, & quelque autre au contraire

traire assés éloigné pour être vû ; & par la position où la Terre est alors à l'égard de Jupiter & de son ombre, le Satellite qu'on aura vû entrer dans l'ombre, on l'en verra sortir aussi ; & celui qu'on n'aura pas vû y entrer, on ne l'en verra pas sortir non plus ; car cette position de la Terre est parfaitement la même par rapport à l'un & l'autre phénomene. Or quoique le 1[er] Satellite de Jupiter soit à peu près aussi éloigné de lui que la Lune l'est de la Terre *, il est cependant si proche de Jupiter par rapport au grand éloignement où nous en sommes, qu'il est dans le cas de ne pouvoir être vû au moment de son Immersion, ni de son Emersion dans les oppositions de Jupiter. Mais la raison qui l'empêche d'être vû, cesse avant & après ces oppositions, la position de la Terre à l'égard de Jupiter & de son ombre est changée. Avant l'opposition, la Terre qui va d'Occident vers Jupiter, voit le côté Occidental de son ombre ; & comme le Satellite dans la moitié supérieure de son Orbe va d'Occident en Orient, il tombe dans l'ombre par le côté vû de la Terre, ce qui est son Immersion, mais son Emersion nous est cachée par le globe de Jupiter, dont il est trop proche. Il est clair qu'après l'opposition, il n'y aura au contraire que l'Emersion qui soit visible.

Si l'on ne voit pas les deux extrémités d'une Eclipse du 1[er] Satellite dans l'ombre de Jupiter, on voit du moins celles d'une autre

* V. l'Hist. de 1716. p. 70. & suiv.

tre Eclipse tout opposée, qu'il souffre en passant devant cet Astre, dont la lumiere le fait évanouir à nos yeux. On le voit se plonger dans cette lumiere, & en sortir, & la durée de cette Eclipse seroit égale à celle de l'Eclipse dans l'ombre, si ce n'étoit que dans la premiere il traverse tout le disque de Jupiter, & que dans l'autre il fait un moindre chemin à cause que l'ombre est un Cone, & qu'il passe loin de sa base, dont le diametre est celui de Jupiter. On peut cependant s'aider quelquefois de cette méthode avec toutes les précautions requises, car dans des matieres si délicates on n'a point trop de tous les secours possibles.

Encore un moyen pour avoir la durée d'une Eclipse du 1er Satellite, ce seroit d'avoir par observation le moment d'une Immersion avant l'opposition de Jupiter, & le moment d'une Emersion après cette même opposition. Pendant le tems compris entre ces deux momens, le Satellite a fait un certain nombre de révolutions autour de Jupiter, & quelque chose de plus; car le 1er moment a précédé une Conjonction avec Jupiter, & le 2d en a suivi une autre. Ce quelque chose de plus est précisément la durée de l'Eclipse qu'on cherche: il ne faut donc, pour la trouver, que retrancher du tems total écoulé entre les deux momens, celui qui appartient au nombre connu des révolutions. Ce moyen sera d'autant plus exact, que l'Immersion & l'Emersion observées auront été moins éloignées de l'opposition de Jupiter, & par conséquent moins éloignées entre elles,

les, car autrement les inégalités du mouvement de Jupiter entreroient pour une quantité trop considérable dans les tems d'une Immersion & d'une Emersion fort éloignées. Par cette même raison on voit que ce moyen ne peut guere être pratiqué qu'une fois pour chaque opposition de Jupiter, & qu'il est d'un usage rare, puisqu'entre une opposition de Jupiter & la suivante, il y a 13 mois, sans compter les obstacles étrangers qui s'opposent si souvent aux Observations.

Il en faut venir enfin à trouver la durée des Eclipses du Satellite par la même voye que l'on a trouvé celle des Eclipses de Lune, quoique nous soyons à l'égard du Satellite dans une situation infiniment desavantageuse en comparaison de celle où nous sommes à l'égard de la Lune; mais l'art de M. Cassini a vaincu toutes les difficultés.

La détermination de la durée de nos Eclipses de Lune dépend de ces trois principes.

1°. Il faut savoir quelle est la grandeur de l'ombre de la Terre arrivée à l'Orbe de la Lune. Pour cela, il faut savoir de quelle grandeur seront les diametres tant du Soleil que de la Terre, vûs l'un & l'autre de la Lune*, & de plus quelle est la distance de la Lune à la Terre; car il est clair que plus cette distance sera petite, plus sera grande la projection de l'ombre de la Terre dans l'Orbe de la Lune, & au contraire; & quant à la grandeur des diametres du Soleil & de la Terre vûs de la Lune, on a vû dans l'endroit

* V. l'Hist. de 1703. p. 95. & suiv.

droit cité, comment ils déterminent la grandeur de l'ombre.

2°. Il faut ſavoir quelle eſt la latitude de la Lune, c'eſt-à-dire, le plus grand éloignement du plan de ſon Orbe au plan de l'Ecliptique ; car comme l'axe de l'ombre de la Terre eſt toûjours dans le plan de l'Ecliptique, la Lune pourroit être ſi éloignée de cet axe, ainſi qu'elle l'eſt ſouvent, qu'elle ne tomberoit point dans l'ombre de la Terre, & plus elle approche de cet axe, plus elle s'y plonge, & au contraire.

3°. Il faut ſavoir quel eſt dans l'Ecliptique le lieu des Nœuds de la Lune, ou de l'interſection de ſon Orbe avec l'Ecliptique. Il eſt viſible que plus elle eſt proche de ces Nœuds, plus elle ſe plonge dans l'ombre.

Tout cela a dû être tranſporté aux Eclipſes du Satellite cauſées par l'ombre de Jupiter.

1°. Il a fallu avoir le diametre du Soleil tel qu'il eſt vû de Jupiter, & non pas de la Terre où nous ſommes ; ce qu'on a tiré des diſtances connues de la Terre & de Jupiter au Soleil. Enſuite il a fallu avoir de même & par les mêmes principes le diametre de Jupiter vû du Soleil. Quant à la diſtance du Satellite à Jupiter, ou, ce qui eſt à peu près le même, quant au rapport du diametre de Jupiter à celui de l'Orbe du Satellite, c'eſt une choſe connue immédiatement.

2°. Il a fallu avoir la latitude de l'Orbe du Satellite à l'égard de l'Ecliptique de Jupiter, c'eſt-à-dire, du plan tiré par le centre de Jupiter, & par celui du Soleil ; & c'eſt une recher-

cherche des plus épineuses. Quand le Satellite, étant dans la partie inférieure de son Orbe, passe devant le disque de Jupiter, s'il n'a aucune latitude à l'égard de Jupiter, c'est-à-dire, s'il est dans le plan de l'Ecliptique de Jupiter, il est certain que du Soleil on le verra passer dans le plus long tems qu'il soit possible, parce qu'il décrit tout le diametre de Jupiter; mais s'il a de la latitude, il paroît décrire un arc d'Ellipse, toûjours d'autant plus petit que la latitude est plus grande, & il paroît décrire cet arc en un tems toûjours plus court. Ce n'est pas qu'on voye décrire au Satellite ni le diametre de Jupiter, ni l'arc Elliptique, il est alors perdu dans la lumiere de Jupiter; mais on le voit lorsqu'il y entre & lorsqu'il en sort, & l'on compte le tems qu'il employe à son passage en différentes Conjonctions inférieures : le tems le plus long est celui du diametre de Jupiter, où il a été sans latitude : le tems le plus court est celui du plus petit arc Elliptique, où il a eu sa plus grande latitude, qui est la mesure de l'inclinaison de son Orbe à l'égard de celui de Jupiter, ou de l'Ecliptique de Jupiter. On voit que pour cela il faut un très grand nombre d'Observations très précises de la durée des Conjonctions inférieures. Mais quand on a tout ce qu'on peut desirer sur ce point, on n'a que la latitude ou inclinaison de l'Orbe du Satellite à l'égard de celui de Jupiter, telle qu'elle est vûe de la Terre, & elle en est vûe différente ou sous un autre angle qu'elle ne le feroit du Soleil; or ce n'est que la latitude vûe du Soleil, ou

la

la réelle, qui est à considérer pour les Eclipses du Satellite: il faut donc réduire l'apparente, qui a été tirée de longs calculs, à la réelle par des calculs encore aussi longs.

3°. Il a fallu avoir le lieu où sont les Nœuds du Satellite avec l'Orbe de Jupiter. Quand on a par la plus courte Eclipse du Satellite sa plus grande latitude, à l'égard de Jupiter, on sait quel est le lieu du Zodiaque où étoit Jupiter quand cette plus courte Eclipse est arrivée, & c'est dans ce même lieu du Zodiaque où est la plus grande latitude du Satellite, c'est à dire, où est la plus grande élevation de son Orbe sur l'Ecliptique de Jupiter. A 90 degrés de ce point du Zodiaque de part & d'autre, sont les Nœuds de l'Orbe du Satellite avec l'Ecliptique de Jupiter. D'autres méthodes donnent aussi ces Nœuds, & on en employe d'ordinaire plusieurs dans les matieres délicates, pour vérifier les unes par les autres, & s'assûrer de leur concours.

Il est à remarquer, que jusqu'à present on ne s'est apperçû d'aucun changement dans le lieu des Nœuds des quatre Satellites de Jupiter, tel que feu M. Cassini l'avoit déterminé. Ces Nœuds sont donc immobiles, ou n'ont qu'un mouvement très-lent. En cela les Satellites sont différens non-seulement de toutes les Planetes principales, mais encore plus de notre Lune.

La plus grande durée d'une Eclipse du 1er Satellite peut être environ de $2^h \frac{1}{4}$, & celle d'une Eclipse de notre Lune est environ de 4^h. On en pourroit être surpris, si l'on ne songeoit qu'à la grande vîtesse du Satellite, qui étant pres-

presque aussi éloigné de Jupiter, que la Lune l'est de la Terre, fait sa revolution quinze fois plus vîte qu'elle; mais d'un autre côté, le diametre de Jupiter est dix fois plus grand que celui de la Terre.

Après l'explication des Tables de feu M. Cassini, & des principes de leur construction, M. Maraldi vient aux corrections que l'Auteur lui-même s'apperçut qu'il y falloit faire, quelque tems après les avoir publiées, & à celles dont un tems encore plus long a fait découvrir la nécessité par rapport à l'extrême précision. Elles sont toutes si peu considérables en elles-mêmes, qu'il en résulte le plus grand éloge qu'on puisse donner à l'habileté de M. Cassini. Cependant il y a lieu de croire, & M. Maraldi le soupçonne, que les Siecles ameneront encore des corrections nouvelles aux Satellites de Jupiter; à leurs cercles, par exemple, qui paroissent concentriques à Jupiter, & qui pourroient bien ne l'être pas; à leurs Nœuds, que l'on a trouvés jusqu'ici immobiles; aux inclinaisons de leurs Orbes sur celui de Jupiter, qui peut-être varient, &c. Ces petits Astres éloignés sont si importans pour nous, qu'on ne peut trop les étudier.

SUR

SUR LA QUESTION

Si la Lune tourne autour de la Terre, ou la Terre autour de la Lune. *

IL paroîtra d'abord étonnant que cette question en soit une. Le Systême de Copernic, si généralement reçû aujourd'hui, & si bien prouvé, a accoûtumé tout le monde à croire sans hésiter que la Lune tourne autour de la Terre. Tout convient à cette idée; la Terre cinquante fois plus grosse que la Lune, est plus propre à occuper le centre d'un Tourbillon, & à y être le principe d'un grand mouvement qui emportera la Lune; les quatre Satellites de Jupiter, les cinq de Saturne sont tous plus petits que leurs Planetes principales dont les Tourbillons les entrainent; toutes les Planetes principales elles-mêmes, qui par rapport au Soleil sont des Satellites assujettis à suivre son mouvement, sont beaucoup plus petites que le Soleil; & selon cette analogie générale, qui ne se dément jamais, la Lune ne peut être que Satellite de la Terre, & ce seroit une chose unique que la Terre le fût de la Lune. Cependant il faut convenir que cette analogie, quoique si persuasive, n'est pas une démonstration absolue; & un Auteur, qui dans un Ouvrage ingénieux a eû besoin que la Terre tournât autour de la Lune, s'est crû en droit de le supposer, & en a même donné des preuves assés séduisantes, qu'il eût peut-être été

* V. les M. p. 90.

été autrefois abſolument impoſſible de détruire.

La nouveauté & la hardieſſe de cette penſée ont fait naître à M. de Mairan le deſſein de l'approfondir. Il a trouvé d'abord qu'elle n'étoit pas nouvelle, tant il eſt difficile que rien le ſoit; un noble Genois du dernier Siecle, ſavant en Aſtronomie, l'avoit déja penſé. Ce ſyſtême en mérite donc encore plus d'être examiné à fond, & c'eſt ce que nous allons faire d'après M. de Mairan, en dévelopant par rapport à ce ſujet toute la Théorie des Planetes ſubalternes, ou ſecondaires.

Si une Planete ſe meut uniformément autour du Soleil immobile, & dans un Cercle qui lui ſoit concentrique, il eſt certain que comme elle attribuera ſon mouvement au Soleil, elle le verra ſe mouvoir toûjours uniformément dans un Cercle d'Etoiles fixes, qui ſera le Zodiaque, & toûjours ſelon la même direction, qui ſera d'Occident en Orient, puiſque tel eſt le mouvement général de notre Tourbillon. Mais ſi cette Planete emporte avec elle une Planete ſubalterne placée dans la circonférence d'un Cercle concentrique à la Planete principale, il s'agit de ſavoir quel mouvement la ſubalterne attribuera au Soleil, ou, ce qui eſt le même, comment elle le verra ſe mouvoir.

Si la ſubalterne, quoiqu'emportée autour du Soleil par la principale, eſt immobile ſur ſon Cercle particulier, c'eſt-à-dire, qu'elle ne ſe meuve point autour de la principale, il eſt clair que pendant le tour annuel de la principale autour du Soleil, elle ne décrira comme elle qu'un Cercle concentrique au Soleil, & par conſéquent

quent elle verra toûjours le Soleil se mouvoir également, & selon la même direction, ou d'Occident en Orient. Mais si elle se meut autour de la principale, il est sûr déja qu'elle ne décrira plus un Cercle concentrique au Soleil, & ne lui verra plus un mouvement égal, mais tantôt plus vîte, tantôt plus lent, selon que son mouvement particulier autour de la Planete principale lui altérera le mouvement du Soleil, tel qu'il seroit vû de cette Planete.

Puisque dans le cas où la subalterne seroit immobile à l'égard de la principale, la subalterne verroit le mouvement du Soleil toûjours égal, comme la principale le voit, & que dans le cas opposé la subalterne voit le mouvement du Soleil inégal, il suit que plus la subalterne s'éloigne du cas de l'immobilité, c'est-à-dire, plus elle a de mouvement par rapport à la principale, ou, ce qui est le même, plus le tems qu'elle employe à tourner autour de la principale est petit par rapport au tems que la principale employe à tourner autour du Soleil, plus la subalterne voit le mouvement du Soleil inégal. Et comme le rapport de ces vîtesses des deux Planetes peut être supposé tel qu'on voudra, & par conséquent aussi l'inégalité de mouvement que la subalterne verra au Soleil, il se peut que dans certaines rencontres, ou combinaisons des mouvemens, la subalterne voye le mouvement du Soleil si lent que ce ne sera pas un mouvement, & que le Soleil lui paroîtra *stationnaire*. Les mêmes principes poussés un peu plus loin, feront paroître le Soleil *rétrograde*, ou allant d'Orient en Occident; car si un mouvement réellement égal, peut devenir un mou-

mouvement apparent nul, il peut devenir aussi un mouvement apparent d'une direction contraire.

Et pour le concevoir très distinctement, il ne faut que se représenter le mouvement de la Planete subalterne sur son Cercle particulier. Quoique réellement & à l'égard de la Planete principale, elle se meuve toûjours d'Occident en Orient, elle ne se meut, selon cette direction à l'égard du Soleil, que dans la moitié supérieure de son Cercle, c'est-à-dire, dans la plus éloignée du Soleil, & dans la moitié inférieure elle se meut à l'égard du Soleil d'Orient en Occident. De-là il suit que dans la moitié supérieure son mouvement particulier concourt avec le mouvement général du Tourbillon qui l'emporte, à lui faire voir le Soleil allant d'Occident en Orient; & au contraire dans la moitié inférieure, l'un des deux mouvemens combat l'autre par rapport à cet effet. Ainsi dans la moitié supérieure la Planete subalterne doit voir le mouvement du Soleil d'Occident en Orient accéléré, ou plus vîte que ne le voit la Planete principale; & dans la moité inférieure elle le doit voir retardé, ou même nul, ou même rétrograde. Le plus haut degré de l'un ou de l'autre des deux effets contraires se trouve au milieu de la moitié soit supérieure, soit inférieure. Dans le premier cas, où la Planete principale est entre la subalterne & le Soleil, & sur la même ligne, la subalterne est en opposition avec la principale ou le Soleil; dans le second cas elle est en conjonction, parce qu'elle est alors entre la principale & le Soleil. La subalterne doit donc dans ses oppositions voir le mou-

mouvement du Soleil le plus accéléré, & dans ses conjonctions le plus retardé qu'elle le puisse voir, & même rétrograde, si cela lui est possible. On peut se rappeller ici ce qui a été dit en 1709 * sur les mouvemens apparens des Planetes, & on verra l'accord des Théories.

Quand la Planete subalterne voit le mouvement du Soleil accéléré, il n'y a point à cela de bornes, pour ainsi dire, on peut toûjours supposer tel rapport de son mouvement particulier, au mouvement de la Planete principale autour du Soleil, que cette accélération apparente croîtra tant qu'on voudra. Mais il n'en est pas de même du mouvement retardé du Soleil, entant qu'il peut devenir rétrograde, il ne le peut devenir, que quand il est à un certain degré; au-dessous il n'est que retardé & encore direct, au-dessus il peut être plus rétrograde à l'infini. Il est aisé de déterminer le point de ce passage. Quand la plus grande accélération apparente du mouvement du Soleil est égale au mouvement du Soleil, tel qu'il est vû de la Planete principale, ce qui arrive dans une opposition de la subalterne, le mouvement du Soleil est doublé pour la subalterne. Quand elle sera en conjonction, il faudra ôter du mouvement du Soleil vû de la principale, la même quantité qu'on y avoit ajoûtée; on réduira donc le mouvement apparent du Soleil à Zero, & la Planete subalterne en conjonction verra le Soleil stationnaire. Donc tant

* pag. 104. & suiv.

tant que la plus grande accélération, que la Planete subalterne attribuera au mouvement du Soleil vû de la principale, sera moindre que ce mouvement, elle ne pourra voir le Soleil que retardé; passé cela, elle le verra rétrograde.

On voit par-là que tout consiste à savoir quelle est la grandeur de l'accélération ou du retardement que la Planete subalterne attribuera au mouvement du Soleil vû de la principale. L'accélératon suffit, car le retardement lui est toûjours égal. Elle sera d'autant plus grande que le mouvement de la Planete subalterne autour de la principale sera plus grand par rapport au mouvement de la principale autour du Soleil, ou, ce qui est le même, que la vîtesse de la subalterne sera plus grande par rapport à celle de la principale, ou au contraire, puisque c'est cette inégalité des deux vîtesses qui fait toute l'apparence de l'accélération, & qu'il n'y en auroit plus si la Planete subalterne n'avoit nul mouvement autour de la principale. Il faut donc avoir le rapport des vîtesses. M. de Mairan en donne une formule générale, qu'il forme du diametre ou de la circonférence de l'Orbe de la Planete principale, & du tems de sa révolution, toûjours connu, & du diametre ou de la circonférence de l'Orbe de la Planete subalterne autour de la principale, & du tems de sa révolution particuliere, toûjours connus pareillement. Il est clair que ce sont là les élémens des deux vîtesses. Dès que l'on a déterminé quelque Planete subalterne en particulier, on trouve aussi-tôt par

la formule générale quelle accélération ou quelle inégalité elle verra au mouvement du Soleil.

Pour appliquer cette Théorie à la Question, Si la Lune est Satellite de la Terre, ou la Terre de la Lune; il est certain d'abord, que si la Terre est le Satellite, ou la Planete subalterne, elle voit de l'inégalité dans le mouvement du Soleil, au lieu qu'elle n'en voit point si elle est la Planete principale, car il faut se souvenir de la supposition que les Planetes principales se meuvent uniformément dans des Cercles concentriques au Soleil. Si l'on met dans la formule de M. de Mairan 22000 demi-diametres terrestres pour le demi-diametre du grand Orbe annuel, ou pour la distance de la Lune devenue Planete principale au Soleil, 56 demi-diametres terrestres pour la distance de la Terre à la Lune, ou pour le demi diametre de l'Orbe de la révolution particuliere de la Terre autour de la Lune, 1 mois pour le tems de cette révolution, 12 mois pour le tems de la révolution annuelle de la Lune autour du Soleil, on trouvera que la vîtesse de la Terre, Planete subalterne, sera à celle de la Lune, Planete principale, comme 1 est à 30. De-là il suit que ces deux vîtesses étant fort éloignées de l'égalité, & celle de la Planete subalterne de beaucoup la moindre, celle-ci ne pourra jamais voir le Soleil rétrograde, mais seulement accéléré ou retardé de $\frac{1}{30}$ du mouvement qu'il auroit, vû de la Planete principale, c'est-à-dire, de son mouvement moyen toûjours égal & connu. Comme ce mouvement est, à peu-près de 1

de-

degré par jour, sa 30me partie est 2′ de degré, dont le mouvement moyen du Soleil seroit accéléré ou retardé; accéléré quand la Terre seroit en opposition avec la Planete principale ou le Soleil, auquel cas nous aurions nouvelle Lune; retardé dans la conjonction, auquel cas nous aurions pleine Lune, ainsi qu'il est aisé de se le représenter. Le mouvement apparent du Soleil dans les nouvelles Lunes seroit donc toûjours de 4′ de degré plus grand que dans les pleines Lunes, puisque dans les nouvelles il seroit de 2′ plus grand que le moyen ou réel, & dans les pleines plus petit de 2′. Or quoique 4′ de degré puissent paroître une assés petite quantité, elles ne pourroient pourtant pas échapper à l'extrême exactitude de l'Astronomie moderne, qui a bien apperçû d'aussi petites grandeurs, & elles lui échapperoient d'autant moins qu'elles reviendroient régulierement de 15 jours en 15 jours, & par des retours si fréquens forceroient enfin les Astronomes les moins attentifs à les appercevoir. Mais on ne les a jamais ni apperçûes, ni même soupçonnées; donc ce n'est pas la Terre qui tourne autour de la Lune, & il faut que la Lune tourne autour de la Terre, & voye ces inégalités dans le mouvement du Soleil.

Cette démonstration suppose que le mouvement du Soleil, vû de la Planete principale, soit égal; & certainement il ne l'est pas, puisque la Planete principale ne décrit pas autour du Soleil un Cercle concentrique, mais une Ellipse, & que d'ailleurs l'Aphélie

de cette Ellipſe eſt un point mobile. On croira donc peut-être que les inégalités du mouvement du Soleil, que la Terre verroit, parce qu'elle ſeroit Planete ſubalterne, pourroient ſe confondre de façon avec ces autres inégalités néceſſaires & inconteſtables, qu'on ne les en diſtingueroit plus. Il eſt vrai que par la combinaiſon des inégalités différentes du mouvement du Soleil, il doit arriver des cas où celles d'une eſpece détruiroient en partie celles d'une autre, & par-là rendroient inſenſibles celles dont on douteroit; mais les cas oppoſés doivent arriver auſſi, ceux où les différentes inégalités s'ajoûteroient, & feroient une ſomme ſenſiblement plus forte que s'il n'y entroit que des inégalités d'une eſpece. D'ailleurs comme le tems, où cette ſomme plus forte ſe trouveroit, ne pourroit être que celui de la nouvelle Lune, ce ſeroit un grand indice aux Aſtronomes que la Terre ſeroit Satellite. Mais depuis le tems qu'on obſerve les mouvemens du Soleil & de la Lune, qui ſont de tous les mouvemens céleſtes les mieux connus, & les plus anciennement connus, on n'a rien obſervé de ce qui ſeroit néceſſaire pour le nouveau Syſtême.

Voici encore une démonſtration plus ſenſible, parce qu'elle roule ſur une plus grande inégalité. Je ſuppoſe la Lune Satellite de la Terre, ſelon l'opinion générale. Au moment de l'Equinoxe du Printems, quand la Terre voit le Soleil au 1er d'*Aries*, qu'il y ait alors Nouvelle ou Pleine Lune, il eſt certain que la Terre ayant fait ſon tour, &

étant

étant revenue à voir le Soleil au 1er d'*Aries*, il y aura une année *Equinoxiale* révolue, mais qu'il n'y aura point alors Nouvelle ni Pleine Lune, car le mouvement du Soleil ou de la Terre, & celui de la Lune, ont une espece d'incommensurabilté qui ne permet pas que leurs révolutions entieres, ni les moitiés, les tiers, les quarts, &c. de ces révolutions, se retrouvent juste ensemble, si ce n'est après un grand nombre d'années. La Lune ne sera donc pas sur sa ligne menée par les centres de la Terre & du Soleil jusqu'au 1er d'*Aries*, mais ou en deçà de cette ligne, ou au delà, c'est-à-dire, qu'elle n'aura pas encore vû le Soleil au 1er d'*Aries*, ou qu'elle l'aura déja vû, qu'elle n'aura pas encore eu cet Equinoxe du Printems, ou l'aura déja eu. Ainsi son année Equinoxiale, comptée comme celle de la Terre, sera plus longue ou plus courte que celle de la Terre.

On a laissé indéterminé le point où la Lune pouvoit être sur son Orbite, quand la Terre a eu son second Equinoxe du Printems; cette détermination demanderoit celle d'une certaine année, & elle n'est nullement nécessaire, il ne s'agit que de savoir la plus grande inégalité possible des années Equinoxiales de la Lune. On là trouvera, si on suppose, comme on le peut, qu'au retour de la Terre à son second Equinoxe du Printems, la Lune se trouve dans l'une de ses deux Quadratures. M. de Mairan calcule que de-là au point où la Lune verra le Soleil au 1er d'*Aries*, il y aura plus de 3½ heures de différence, & par conséquent plus de 7 heures

entre les deux années Equinoxiales de la Lune, qui différeront le plus ; & par les mêmes principes de calcul on aura les différences moindres ; ce que M. de Mairan trouve en effet pour les années 1728 & 1729.

Si la Terre est à la place de la Lune selon le nouveau Systême, il peut donc y avoir plus de 7 heures de différence entre les années Equinoxiales de la Terre, qui différeront le plus. M. de Mairan avoue que chés les Anciens, qui ne pouvoient observer le moment des Equinoxes qu'à 6 heures près, cette grande inégalité de nos années Equinoxiales pouvoit être presque entierement emportée par l'erreur des observations, & disparoître ; mais il soûtient que dans l'état où est aujourd'hui l'Astronomie, l'erreur ne peut aller à une heure, & par conséquent il nous reste une marque bien sûre que la Terre n'est pas Satellite de la Lune, car nos années Equinoxiales les plus différentes ne peuvent jamais l'être de 6 heures, il s'en faudra beaucoup.

En général il est aisé de voir que l'Astronomie, & principalement l'Astronomie Physique, ayant supposé jusqu'ici que la Terre se meut dans son Orbe autour du Soleil, & la Lune dans un autre Orbe particulier autour de la Terre, on ne sauroit transporter la Terre & la Lune, sans qu'il arrive des changemens considérables, qui dérangeroient des calculs d'Astronomie, auxquels on a tout sujet de se fier. Par exemple, la Terre ne voit les diametres apparens du Soleil dans

son

ſon Apogée ou dans ſon Périgée diminuer ou augmenter que d'une certaine quantité qui dépend uniquement de ce que l'Orbe de la Terre eſt excentrique au Soleil. Mais ſi la Terre tournoit autour de la Lune, elle verroit encore varier les diametres du Soleil par un principe indépendant de l'excentricité de l'Orbe de la Planete principale, car ſelon qu'elle ſeroit poſée ſur ſon Orbe particulier, elle ſeroit ou plus éloignée ou plus proche du Soleil. Il eſt vrai que l'augmentation de variation n'iroit qu'à 10 ou 11 Secondes, mais il faut toûjours ſe ſouvenir que l'Aſtronomie moderne eſt devenue extrêmement ſubtile, & capable d'appercevoir, du moins à la longue, de très-petites grandeurs, ſur-tout dans les cas où tout s'accumuleroit enſemble d'un certain côté. Par cette raiſon M. de Mairan s'eſt engagé dans des détails d'Aſtronomie aſſés fins, qui autrement ne lui auroient pas été néceſſaires. Nous en paſſerons pluſieurs, pour venir à une preuve que tout le monde peut ſaiſir.

La Lune nous préſente toûjours la même face, & ſi la Terre tourne autour de la Lune en un mois, il faut néceſſairement que la Lune, placée au centre de l'Orbe terreſtre, tourne auſſi ſur ſon axe en un mois, ſans quoi elle ne nous préſenteroit pas toûjours cette même face. Donc la circonférence du globe de la Lune, & la circonférence beaucoup plus grande de l'Orbe terreſtre, dont la Lune occupe le centre, tournent dans un tems égal. Or cela eſt ſans exemple dans tous les mouvemens céleſtes connus, de plus

grands Cercles d'un même Tourbillon sont toûjours décrits en plus de tems selon la fameuse proportion trouvée par Kepler, & toûjours vérifiée après lui par les nouvelles découvertes. A la vérité, cette Règle exacte, ment observée par tous les Corps célestes, qui tournent autour d'un centre commune par les Orbes de toutes les Planetes principales autour du Sôleil, par les Satellites de Jupiter autour de Jupiter, par ceux de Saturne, n'est pas observée de même à l'égard de la circonférence d'un Corps qui occupe le centre commun du mouvement, & tourne sur son axe. Par la Règle de Kepler, la circonférence du Soleil devroit tourner en 3 heures, & elle ne tourne qu'en 25 ½ jours; Jupiter devroit tourner en moins de 3 heures, & il ne tourne qu'en un peu moins de 10; pour la révolution de Saturne sur son axe, on ne la connoît point encore. Mais du moins le Soleil tourne en moins de tems que Mercure, qui ne tourne qu'en 3 mois à peu près; Jupiter en moins de tems que son 1er Satellite, qui tourne en 42 heures; & par conséquent la Lune, quoique dispensée de suivre exactement dans sa révolution sur son axe la Règle de Kepler, parce qu'elle tiendroit le centre de l'Orbe terrestre, devroit pourtant toûjours tourner en un tems considérablement plus court que celui de la révolution de la Terre autour d'elle, ce qui nous feroit voir son Hémisphere caché.

On a supposé dans tous ces raisonnemens que les Orbes étoient circulaires, & que les mouvemens étoient les *moyens*; mais pour ne

ne laisser aucun lieu de douter, M. de Mairan a fait voir qu'il mettoit par-là les choses sur le plus bas pied, & qu'en prenant des Orbes elliptiques, comme ils le sont réellement, & les mouvemens *vrais*, les conclusions étoient encore plus favorables au Systême qu'il soûtient.

Il reconnoît qu'on pourroit éluder ses démonstrations d'une maniere plus raisonnable. Il s'est fondé sur le rapport de la vîtesse de la Planete principale autour du Soleil, à la vîtesse de la subalterne autour de la principale. Des deux espaces ou chemins, & des deux tems, qui sont les quatre élémens de ce rapport, il n'y a qu'un seul élément qui puisse être douteux, c'est le chemin que fait la Planete principale autour du Soleil, ou, ce qui revient au même, sa distance au Soleil. M. de Mairan a posé cette distance selon feu M. Cassini. Il est certain que si on la pose plus grande, la Planete principale aura plus de vîtesse, puisqu'elle décrira un plus grand Cercle dans le même tems, qui est nécessairement un an; & par conséquent la vîtesse de la Planete subalterne étant toûjours exprimée par 1, celle de la principale le sera par un nombre plus grand que 30, ce qui pourra aller à tel point que la vîtesse de la Planete subalterne deviendra insensible par rapport à celle de la principale, & que ce qui s'ensuivoit de ce que ce rapport étoit sensible & déterminable, n'aura plus aucun lieu. Or on a l'autorité de M. de la Hire, qui fait la distance de la Terre au Soleil beaucoup plus

grande que M. Caſſini. Elle eſt 3 ſelon l'un, & 5 ſelon l'autre, preſque double.

M. de Mairan fait voir que même dans l'hypotheſe de M. de la Hire, le rapport des deux vîteſſes ſeroit encore plus ſenſible, & déterminable par les obſervations. Mais il en revient à l'hypotheſe de M. Caſſini, comme à la plus ſûre. On en fait les raiſons; elle eſt fondée ſur la parallaxe de Mars bien obſervée*, & vérifiée encore dans la ſuite †: au lieu que M. de la Hire ne s'eſt point expliqué ſur les raiſons qu'il a eûes de s'éloigner de M. Caſſini ſur ce ſujet. Les Aſtronomes n'ont point ſuivi M. de la Hire, & s'ils ſe ſont quelquefois un peu écartés de M. Caſſini, ç'a été en faiſant la diſtance de la Terre au Soleil plus petite, ce qui fortifieroit les démonſtrations de M. de Mairan.

Nous avons dit d'abord, que la petiteſſe de la Lune par rapport à la Terre avoit pû la faire prendre pour Satellite de la Terre, & d'autant plus naturellement que tous les Satellites inconteſtablement tels ſont plus petits que leurs Planetes principales. Cette preuve n'eſt que de pure convenance, mais M. de Mairan la change en démonſtrative par les réflexions qu'il y ajoûte.

Si un Corps peſant, un Globe, a une impulſion qui lui faſſe décrire un Cercle autour d'un Centre où ſa peſanteur le fait tendre continuellement, c'eſt le centre de ce Globe qui décrit la circonférence du Cercle, en cas

* V. l'Hiſt. de 1706. p. 119. & ſuiv.
† Et celle de 1722. p. 125. & ſuiv.

cas que le Globe ſoit d'une matiere homogene, & que par conſéquent ſon centre de figure ſoit le même que ſon centre de gravité. Si cela n'eſt pas, & qu'il y ait une partie de ce Globe, par exemple une moitié, plus peſante que l'autre, le centre de gravité s'éloignera du centre de figure, ira dans la moitié plus peſante, & s'y enfoncera, pour ainſi dire, d'autant plus que cette moitié plus peſante ſera plus peſante que l'autre. Le diametre du Globe deviendra un Levier partagé par le centre de gravité en deux parties inégales, qui ſeront en raiſon renverſée des peſanteurs des deux moitiés. En même tems ce ne ſera plus le centre de figure du Globe qui décrira la circonférence du Cercle ſuppoſé, mais le centre de gravité; & comme c'eſt une Loi inviolable de Méchanique que le centre de gravité d'un Corps s'approche toûjours le plus qu'il eſt poſſible du point où il tend par ſa peſanteur, le Globe, dont le centre de gravité décrira une circonférence circulaire, ſe tournera de façon que ſa moitié la plus peſante ſera en dedans de cette circonférence, & l'autre en dehors, car autrement le centre de gravité du Globe ne ſeroit pas le plus proche qu'il pût être du point central où tend ſa peſanteur.

Maintenant ſi au lieu du Globe non homogene, on imagine un Levier chargé de deux poids inégaux, & dont le point d'appui, centre de gravité des deux poids pris enſemble, doive ſe mouvoir comme faiſoit le Globe, ce ſera parfaitement la même choſe, ce point d'appui du Levier décrira

une circonférence circulaire autour du point central où tend la pesanteur totale du Levier chargé, le plus grand poids sera en dedans de cette circonférence, & le plus petit au dehors; & si on ignoroit lequel seroit en dedans ou en dehors, en connoissant seulement leur différente grandeur, on sauroit sûrement que le plus petit seroit en dehors, & l'autre en dedans.

Il est constant aujourd'hui que tous les les Corps célestes pesent vers le Soleil, ou y tendent, comme tous les Corps terrestres vers la Terre. Quand la Lune & la Terre sont emportées par un même Tourbillon qui se meut sur la circonférence de l'Orbe annuel, il faut, puisqu'elles ont toutes deux une pesanteur vers le Soleil, les concevoir toutes deux attachées aux deux extrémités d'un Levier divisé en raison de leurs pesanteurs vers le Soleil, & dont le point d'appui, ou le centre de gravité *Solaire* commun de ces deux Corps, décrit la circonférence de l'Orbe annuel, car alors ce n'est plus la Planete qu'on met au centre du Tourbillon qui décrit cet Orbe. Mais la pesanteur des deux Planetes peut être si inégale, & par conséquent la distance du commun centre de gravité à la Planete la plus pesante peut être si petite, que cette Planete sera sensiblement au centre du Tourbillon, ou paroîtra le centre du mouvement de l'autre. Mais quand l'inégalité de pesanteur ne seroit pas si grande, la Planete la moins pesante ayant un plus long bras de Levier, enfermeroit toûjours l'autre dans son Orbe, & tourneroit autour d'elle, quoique ce ne

fût

fût pas comme autour d'un point.

Il ne reste plus qu'à savoir laquelle est la plus pesante vers le Soleil, ou de la Terre ou de la Lune. A en juger par les masses, la chose est bientôt décidée; la Lune est au moins cinquante fois plus petite que la Terre, & selon M. Newton, qui outre la masse fait entrer dans cette pesanteur la densité qu'il trouve plus grande à la Lune qu'à la Terre, la Lune est encore quarante fois moins pesante. C'est donc certainement la Lune qui tourne autour de la Terre.

Par cette considération des centres de gravité des Corps célestes mûs autour de quelque centre commun, on trouvera, en la rendant générale, que les Satellites de Jupiter doivent être plus petits que Jupiter, ceux de Saturne plus petits que Saturne, toutes les Planetes principales plus petites que le Soleil; & que quand il s'agit de la qualité de Satellite, la petitesse de la masse en est une preuve sûre. On peut remarquer ici en passant, que selon cette Théorie, le grand Tourbillon, qui comprend le Soleil & toutes les Planetes, ne tourne point autour du centre du Soleil, mais autour d'un centre de gravité commun placé fort près du Globe du Soleil, à cause de la grande masse de ce Globe par rapport à ceux des Planetes.

Tandis que M. de Mairan, à l'occasion de la Lune, avoit en main une Théorie générale des inégalités que les Planetes subalternes voyent dans le mouvement du Soleil, précisément parce qu'elles sont subalternes, il en a voulu jouir, & en faire l'application à tous les

Satellites de notre Tourbillon folaire. S'il y avoit des Aftronomes dans ces Satellites, ils s'appercevroient plus ou moins facilement par ces inégalités plus ou moins grandes, qu'ils habiteroient des Planetes fubalternes, & non pas une principale. Nous pouvons avec la formule de M. de Mairan nous transporter à leur place, & favoir fûrement ce qu'ils verroient.

A mefure que les Satellites de Jupiter font plus éloignés de cette Planete principale, leur vîteffe autour d'elle eft moindre par rapport à celle de Jupiter autour du Soleil. Ainfi le 1er Satellite eft celui qui a cette vîteffe relative la plus grande, & elle eft telle qu'il voit dans fes oppofitions le moyen mouvement du Soleil plus que doublé, & dans fes conjonctions le Soleil ftationnaire & rétrograde. Tout cela arrive en un jour 18 heures. Extrême facilité pour les Aftronomes de ce Satellite, de s'appercevoir qu'ils font fur un Satellite.

Le 2d Satellite a encore les mêmes apparences, mais moindres.

Le 3me ne peut plus voir le Soleil rétrograde, & il s'en faut peu qu'il ne le puiffe voir ftationnaire un inftant.

Le 4me ne verra pas même le Soleil ftationnaire un inftant, il ne le verra que direct, mais accéléré ou retardé, comme le voit notre Lune, & comme nous le verrions fi nous étions à fa place. Seulement l'inégalité apparente du mouvement du Soleil eft dix-huit fois plus grande pour ce Satellite, & fes Aftronomes ne peuvent pas encore tomber dans

dans l'erreur de se croire habitans d'une Planete principale.

La vîtesse des cinq Satellites de Saturne dans leurs Orbes particuliers par rapport à celle de Saturne dans son Orbe autour du Soleil, est moindre en général que la pareille vîtesse rélative des Satellites de Jupiter. Ainsi il n'y a que le 1er Satellite de Saturne qui voye le Soleil bien sensiblement rétrograde, & il le voit une fois moins rétrograde que le 1er Satellite de Jupiter ne le voit. Le 2d de Saturne à peine le verra-t-il rétrograde, & par conséquent les trois autres ne le peuvent plus voir que direct, mais retardé dans les conjonctions, & le 5me moins retardé que les deux inférieurs.

Cette autre inégalité que nous avons dit qui se trouveroit dans les années solaires, si la Terre étoit Satellite de la Lune, & qui est effectivement pour la Lune, M. de Mairan la transporte aux Satellites de Jupiter & de Saturne, & la calcule pour eux. Mais nous n'entrons point dans ces recherches délicates, non plus que dans quelques idées incidentes de M. de Mairan, telle que celle de la mesure du diametre de Jupiter, & des distances de ses Satellites, qui paroît attendre une plus ample explication. Nous finissons par cette espece d'échantillon que nous venons de donner d'Astronomie *comparée*, c'est-à-dire, de celle qui ne partant plus de la Terre pour contempler les mouvemens célestes, part de tel point de l'Univers qu'elle veut, & compare les différens points de vûe. De tous les points d'où l'on peut par-

tir, ceux d'où le voyage est le plus difficile sont les Planetes subalternes, parce que leurs mouvemens plus compliqués rendent aussi plus compliquées les apparences de tous les autres mouvemens. Mais cette difficulté n'arrête pas l'Astronomie moderne, & elle peut hardiment opérer à son gré dans quelque Monde que ce soit du grand Tourbillon solaire.

NOus renvoyons entierement aux Mémoires

* Les Recherches du mouvement propre des Etoiles fixes, par M. Delisle de la Croyere.

† Un Ecrit de M. Cassini sur la Théorie des Cometes.

* V. les M. p. 26.
† V. les M. p. 321.

MECHANIQUE.

SUR LA FORCE DES REVETEMENS qu'il faut donner aux Levées de Terres, Digues, &c. *

VOICI la suite de ce que nous avons dit en 1726 †, & nous supposons qu'on se le rappellera.

M. Couplet avoit considéré les surfaces verticales des Revêtemens opposées aux Terres qu'ils empêchoient de s'ébouler, comme parfaitement polies, aussi-bien que les grains sphériques des Terres ou Sables qui étoient soûtenus; & de-là il suivoit que ces grains ne pouvoient avoir contre ces surfaces que des efforts horizontaux, dont la recherche géométrique & le calcul ont été l'objet de la Théorie précédente.

Mais il faut rentrer dans le vrai physique, & dans le réel, ou du moins s'en rapprocher le plus qu'on pourra. Les grains de terre ou de sable sont graveleux, les surfaces des Revêtemens sont fort inégales, ces grains s'engrenent dans ces surfaces, & l'effort qu'ils exercent contre elles, leur poussée, n'est plus horizontale, elle ne peut être que dans la direc-

* V. les M. p. 200. † p. 78. & suiv.

direction d'une perpendiculaire tirée du centre d'un grain de sable sur la surface d'un grain de Revêtement, où il s'engrene, & s'appuye; ce qui apporte de grands changemens à la Théorie de 1726.

D'abord il faut prendre ici comme là un Tétraëdre formé de grains de sable égaux, dont les supérieurs poussent les inférieurs pour les écarter: mais parce qu'ils s'engrenent présentement les uns dans les autres, les supérieurs ne poussent que par des lignes perpendiculaires à la surface des inférieurs. Ainsi on ne peut imaginer l'effort des supérieurs que dirigé suivant une ligne qui soit ou l'arrête du Tétraëdre, ou celle qui partant de son sommet en partagera une face en deux moitiés égales. Lorsque le Tétraëdre se tient en état, & ne s'éboule point, c'est parce que sa base est telle que la demande la poussée des grains, & que leur effort est entiérement soûtenu. Alors en concevant un Triangle, qui soit une section verticale du Tétraëdre, & dont un des côtés en soit une arrête, & l'autre la ligne qui coupera en deux moitiés égales la face opposée, on trouvera aisément par les principes établis en 1726, le rapport de la pesanteur d'un grain supérieur à l'effort dont il pousse les inférieurs soit selon l'arrête, soit selon la face du Tétraëdre, ces deux efforts étant inégaux.

Ce Triangle, car il suffit de le considérer seul dans le Tétraëdre, qui aura ces dimensions précises, ou qui sera ramené à les avoir, ainsi qu'il a été expliqué dans l'autre Théorie, n'aura nul besoin de Revêtement pour

pour se soûtenir ; mais le Triangle renversé égal & semblable qu'il faudroit lui joindre pour faire la section parallélogrammique d'un Terre-plein, ne se soûtiendroit pas sans Revêtement, & l'on auroit à combattre dans ce 2d Triangle les mêmes efforts, qui étoient satisfaits dans le 1er.

Lorsque le Revêtement étoit parfaitement poli, les grains n'agissoient contre lui que par une ligne horizontale perpendiculaire à sa surface; mais ici ils n'agissent que par l'arrête du Tétraëdre, ou par la ligne qui en coupe une face en deux, & l'une & l'autre de ces lignes ne peuvent être qu'obliques à la surface verticale du Revêtement, & par conséquent les grains de sable ou le Terre-plein n'agissent contre lui que par une ligne qui tend, non plus à le faire tourner sur l'extrémité extérieure de sa base en le renversant, mais à le fendre de haut en bas & de biais, de sorte qu'il lui restera une partie inférieure immobile, & que la supérieure seulement sera renversée. Cette partie inférieure du Revêtement devient elle-même la base d'une partie correspondante du Terre-plein, & la masse du Terre-plein qui agit contre le Revêtement en est diminuée d'autant; ce qui fait que dans l'hypothese purement géométrique des grains & Revêtemens parfaitement polis, l'effort des Terres contre le Revêtement est plus grand que dans l'hypothese physique & réelle des Revêtemens graveleux.

Tout cela posé, M. Couplet trouve le centre de gravité de cette partie des terres, qui

qui est seule agissante, le point d'appui sur lequel elle agit, la distance de sa direction toûjours connue à ce point d'appui, ou, ce qui est le même, son bras de levier, & par conséquent son énergie totale.

Il faut remarquer que dans cette hypothese physique, le bras de levier, par lequel agissent les terres, se trouve plus court, ce qui diminue encore la force qui eût été nécessaire au Revêtement dans l'autre hypothese.

L'énergie du Terre-plein, ou plutôt d'une lame Triangulaire du Terre-plein, étant trouvée, celle d'une lame correspondante du Revêtement lui doit être égale, & cela dépend de la figure de cette lame, où l'on prendra son centre de gravité, & le bras de levier de ce centre par rapport au point d'appui, sur lequel le Revêtement seroit renversé. La hauteur de cette figure est ordinairement la même que celle du Terre-plein, il ne s'agit que de sa base, qui doit être plus ou moins grande selon la force ou l'énergie dont le Revêtement a besoin. Mais en laissant cette base inconnue dans l'Equation formée des deux énergies du Terre-plein & du Revêtement, elle se détermine bien vîte, telle qu'elle doit être par rapport à toutes les autres circonstances ou conditions connues ou supposées. Il ne faut pas oublier que comme le Revêtement est ordinairement de pierre, plus pesante que des terres ou du sable, on doit avoir égard à cette différence de pesanteur.

Lorsque nous avons d'abord établi la figure que prennent des grains de terre ou de sable qui se soûtiennent d'eux-mêmes & sans Revêtement, nous n'avons consideré qu'un grain

posé

posé sur trois inférieurs, ce qui forme un Tétraëdre, ou Piramide réguliere; & de-là nous avons tiré d'après M. Couplet les efforts du grain supérieur sur les inférieurs, soit suivant une arrête du Tétraëdre, soit suivant une face. Mais on peut concevoir aussi un autre arrangement, qui sera celui d'un grain sur quatre inférieurs, & de-là résultera une Piramide à base quarrée, & d'autres efforts du grain supérieur sur les inférieurs. Dans le Tétraëdre le grain supérieur, qui agit sur trois inférieurs, agit sur un d'un côté, & sur deux de l'autre. S'il agit sur un, cet un est nécessairement posé sur l'arrête du Tétraëdre, & le grain supérieur agit donc par cette arrête; s'il agit sur deux, ces deux sont une face du Tétraëdre; & des deux actions ou efforts du grain supérieur, il en résulte un troisieme total dont la direction passe entre les deux grains inférieurs, & par conséquent le supérieur agit par une ligne qui coupe en deux la face du Tétraëdre; & comme dans la supposition du Tétraëdre le talut qu'on aura à soûtenir en peut être ou la face ou l'arrête, il a fallu distinguer ces deux cas, & les différens efforts qui s'y trouvent. Mais dans la supposition présente de la Piramide quarrée, il suit du raisonnement que nous venons de faire, qu'un grain supérieur porté sur deux d'un côté & sur deux de l'autre, ne peut agir ni de l'un ni de l'autre côté, que par la ligne qui coupe en deux une face de la Piramide, & jamais par une arrête, & par conséquent qu'on aura toûjours le même talut à soûtenir. M. Couplet a trouvé que dans le Tétraëdre la pesanteur totale est à l'effort qui se fait selon face, comme un

peu

peu plus de 7 à 5 ; & celui qui se fait par une arrête, comme un peu moins de 5 à 2; & que dans la Piramide quarrée elle est à l'effort unique selon la face, comme un peu moins de 5 est à 3.

De-là il suit, que si l'on supposoit la pesanteur totale la même dans tous les cas, les efforts ou poussées selon l'arrête du Tétraëdre, ou selon la face de la Piramide quarrée, ou selon la face du Tétraëdre, seroient à cette pesanteur à peu près comme 14, ou 21, ou 25 à 35; de sorte que la poussée, selon la face du Tétraëdre, seroit la plus grande de toutes, & celle selon la face de la Piramide quarrée en seroit la plus approchante. Mais en supposant, comme il le faut ici, la hauteur du Tétraëdre la même que celle de la Piramide quarrée, cela change, la Piramide quarrée est évidemment plus pesante que le Tétraëdre, & par conséquent la poussée est plus grande en elle-même, lorsqu'elle est la même partie d'un plus grand tout, il se trouve enfin que les hauteurs étant égales, la poussée par la face de la Piramide quarrée est la plus grande de toutes.

La Piramide quarrée ne tend, aussi bien que le Tétraëdre, qu'à fendre le Revêtement de haut en bas & de biais, & cela en s'appuyant sur un certain point par rapport auquel elle a son bras de levier, c'est-là ce qui fait son énergie totale; & en lui égalant celle du Revêtement dont on laissera la base inconnue, on aura une Equation dont on tirera la valeur de cette inconnue, qui est tout ce qu'on cherche.

La forme de Tétraëdre, ou celle de Piramide quarrée, étant les deux seuls arrangemens qu'on puisse imaginer pour les grains de sable ou

ou de terre qui feront un talut, il auroit pû suffire de déterminer le cas de leur Equilibre avec le Revêtement ; mais M. Couplet pour ne rien laisser à désirer dans sa Théorie, & de plus pour donner dans la pratique des Revêtemens bien sûrement inébranlables, suppose qu'à la poussée des terres il se joindra des accidens qui en augmenteront la force: il évalue ces efforts accidentels au poids d'une masse de terre haute de dix pieds, dont le Terre-plein qu'on veut soûtenir seroit chargé, & qui par conséquent augmenteroit d'autant son énergie totale.

Comme les terres ne peuvent prendre que trois différens taluts, dont on ait les poussées à soûtenir, ou selon la face d'un Tétraëdre, ou selon son arrête, ou selon la face d'une Piramide quarrée, M. Couplet ayant calculé ses formules générales pour ces trois cas, en a construit des Tables, où les hauteurs des Revêtemens croissant depuis cinq pieds jusqu'à cent, on voit quelle doit être pour chaque hauteur la base du Revêtement nécessaire. Si l'on sait par expérience lequel des trois taluts les terres prendroient plus naturellement, on se règlera sur celle des trois Tables qui est faite pour ce talut; si on n'a pas cette connoissance, on verra bien du moins quel sera le parti le plus sûr.

SUR L'IMPULSION OBLIQUE DES FLUIDES *.

DEs hommes ont long-tems broyé des Grains, qu'ils auroient pû faire broyer en leur place à l'Eau, ou à l'Air; & ces Agens si puissans n'ont été employés qu'assés tard, autant qu'ils pouvoient l'être, pour nous secourir dans nos travaux. L'expérience & l'usage ont produit à la longue diverses Machines où ces Forces ont été mises en œuvre; & enfin la Géométrie, qui n'avoit eu guere de part à ces inventions, & peut-être aucune, est arrivée, & elle s'applique maintenant à mettre la derniere main à tout, & du moins à éclairer tout.

Lorsqu'un fluide, tel que l'Eau ou l'Air, frappe perpendiculairement une surface exposée à son cours, il est évident qu'il la frappe avec toute la force qui est en lui. S'il ne la frappe qu'obliquement, c'est-à-dire, si le fil de son courant est une ligne oblique à cette surface, il est évident encore que cette direction oblique du fluide étant décomposée en deux partiales, dont l'une est perpendiculaire à la surface, & l'autre parallele, la surface n'est frappée que par ce qu'il y a de perpendiculaire à elle dans la direction totale oblique, & nullement par ce qu'il y a de parallele; qu'elle n'est pous-

* V. les M. p. 69.

poussée que dans le sens de cette direction partiale perpendiculaire ; & qu'elle est d'autant plus ou moins poussée, que cette direction perpendiculaire est plus ou moins grande par rapport à la parallele correspondante. La force d'un choc oblique est donc d'autant plus grande que le choc est moins oblique, ou, ce qui est le même, que l'angle aigu d'incidence, & par conséquent son Sinus, est plus grand ; & les forces de deux chocs obliques, qui de ce chef seroient comme les Sinus des angles d'incidence, sont comme les quarrés de ces Sinus, parce qu'il se trouve d'ailleurs que moins le choc d'un fluide est oblique, plus il y a de parties de ce fluide, & en même raison, qui frappent la surface choquée.

Si une surface plate, & qui peut se mouvoir librement, est exposée obliquement au cours d'une Riviere, il est donc clair qu'elle ne pourra se mouvoir que par une ligne qui lui sera perpendiculaire, & qui sera l'une des deux qui composoient l'impulsion oblique de l'eau. En même tems cette ligne sera nécessairement encore oblique au fil de l'eau, quoique d'une autre obliquité, & la surface que la suivra ira par ce 2d mouvement oblique au fil de l'eau vers l'un des deux bords, & s'y arrêtera. Si c'est là ce qu'on a prétendu, il n'y a rien de plus à faire, nulle autre industrie à employer. Mais si on vouloit que la même surface se mût perpendiculairement au fil de l'eau, & traversât la Riviere selon cette direction, comme font quelquefois des Bacs, alors il faudroit considérer que cette ligne que la surface suivroit, parce qu'elle lui est perpendiculaire, étant en même

tems

tems oblique au fil de l'eau, eſt compoſée de deux directions, l'une perpendiculaire, l'autre parallele au fil de l'eau ; qu'il eſt également poſſible de faire en ſorte que la ſurface ne ſuive que l'une ou l'autre, en empêchant par quelque induſtrie qu'elle ne ſuive celle qu'on ne voudra pas ; & que dans le cas propoſé il n'y a qu'à l'empêcher de ſuivre celle qui eſt parallele au fil de l'eau. Alors la ſurface qui n'a eu d'autre principe de mouvement qu'une impulſion oblique du fil de l'eau, & qui n'auroit pas ſuivi cette ligne, mais une autre encore oblique au fil de l'eau, viendra enfin à ſe mouvoir par une ligne perpendiculaire à ce fil.

On voit qu'il ſe fait ici deux décompoſitions de mouvement. Celui du fil de l'eau oblique à la ſurface eſt décompoſé en deux, l'un perpendiculaire à cette ſurface, l'autre parallele ; & il n'y a que le perpendiculaire qui la pouſſe. Ce perpendiculaire à la ſurface, étant oblique au fil de l'eau, peut encore être décompoſé en deux, l'un perpendiculaire à ce fil, l'autre parallele ; & la ſurface choquée peut ſuivre celui des deux qu'on voudra, pourvû qu'on l'empêche de ſuivre l'autre. La 1ere décompoſition ſe fait naturellement, & néceſſairement ; & il n'y a que l'une des deux directions compoſantes, la perpendiculaire, qui agiſſe. Dans la 2de décompoſition, la ſurface choquée, ſi elle ne ſuit pas la direction totale, qui eſt cette 1re perpendiculaire, eſt, pour ainſi dire, indifférente, entre les deux directions compoſantes, & elle peut également ſuivre l'une ou l'autre, mais il faut que l'art la détermine à l'une des deux. Il eſt viſible que la 2de décompoſition affoiblit la

for-

force primitive, qui étoit déja foible, parce qu'elle résultoit de la 1re décomposition d'une impulsion oblique du fluide; mais ce qui reste de force ne laisse pas d'être précieux, & on en tire de grands usages pour faire tourner les aîles des Moulins à vent, pour faire agir le Gouvernail, ainsi que nous l'avons déja expliqué dans les Histoires de 1701 * & 1714 †.

Comme cette matiere est fort utile dans la Méchanique, & que les Géometres n'en ont examiné que des cas particuliers, & souvent par des méthodes très-compliquées, M. Pitot a entrepris d'en donner une Théorie générale, & des Formules qui renfermassent tout. L'impulsion du fluide étant toûjours supposée oblique sur la surface choquée, d'où naît une perpendiculaire *primitive*, qui est toute la force que l'on a, & l'intention étant de faire mouvoir la surface selon une direction qui ne soit pas cette perpendiculaire, il s'agit de la décomposer en deux lignes, dont l'une sera la direction requise, & l'autre perpendiculaire à cette derniere direction, & qui n'agira point. M. Pitot appelle *latérales*, les deux directions dans lesquelles se décompose la perpendiculaire primitive; il recherche le rapport de grandeur, & par conséquent de force qu'elles ont l'une & l'autre à cette perpendiculaire, & il calcule algébriquement la grandeur de toutes les deux, afin qu'on les ait toûjours, lorsque toutes deux seront à considerer, ou qu'on ait la seule qui sera utile.

* p. 175. & suiv. † p. 137. & suiv.

La force totale, dont on n'aura qu'une partie à employer, dépend entierement de la perpendiculaire primitive, c'est-à-dire, du rapport de grandeur qu'elle a à ce qu'il y a de parellele à la surface choquée dans l'impulsion oblique du fluide, ou enfin de la grandeur de l'angle aigu d'incidence. Mais il ne s'ensuit pas que l'angle d'incidence étant le même, quand on vient à faire la seconde décomposition, cette perpendiculaire primitive soit également avantageuse pour faire suivre à la surface choquée la direction qu'on veut qu'elle suive; car avec deux angles d'incidence égaux, cette perpendiculaire ellemême aura une direction qui tiendra plus ou moins de la direction requise, & lui sera plus ou moins favorable. Et pour le prouver, il suffit de faire voir que la perpendiculaire dans ses deux positions différentes ne sera pas parallele à elle-même, car elle approchera donc plus ou moins dans une position que dans l'autre d'être parallele à la direction requise. Soit la surface conçue comme attachée par une de ses extrémités au centre d'un demicercle, dont elle sera toûjours le rayon. Le fluide la peut toûjours frapper sous deux angles d'incidence égaux, l'un dans le premier quart de Cercle, l'autre dans le second. Dans ces deux positions de la surface, la ligne qui lui sera perpendiculaire sera tangente du Cercle; mais il est évident que ces deux tangentes ne seront pas paralleles, elles ne pourroient l'être qu'aux deux extrémités d'un même diametre.

M. Pitot ayant voulu donner les formules

générales des forces laterales de la seconde décomposition pour tous les angles d'incidence possibles, a donc dû donner, comme il a fait, ces formules doubles pour chaque angle, puisque pour chaque angle la perpendiculaire étant la même, aura deux directions différentes plus ou moins favorables à la direction requise, selon que cet angle sera dans un quart de Cercle, ou dans l'autre. La surface étant choquée sous les deux angles égaux, il se trouve que quand elle est plus tournée vers le point d'où part le fluide, la direction de la perpendiculaire primitive est plus favorable dans ce cas que dans l'autre à la direction requise. Les directions plus favorables de cette perpendiculaire tiennent donc un quart de Cercle, & les moins favorables tiennent l'autre.

Dans lequel que ce soit de ces deux Quarts, la force que l'on aura selon la directiou requise dépend de deux pricipes, 1°. de la force ou de la grandeur de la perpendiculaire primitive, d'autant plus grande que l'angle d'incidence du fluide sur la surface aura été plus grand, 2°. de la direction de la perpendiculaire primitive. Ces deux principes se combinant ensemble, il peut arriver, & il arrive en effet que la direction la plus favorable de la perpendiculaire primitive demanderoit un trop petit angle d'incidence, & que par là la force de cette perpendiculaire seroit trop petite ; ou qu'au contraire un assés grand angle d'incidence donneroit à la perpendiculaire primitive une direction trop peu favorable. Il y a donc nécessairement un certain

point où les deux principes s'ajustent de façon qu'il en résulte l'effet le plus avantageux, & c'est *un plus grand* que l'on détermine par les règles connues des Géometres, & ce plus grand donne l'angle, sous lequel la surface posée dans l'un ou l'autre quart de Cercle doit être frappée pour suivre après cela, avec la plus grande force possible, la direction qu'on veut qu'elle suive. On trouve par-là l'angle le plus avantageux de l'inclinaison des aîles d'un Moulin sur son axe, celui du Gouvernail par rapport à la Quille pour faire tourner le Vaisseau, &c.

Il n'est pas surprenant que la surface choquée puisse recevoir du fil de l'eau une impulsion qui la fasse aller contre le fil de l'eau même; car la perpendiculaire primitive, toûjours oblique à ce fil, étant décomposée de façon qu'une de ses directions composantes soit parallele au fil de l'eau, la surface qui ne pourra suivre que cette direction la suivra, ou en descendant avec le fil de l'eau, ou en remontant selon que l'angle aigu de la perpendiculaire primitive avec le fil de l'eau sera tourné d'un côté ou de l'autre, ce qui dépend uniquement de la maniere dont cette perpendiculaire est posée ou dirigée. Le cas où la surface choquée doit aller contre le fil de l'eau, arrive dans le quart de Cercle où la surface est plus loin de l'origine du courant. Il en va de même dans la Navigation du cas de *gagner au vent*, que nous avons expliqué en 1714 *. Enfin toutes les Questions qui

* p. 137. & suiv.

qui appartiennent à cette matiere se résoudront aisément par les formules générales de M. Pitot, & il paroît que la Géometrie en a fait desormais son devoir.

MACHINES OU INVENTIONS APPROUVÉES PAR L'ACADÉMIE EN M. DCCXXVII.

I.

UN Instrument de M. Clairaut, par le moyen duquel on peut prendre les Angles, faire les Calculs arithmétiques, tels que la multiplication, la division, l'extraction des Racines, & résoudre les Triangles rectangles. C'est un Cercle de Carton gradué de 21 pouces de diametre, dans lequel M. Clairaut à décrit un grand nombre de circonférences concentriques pour exprimer par les longueurs de ces circonférences, les Logarithmes des Nombres, & ceux des Sinus. L'Instrument a paru ingénieux, & assés exact; la pratique fera connoître quelle sera la facilité de s'en servir.

I I.

Un Clavessin de M. Thevenard de Bordeaux, à un seul rang de cordes, où les Sautereaux sont garnis d'une petite piece de cui-

vre ou de leton, qui tient lieu de la Languette ordinaire, & de toutes ses appartenances. Cette invention a paru ingenieuse, & utile en ce qu'elle dispense pour toûjours de l'entretien des Plumes & des Soyes, qui sont communément sujettes au Ver, & s'usent promptement.

III.

Un Pont de Bateaux de M. du Bois Ingénieur. Il peut se séparer en deux, ou s'ouvrir dans le tems des grandes Eaux ou des Glaces, qui pourroient l'endommager. On le referme & on l'ouvre, par le moyen de deux Cabestans, disposés chacun sur le rivage opposé. Lorsqu'il est fermé, ou dans son état ordinaire, on l'arrête par des Boulons de fer, qui étant attachés à des Pilotis, entrent perpendiculairement dans des Anneaux fixés à l'extrémité des deux Bateaux du milieu du Pont. Ces Anneaux s'élevent & s'abbaissent avec les Bateaux suivant la hauteur de la Riviere, & le Pont est également retenu. La partie par laquelle le Pont est arrêté à la Culée, est une espece de Charniere formée par des Anneaux de fer roulans sur un long Pivot, & qui permet au Pont de suivre aussi de ce côte-là la hauteur des Eaux. Quand il s'ouvre, chaque moitié va se placer le long du rivage, où elle est à l'abri par les Culées qui sont de chaque côté. Ce Pont a paru ingénieusement imaginé, & solidement construit; & si dans l'exécution l'on a l'attention nécessaire pour la force des Pivots & Anneaux,

sur

ſur leſquels le Pont fait un effort conſidérable quand il s'ouvre, & que l'on ait ſoin de déterminer la vîteſſe du Courant, en ſorte qu'elle diminue en approchant du rivage, il y a lieu de croire qu'on ſe ſervira utilement de cette invention.

I V.

Un Globe céleſte mouvant de M. Outhier, Prêtre du Dioceſe de Beſançon, qui repréſente le mouvement diurne & le mouvement annuel du Soleil, leur différence, ou celle du Tems vrai & du moyen, tous les mouvemens de la Lune, ſes Phaſes, les Eclipſes, le paſſage des Etoiles fixes par le Meridien, leur mouvement particulier, &c. tout cela par la conſtruction intérieure du Globe, qui contient deux mouvemens ſéparés, dont l'un ſe fait ſur l'axe de l'Equateur, & l'autre ſur celui de l'Ecliptique. Il contient auſſi une Horloge ſonnante. Quoiqu'il y ait déja pluſieurs Ouvrages dans ce goût-là, on a trouvé que celui-ci étoit très-ingénieuſement imaginé, que quelques diſpoſitions nouvelles, celle, par exemple, qui regarde les Phaſes de la Lune & ſes latitudes, le rendoient ſimple, & donnoient une idée avantageuſe de l'intelligence & de l'habilité de l'Inventeur.

V.

Une Horloge à Sable de M. le Comte Proſper, Capitaine dans le Régiment de Milan, Infanterie Italienne, au ſervice du Roi Catholique. Ce ſont deux Vaſes parfaitement

égaux, pleins du même Sable, au bas de chacun desquels est adapté un tuyau de verre où le Sable doit couler, les deux tuyaux étant aussi parfaitement égaux, & le tout posé verticalement. Les deux Vases & les deux Tuyaux sont fort proches, & une plaque de cuivre percée à ses deux extrémités de deux ouvertures égales à celles des tuyaux de verre, est disposée de façon que tournant sur un Pivot qui est entre les deux tuyaux, elle ferme l'un tandis qu'elle laisse l'autre entierement ouvert. On sait par expérience en quel tems un tuyau se remplit du Sable tombé du Vase, & en graduant ce tuyau par des divisions égales, on a des parties égales de ce tems, ou, ce qui peut être encore plus exact, à un moment quelconque de la chûte du Sable dans un des tuyaux, on ferme ce tuyau par le moyen de la Plaque, on le détache, ce qui est très-facile, & on pese le Sable tombé; & comme on connoît le poids de tout le Sable qu'un Vase contient, il a la même proportion à celui du Sable tombé, que le tems total pendant lequel le Tuyau se seroit rempli, au tems pendant lequel il n'a reçû qu'une partie du Sable. Par la disposition de la Machine, à l'instant qu'on a fermé ce tuyau, l'autre s'est ouvert, & le Sable du Vase correspondant y a coulé, ainsi il n'y a point de tems perdu à peser le Sable d'un tuyau, & la Machine mesure toûjours le tems. Elle a paru assés ingénieuse, quoique sujette aux inconvéniens ordinaires des Sabliers, tels que la différente ténacité du Sable,

& l'élargissement des trous par sa chûte continuelle.

ELOGE

DE M. DE MALEZIEU.

NICOLAS DE MALEZIEU nâquit à Paris en 1650, de Nicolas de Malézieu Ecuyer Seigneur de Bray, & de Marie des Forges, originaire de Champagne. Il étoit encore au berceau, lorsqu'il perdit son Pere, & il demeura entre les mains d'une Mere qui avoit beaucoup d'esprit. Elle ne fut pas long-tems à s'appercevoir que cet Enfant méritoit une bonne éducation. Il la prévenoit même, & dès l'âge de quatre ans il avoit appris à lire & à écrire, presque sans avoir eu besoin de Maître. Il n'avoit que douze ans, quand il finit sa Philosophie au College des Jésuites à Paris. De là il voulut aller plus loin, parce qu'il entendoit parler d'une Philosophie nouvelle, qui faisoit beaucoup de bruit. Il s'y appliqua sous M. Rohaut, & en même tems aux Mathématiques, dont elle emprunte perpétuellement le secours, qu'elle se glorifie d'emprunter.

Ces Mathématiques, qui souffrent si peu qu'on se partage entre elles & d'autres Sciences, lui permettoient cependant les Belles-Lettres, l'Histoire, le Grec, l'Hébreu, & même la Poësie, plus incompatible encore

avec elles que tout le reste. Toutes les sortes de Sciences se présentent à un jeune Homme né avec de l'esprit, mille hazards les font passer en revûe sous ses yeux, & c'est quelque inclination particuliere, ou plutôt quelque talent naturel, source de l'inclination, qui le détermine à un choix; on préfere ce que l'on sent qui promet plus de succès. M. de Malézieu ne fit point de choix, & il embrassa tout; tout l'attiroit également, tout lui promettoit un succès égal.

Feu M. l'Evêque de Meaux le connut, à peine âgé de vingt ans, & il n'eut pas besoin de sa pénétration pour sentir son mérite. Ce n'étoit point un mérite envelopé, qui perçât difficilement au travers d'un extérieur triste & sombre; sa facilité à entendre & à retenir lui avoit épargné ces efforts, & cette pénible contention, dont l'habitude produit la mélancolie: les Sciences étoient entrées dans son Esprit comme dans leur séjour naturel, & n'y avoient rien gâté; au contraire, elles s'étoient parées elles-mêmes de la gayeté & de la vivacité qu'elles y avoient trouvées. M. de Meaux prit dès-lors du goût pour sa conversation, & pour son caractere.

Des affaires domestiques l'appellerent en Champagne. Comme il étoit destiné à plaire aux gens de mérite, il entra dans une liaison étroite avec M. de Vialart, Evêque de Châlons, aussi connu par la beauté de son esprit, que par la pureté de ses mœurs, & il se fortifia par ce commerce dans des sentimens de Religion & de piété, qu'il a conservés toute sa vie. Il se maria à vingt-trois ans avec Demoi-

moiselle Françoise Faudelle de Faveresse, & quoiqu'amoureux, il fit un bon mariage. Il passa dix ans en Champagne dans une douce solitude, uniquement ocupé de deux passions heureuses, car on juge bien que les Livres en étoient une. C'est un bonheur pour les Savans que leur réputation doit amener à Paris, d'avoir eu le loisir de se faire un bon fonds dans le repos d'une Province; le tumulte de Paris ne permet pas assés qu'on fasse de nouvelles acquisitions, si ce n'est celle de la maniere de savoir.

Le feu Roi ayant chargé M. le Duc de Montausier & M. l'Evêque de Meaux, de lui chercher des gens de Lettres, propres à être mis auprès de M. le Duc du Maine, qui avoit déja le savant M. Chevreau pour Précepteur, ils jetterent les yeux sur M. de Malézieu & M. de Court. Tous deux furent nommés par le Roi, & une seconde fois en quelque sorte par le Public, lorsqu'il les connut assés. Il se trouvoit entre leurs caracteres toute la ressemblance, & de plus toute la différence, qui peuvent servir à former une grande liaison; car on se convient aussi par ne se pas ressembler. L'un vif & ardent, l'autre plus tranquille & toûjours égal, ils se réunissoient dans le même goût pour les Sciences, & dans les mêmes principes d'honneur, & leur amitié n'en faisoit qu'un seul homme, en qui tout se trouvoit dans un juste degré. Ils rencontrerent dans le jeune Prince des dispositions & d'esprit & de cœur si heureuses & si singulieres, qu'on ne peut assûrer qu'ils lui ayent été fort utiles, prin-

cipalement à l'égard des qualités de l'ame, qu'ils n'eurent guere que l'avantage de voir de plus près, & avec plus d'admiration. Le Roi les admettoit souvent dans son particulier à la suite de M. le Duc du Maine, lorsqu'il n'étoit question que d'amusemens, & ces occasions si flateuses étoient extrêmement favorables pour faire briller la vivacité, le génie, & les ressources de génie de M. de Malézieu.

La Cour rassembloit alors un assés grand nombre de gens illustres par l'esprit, Mrs Racine, Despréaux, de la Bruyere, de Malézieu, de Court; M. de Meaux étoit à la tête. Ils formoient une espece de Societé particuliere, d'autant plus unie qu'elle étoit plus séparée de celle des Illustres de Paris, qui ne prétendoient pas devoir reconnoître un Tribunal supérieur, ni se soûmettre aveuglément à des jugemens, quoique revêtus de ce nom si imposant de jugemens de la Cour. Du moins avoient-ils une autorité souveraine à Versailles, & Paris même ne se croyoit pas toûjours assés fort pour en appeller.

M. le Prince, M. le Duc, M. le Prince de Conti, qui brilloient beaucoup aussi par l'esprit, mais qui ne doivent être comptés qu'à part, honoroient M. de Malézieu de leur estime, & de leur affection. Il devenoit l'ami de quiconque arrivoit à la Cour avec un mérite éclatant. Il le fut, & très particulierement, de M. l'Abbé de Fénélon, depuis Archevêque de Cambrai, & il n'en conserva pas moins l'amitié de M. de Meaux; lorsque ces deux grands Prélats furent brouil-

lés

lés par une Queſtion ſubtile & délicate, qui ne pouvoit guere être une queſtion que pour d'habiles Théologiens. On dit même que ces deux reſpectables Adverſaires le prirent ſouvent pour Arbitre de pluſieurs articles de leurs différends. Soit qu'il s'agît des procédés, ou du fonds, quelle idée n'avoient-ils pas ou de ſes lumieres, ou de ſa droiture?

Quand M. le Duc du Maine ſe maria, M. de Malézieu entra dans une nouvelle carriere. Une jeune Princeſſe, avide de ſavoir, & propre à ſavoir tout, trouva d'abord dans ſa maiſon celui qu'il lui falloit pour apprendre tout, & elle ne manqua pas de ſe l'attacher particuliérement par ce moyen infaillible que les Princes ont toûjours en leur diſpoſition, par l'eſtime qu'elle lui fit ſentir. Souvent pour lui faire connoître les bons Auteurs de l'Antiquité, que tant de gens aiment mieux admirer que lire, il lui a traduit ſur le champ, en préſence de toute ſa Cour, Virgile, Térence, Sophocle, Euripide; & depuis ce tems-là les traductions n'ont plus été néceſſaires que pour une partie de ces Auteurs. Il ſeroit fort du goût de cette Académie que nous parlaſſions auſſi des Sciences plus élevées, où elle voulut être conduite par le même guide; mais nous craindrions de révéler les ſecrets d'une ſi grande Princeſſe. Il eſt vrai qu'on devinera bien les noms de ces Sciences, mais on ne devinera pas juſqu'où elle y a pénétré.

M. de Malézieu eut encore auprès d'elle une fonction très-différente, & qui ne lui réuſſiſſoit pas moins. La Princeſſe aimoit à

Mais par-là on leur ôte la force merveilleuse, qui a été nécessaire pour suivre, sans s'égarer, des routes si tortueuses, si longues & si embarrassées, & cette force compense le mérite moderne d'avoir découvert des chemins sans comparaison plus courts & plus faciles. On veut que pour causer plus d'admiration, ils ayent caché leur Secret, quoiqu'en le révélant ils eussent causé une admiration, du moins égale, & qu'ils eussent en même tems infiniment avancé des Sciences utiles; on veut qu'ils ayent été tous également fideles à garder ce secret, également jaloux d'une gloire qu'ils pouvoient changer contre une autre, également indifférens pour le bien-public.

Au renouvellement de l'Académie en 1699, M. de Malézieu fut un des Honoraires, & en 1701 il entra à l'Académie Françoise. On ne sera pas étonné qu'il fût Citoyen de deux Etats si différens.

Il faisoit dans sa maison de Châtenai près de Seaux, des Observations astronomiques selon la même méthode qu'elles se font à l'Observatoire, où il les avoit apprises de Mrs Cassini & M. Maraldi, ses amis particuliers, & il les communiquoit à l'Académie. Une personne du plus haut rang avoit part à ces Observations, aussi bien qu'à celles qu'il faisoit avec le Microscope, dont nous avons rapporté la plus singuliere en 1718 *. S'il n'eût pas été assés savant, il eût été obligé de le devenir toûjours de plus en plus pour faire sa cour, & pour suivre les progrès de qui prenoit ses instructions.

Son

* p. 12.

Son temperament robuste & de feu, joint à une vie règlée, lui a valu une longue santé, qui ne s'est démentie que vers les 76 ans, encore n'a ce été que par un dépérissement lent, & presque sans douleur. Il mourut d'Apoplexie le 4 Mars 1727 dans la 77me année de son âge, & la 54me d'un mariage toûjours heureux, où l'estime & la tendresse mutuelles n'avoient point été altérées. La double louange qui en résulte sera toûjours très-rare, même dans d'autres Siecles que celui-ci.

Il a laissé cinq Enfans vivans: trois Garçons, dont l'aîné est Evêque de Lavaur; le 2^d^, Brigadier des Armées du Roi & Lieutenant-général d'Artillerie; & le 3me, Capitaine de Carabiniers: & deux filles, dont l'une est mariée à M. de Messimy, premier Président du Parlement de Dombes, & l'autre à M. le Comte de Guiry, Lieutenant-général du Païs d'Aunis, & Mestre de Camp de Cavalerie.

ELOGE

DE M. NEWTON.

ISAAC NEWTON nâquit le jour de Noel V.S de l'an 1642, à Volstrope dans la Province de Lincoln. Il sortoit de la Branche aînée de Jean Newton, Chevalier Baronnet Seigneur de Volstrope. Cette Seigneurie étoit dans la famille depuis près de 200 ans. Mrs Newton s'y étoient transportés de Wellby dans la même Pro-

Province de Lincoln, mais ils étoient originaires de Newton dans celle de Lancastre. La mere de M. Newton, nommée Anne Ascough, étoit aussi d'une ancienne famille. Elle se remaria après la mort de son premier mari, pere de M. Newton.

Elle mit son fils âgé de 12 ans à la grande Ecole de Grantham, & l'en retira au bout de quelques années, afin qu'il s'accoûtumât de bonne heure à prendre connoissance de ses affaires, & à les gouverner lui-même. Mais elle le trouva si peu occupé de ce soin, si distrait par les Livres, qu'elle le renvoya à Grantham pour y suivre son goût en liberté. Il le satisfit encore mieux en passant de là au College de la Trinité dans l'Université de Cambridge, où il fût reçû en 1660 à l'âge de 18 ans.

Pour apprendre les Mathématiques, il n'étudia point Euclide, qui lui parut trop clair, trop simple, indigne de lui prendre du tems; il le savoit presque avant que de l'avoir lû, & un coup d'œil sur l'énoncé des Théorêmes les lui démontroit. Il sauta tout d'un coup à des Livres tels que la Géométrie de Descartes, & les Optiques de Kepler. On lui pourroit appliquer ce que Lucain a dit du Nil, dont les Anciens ne connoissoient point la source, *Qu'il n'a pas été permis aux hommes de voir le Nil foible & naissant*. Il y a des preuves que M. Newton avoit fait à 24 ans ses grandes découvertes en Géométrie, & posé les fondements de ses deux célébres Ouvrages, les *Principes*, & l'*Optique*. Si des Intelligences supérieures à l'Homme ont aussi un progrès de connoissances, elles volent tandis que nous rampons, elles

les suppriment des milieux que nous ne parcourons qu'en nous traînant lentement, & avec effort, d'une Vérité à une autre qui y touche.

Nicolas Mercator né dans le Holstein, mais qui a passé sa vie en Angleterre, publia en 1668 sa *Logarithmotechnie*, où il donnoit par une Suite ou Série infinie la Quadrature de l'Hyperbole. Alors il parut pour la premiere fois dans le monde savant une Suite de cette espece, tirée de la nature particuliere d'une Courbe, avec un art tout nouveau, & trés délié. L'illustre M. Barrow, qui étoit à Cambridge où étoit M. Newton âgé de 26 ans, se souvint aussitôt d'avoir vû la même Théorie dans des Ecrits du jeune Homme, non pas bornée à l'Hyperbole, mais étendue par des formules générales à toutes sortes de Courbes, même méchaniques, à leurs Quadratures, à leurs Rectifications, à leurs Centres de gravité, aux Solides formés par leurs révolutions, aux Surfaces de ces Solides, de sorte que quand les déterminations étoient possibles, les Suites s'arrêtoient à un certain point, ou si elles ne s'arrêtoient pas, on en avoit les sommes par Règle; que si les déterminations précises étoient impossibles, on en pouvoit toûjours approcher à l'Infini, supplément le plus heureux & le plus subtil que l'Esprit humain pût trouver à l'imperfection de ses connoissances. C'étoit une grande richesse pour un Géometre de posséder une Théorie si féconde & si générale, c'étoit une gloire encore plus grande d'avoir inventé une Théorie si surprenante & si ingénieuse; & M. Newton averti par le Livre de Mercator que cet habile homme étoit sur la voye, & que d'autres s'y pourroient

mettre en le suivant, devoit naturellement se presser d'étaler ses trésors, pour s'en assûrer la véritable propriété, qui consiste dans la découverte. Mais il se contenta de la richesse, & ne se picqua point de la gloire. Il dit lui-même dans une Lettre du *Commercium Epistolicum*, *qu'il avoit crû que son Secret étoit entierement trouvé par Mercator, ou le seroit par d'autres, avant qu'il fût d'un âge assez mûr pour composer.* Il se laissoit enlever sans regret ce qui avoit dû lui promettre beaucoup de gloire, & le flater des plus douces espérances de cette espece, & il attendoit à l'âge convenable pour composer ou pour se donner au Public, n'ayant pas attendu celui de faire les plus grandes choses. Son Manuscrit sur les Suites infinies fut simplement communiqué à M. Collins, & à Milord Brounker, habiles en ces matieres, & encore ne le fut-il que par M. Barrow, qui ne lui permettoit pas d'être tout-à-fait aussi modeste qu'il l'eût voulu.

Ce Manuscrit, tiré en 1669 du Cabinet de l'Auteur, porte pour titre: *Méthode que j'avois trouvée autrefois*, &c. Et quand cet *autrefois* ne seroit que trois ans, il auroit donc trouvé à 24 ans toute la belle Théorie des Suites. Mais il y a plus. Ce même Manuscrit contient, & l'invention & le Calcul des *Fluxions*, ou Infiniment petits, qui ont causé une si grande contestation entre M. Leibnits & lui, ou plûtôt entre l'Allemagne & l'Angleterre. Nous en avons fait l'Histoire en 1716 * dans l'Eloge de M. Leibnits, & quoique ce fût l'Eloge de M. Leib-

* p. 134. & suiv.

Leibnits, nous y avons si exactement gardé la neutralité d'Historien, que nous n'avons présentement rien de nouveau à dire pour M. Newton. Nous avons marqué expressément, *que M. Newton étoit certainement Inventeur, que sa gloire étoit en sûreté, & qu'il n'étoit question que de savoir si M. Leibnits avoit pris de lui cette idée.* Toute l'Angleterre en est convaincue, quoique la Societé Royale ne l'ait pas prononcé dans son Jugement, & l'ait tout au plus insinué. M. Newton est constamment le premier Inventeur, & de plusieurs années le premier. M. Leibnits de son côté est le premier qui ait publié ce Calcul, & s'il l'avoit pris de M. Newton, il ressembleroit du moins au Prométhée de la Fable, qui déroba le feu aux Dieux, pour en faire part aux hommes.

En 1687 M. Newton se résolut enfin à se dévoiler, & à révéler ce qu'il étoit; les *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle* parurent. Ce Livre, où la plus profonde Géométrie sert de base à une Physique toute nouvelle, n'eut pas d'abord tout l'éclat qu'il méritoit, & qu'il devoit avoir un jour. Comme il est écrit très-savamment, que les paroles y sont fort épargnées, qu'assés souvent les conséquences y naissent rapidement des principes, & qu'on est obligé à suppléer de soi-même tout l'entre-deux, il falloit que le Public eût le loisir de l'entendre. Les grands Géometres n'y parvinrent qu'en l'étudiant avec soin, les médiocres ne s'y embarquerent qu'excités par le témoignage des grands; mais enfin quand le Livre fut suffisamment connu, tous ces suffrages, qu'il avoit gagnés si lentement, éclaterent de toutes parts, & ne for-

formerent qu'un cri d'admiration. Tout le monde fut frappé de l'esprit original qui brille dans l'Ouvrage, de cet esprit créateur, qui dans toute l'étendue du Siecle le plus heureux ne tombe guere en partage qu'à trois ou quatre hommes pris dans toute l'étendue des Pays savants.

Deux Théories principales dominent dans les *Principes Mathématiques*, celle des Forces Centrales, & celle de la Résistance des Milieux au Mouvement, toutes deux presque entierement neuves, & traitées selon la sublime Géométrie de l'Auteur. On ne peut plus toucher ni à l'une ni à l'autre de ces matieres, sans avoir M. Newton devant les yeux, sans le répéter, ou sans le suivre; & si on veut le déguiser, quelle adresse pourra empêcher qu'il ne soit reconnu?

Le rapport trouvé par Kepler, entre les révolutions des Corps célestes, & leurs distances à un centre commun de ces révolutious, regne constamment, dans tout le Ciel. Si l'on imagine, ainsi qu'il est nécessaire, qu'une certaine force empêche ces grands Corps de suivre pendant plus d'un instant leur mouvement naturel en ligne droite d'Occident en Orient, & les retire continuellement vers un centre, il suit de la Règle de Kepler, que cette force, qui sera centrale, ou plus particulierement *centripete*, aura sur un même corps une action variable selon ses différentes distances à ce centre, & cela dans la raison renversée des quarrés de ces distances; c'est-à-dire, par exemple, si ce corps étoit deux fois plus éloigné du centre de sa révolution, l'action de la force centrale sur lui en

en feroit quatre fois plus foible. Il paroît que M. Newton est parti de là pour toute sa Physique du Monde pris en grand. Nous pouvons supposer aussi ou feindre qu'il a d'abord considéré la Lune, parce qu'elle a la Terre pour centre de son mouvement.

Si la Lune perdoit toute l'impulsion, toute la tendance qu'elle a pour aller d'Occident en Orient en ligne droite, & qu'il ne lui restât que la force centrale qui la porte vers le centre de la Terre, elle obéiroit donc uniquement à cette force, en suivroit uniquement la direction, & viendroit en ligne droite vers le centre de la Terre. Son mouvement de révolution étant connu, M. Newton démontre par ce mouvement que dans la 1re Minute de sa descente elle décriroit 15 pieds de Paris. Sa distance à la Terre est de 60 demi-diametres de la Terre, donc si la Lune étoit à la surface de la Terre, sa force seroit augmentée selon le quarré de 60, c'est-à-dire, qu'elle seroit 3600 fois plus puissante, & que la Lune dans une Minute décriroit 3600 fois 15 pieds.

Maintenant si l'on suppose que la force qui agissoit sur la Lune soit la même que celle que nous appellons Pesanteur dans les Corps terrestres, il s'ensuivra du Systême de Galilée, que la Lune, qui à la surface de la Terre parcouroit 3600 fois 15 pieds en 1 Minute, devroit parcourir aussi 15 pieds dans la 1re 60me partie, ou dans la 1re Seconde de cette Minute. Or on sait par toutes les expériences, & on n'a pû les faire qu'à de très-petite distances de la surface de la Terre, que les Corps pesans tombent de 15 pieds dans la 1re Seconde de leur chû-

chûte. Ils sont donc, quand nous éprouvons la durée de leurs chûtes, dans le même cas précisément, que si ayant fait autour de la Terre, avec la même force centrale que la Lune, la même révolution, & à la même distance, ils se trouvoient ensuite tout près de la surface de la Terre; & s'ils sont dans le même cas où seroit la Lune, la Lune est dans le cas où ils sont, & n'est retirée à chaque instant vers la Terre que par la même Pesanteur. Une conformité si exacte d'effets, ou plutôt cette parfaite identité, ne peut venir que de celle des causes.

Il est vrai que dans le Systême de Galilée, qu'on a suivi ici, la Pesanteur est constante, & que la force centrale de la Lune ne l'est pas dans la démonstration même qu'on vient de donner. Mais la Pesanteur peut bien ne paroître constante, ou, pour mieux dire, elle ne le paroît dans toutes nos expériences, qu'à cause que la plus grande hauteur d'où nous puissions voir tomber des Corps, n'est rien par rapport à la distance de 1500 Lieues, où ils sont tous du centre de la Terre. Il est démontré qu'un Boulet de Canon tiré horizontalement décrit dans l'hypothese de la Pesanteur constante une Parabole terminée à un certain point par la rencontre de la Terre; mais que s'il étoit tiré d'une hauteur qui pût rendre sensible l'inégalité d'action de la Pesanteur, il décriroit au lieu de la Parabole une Ellipse, dont le centre de la Terre seroit un des Foyers, c'est-à-dire, qu'il feroit exactement ce que fait la Lune.

Si la Lune est pesante à la maniere des

Corps

Corps terreſtres, ſi elle eſt portée vers la Terre par la même force qui les y porte, ſi, ſelon l'expreſſion de M. Newton, elle peſe ſur la Terre, la même cauſe agit dans tout ce merveilleux aſſemblage de Corps céleſtes; car toute la Nature eſt une, c'eſt par-tout la même diſpoſition, par-tout des Ellipſes décrites par des Corps dont le mouvement ſe rapporte à un Corps placé dans un des Foyers. Les Satellites de Jupiter peſent ſur Jupiter, comme la Lune ſur la Terre, les Satellites de Saturne ſur Saturne, toutes les Planetes enſemble ſur le Soleil.

On ne ſait point en quoi conſiſte la Peſanteur, & M. Newton lui-même l'a ignoré. Si la Peſanteur agit par impulſion, on conçoit qu'un bloc de Marbre qui tombe, peut être pouſſé vers la Terre, ſans que la Terre ſoit aucunement pouſſée vers lui; & en un mot tous les centres, auxquels ſe rapportent les mouvemens cauſés par la Peſanteur, pourront être immobiles. Mais ſi elle agit par attraction, la Terre ne peut attirer le bloc de Marbre, ſans que ce bloc n'attire auſſi la Terre; pourquoi cette vertu attractive ſeroit-elle plutôt dans certains Corps que dans d'autres? M. Newton poſe toûjours l'action de la Peſanteur réciproque dans tous les Corps, & proportionnelle ſeulement à leurs maſſes, & par-là il ſemble déterminer la Peſanteur à être réellement une attraction. Il n'employe à chaque moment que ce mot pour exprimer la force active des Corps, force, à la vérité, inconnue, & qu'il ne prétend pas définir; mais ſi elle pouvoit agir

aussi par impulsion, pourquoi ce terme plus clair n'auroit-il pas été préféré? car on conviendra qu'il n'étoit guere possible de les employer tous deux indifféremment, ils sont trop opposés. L'usage perpétuel du mot d'attraction, soûtenu d'une grande autorité, & peut-être aussi de l'inclination qu'on croit sentir à M. Newton pour la chose même, familiarise du moins les Lecteurs avec une idée proscrite par les Cartésiens, & dont tous les autres Philosophes avoient ratifié la condamnation : il faut être présentement sur ses gardes, pour ne lui pas imaginer quelque réalité; on est exposé au péril de croire qu'on l'entend.

Quoi qu'il en soit, tous les Corps, selon M. Newton, pesent les uns sur les autres, ou s'attirent en raison de leurs masses, & quand ils tournent autour d'un centre commun, dont par conséquent ils sont attirés, & qu'ils attirent, leurs forces attractives varient dans la raison renversée des quarrés de leurs distances à ce centre; & si tous ensemble avec leur centre commun tournent autour d'un autre centre commun à eux & à d'autres, ce sont encore de nouveaux rapports, qui font une étrange complication. Ainsi chacun des cinq Satellites de Saturne pese sur les quatre autres, & les quatre autres sur lui; tous les cinq pesent sur Saturne, & Saturne sur eux; le tout ensemble pese sur le Soleil, & le Soleil sur ce tout. Quelle Géometrie a été nécessaire pour débrouiller ce Cahos de rapports! Il paroît téméraire de l'avoir entrepris, & on ne peut voir sans é-

ton-

tonnement que d'une Théorie si abstraite, formée de plusieurs Théories particulieres, toutes très-difficiles à manier, il naisse nécessairement des conclusions toûjours conformes aux faits établis par l'Astronomie.

Quelquefois même ces conclusions semblent deviner des faits, auxquels les Astronomes ne se seroient pas attendus. On prétend depuis un tems, & sur-tout en Angleterre, que quand Jupiter & Saturne sont entre eux dans leur plus grande proximité, qui est de 165 millions de Lieues, leurs mouvemens ne sont plus de la même régularité que dans le reste de leur cours; & le Systême de M. Newton en donne tout d'un coup la cause, qu'aucun autre Systême ne donneroit. Jupiter & Saturne s'attirent plus fortement l'un l'autre, parce qu'ils sont plus proches, & par-là la régularité du reste de leur cours est sensiblement troublée. On peut aller jusqu'à déterminer la quantité & les bornes de ce déréglement.

La Lune est la moins réguliere des Planetes, elle échappe assés souvent aux Tables les plus exactes, & fait des écarts dont on ne connoît point les principes. M. Halley, que son profond savoir en Mathématique n'empêche pas d'être bon Poëte, dit dans des Vers Latins qu'il a mis au devant des *Principes* de M. Newton, que *la Lune jusque-là ne s'étoit point laissé assujettir au frein des Calculs, & n'avoit été domptée par aucun Astronome*, mais qu'elle l'est enfin dans le nouveau Systême. Toutes les bizarreries de son cours y deviennent d'une nécessité qui les fait prédire, & il est diffi-

cile qu'un Syſtême, où elles prennent cette forme, ne ſoit qu'un Syſtême heureux, ſurtout ſi on ne les regarde que comme une petite partie d'un Tout, qui embraſſe avec le même ſuccès une infinité d'autres explications. Celle du Flux & du Reflux s'offre ſi naturellement par l'action de la Lune ſur les Mers, combinée avec celle du Soleil, que ce merveilleux phénomene ſemble en être dégradé.

La ſeconde des deux grandes Théories ſur leſquelles roule le Livre des *Principes*, eſt celle la Réſiſtance des Milieux au Mouvement, qui doit entrer dans les principaux phénomenes de la Nature, tels que les Mouvemens des Corps céleſtes, la Lumiere, le Son. M. Newton établit à ſon ordinaire ſur une très profonde Géométrie, ce qui doit réſulter de cette Réſiſtance, ſelon toutes les cauſes qu'elle peut avoir, la Denſité du Milieu, la Vîteſſe du Corps mû, la grandeur de ſa Surface, & il arrive enfin à des concluſions qui détruiſent les Tourbillons de Deſcartes, & renverſent ce grand Edifice céleſte, qu'on auroit crû inébranlable. Si les Planetes ſe meuvent autour du Soleil dans un Milieu, quel qu'il ſoit, dans une matiere Ethérée, qui remplit tout, & qui, quelque ſubtile qu'elle ſoit, n'en réſiſtera pas moins, ainſi qu'il eſt démontré ; comment les mouvemens des Planetes n'en ſont-ils pas perpétuellement, & même promptement affoiblis? ſur-tout, comment les Cometes traverſent-elles les Tourbillons librement en tous ſens, quelquefois avec des directions de mouve-

vement contraires aux leurs, sans en recevoir nulle altération sensible dans leurs mouvemens, de quelque longue durée qu'ils puissent être? Comment ces Torrens immenses, & d'une rapidité presqu'incroyable n'absorbent-ils pas en peu d'instans tout le mouvement particulier d'un Corps, qui n'est qu'un atome par rapport à eux, & ne le forcent-ils pas à suivre leur cours?

Les Corps célestes se meuvent donc dans un grand Vuide, si ce n'est que leurs exhalaisons, & les rayons de Lumiere, qui forment ensemble mille entrelassemens différens, mêlent un peu de matiere à des Espaces immatériels presqu'infinis. L'Attraction & le Vuide, bannis de la Physique par Descartes, & bannis pour jamais selon les apparences, y reviennent ramenés par M. Newton, armés d'une force toute nouvelle dont on ne les croyoit pas capables, & seulement peut-être un peu déguisés.

Les deux grands Hommes, qui se trouvent dans une si grande opposition, ont eû de grands rappors. Tous deux ont été des génies du premier ordre, nés pour dominer sur les autres esprits, & pour fonder des Empires. Tous deux Géometres excellens ont vû la nécessité de transporter la Géométrie dans la Physique. Tous deux ont fondé leur Physique sur une Géométrie, qu'ils ne tenoient presque que de leurs propres lumieres. Mais l'un, prenant un vol hardi, a voulu se placer à la source de tout, se rendre maître des premiers principes par quelques idées claires & fondamentales, pour n'avoir plus qu'à descendre

aux phénomenes de la Nature, comme à des conséquences nécessaires. L'autre, plus timide, ou plus modeste, a commencé sa marche par s'appuyer sur les phénomenes pour remonter aux principes inconnus, résolu de les admettre quels que les pût donner l'enchaînement des conséquences. L'un part de ce qu'il entend nettement, pour trouver la cause de ce qu'il voit. L'autre part de ce qu'il voit pour en trouver la cause, soit claire soit obscure. Les principes évidens de l'un ne le conduisent pas toûjours aux phénomenes tels qu'ils sont; les phénomenes ne conduisent pas toûjours l'autre à des principes assés évidens. Les bornes, qui dans ces deux routes contraires ont pû arrêter deux hommes de cette espece, ce ne sont pas les bornes de leur Esprit, mais celles de l'Esprit humain.

En même tems que M. Newton travailloit à son grand Ouvrage des *Principes*, il en avoit un autre entre les mains, aussi original, aussi neuf, moins général par son titre, mais aussi étendu par la maniere dont il devoit traiter un sujet particulier. C'est l'*Optique*, ou *Traité de la Lumiere & des Couleurs*, qui parut pour la premiere fois en 1704. Il avoit fait pendant le cours de 30 années les expériences qui lui étoient nécessaires.

L'Art de faire des Expériences porté à un certain degré, n'est nullement commun. Le moindre fait qui s'offre à nos yeux, est compliqué de tant d'autres faits, qui le composent ou le modifient, qu'on ne peut sans une extrême adresse démêler tout ce qui y entre, ni même sans une sagacité extrême soup-

soupçonner tout ce qui peut y entrer. Il faut décomposer le fait dont il s'agit en d'autres qui ont eux mêmes leur composition ; & quelquefois, si l'on n'avoit bien choisi sa route, on s'engageroit dans des Labyrinthes d'où l'on ne sortiroit pas. Les faits primitifs & élémentaires semblent nous avoir été cachés par la Nature avec autant de soin que des Causes, & quand on parvient à les voir, c'est un spectacle tout nouveau, & entierement imprévû.

L'Objet perpetuel de l'*Optique* de M. Newton, est l'Anatomie de la Lumiere. L'expression n'est point trop hardie, ce n'est que la chose même. Un très petit Rayon de Lumiere, qu'on laisse entrer dans une chambre parfaitement obscure, mais qui ne peut être si petit qu'il ne soit encore un faisceau d'une infinité de rayons, est divisé, dissequé, de façon que l'on a les rayons élémentaires qui le composoient séparés les uns des autres, & teints chacun d'une couleur particuliere, qui après cette séparation ne peut plus être altérée. Le Blanc dont étoit le rayon total avant la dissection, résultoit du mélange de toutes les couleurs particulieres des rayons primitifs. La séparation de ces rayons étoit si difficile, que quand M. Mariotte l'entreprit sur les premiers bruits des expériences de M. Newton, il la manqua, lui qui avoit tant de génie pour les expériences, & qui a si bien réussi sur tant d'autres sujets.

On ne sépareroit jamais les Rayons primitifs & colorés, s'ils n'étoient de leur nature

tels qu'en passant par le même Milieu, par le même Prisme de verre, ils se rompent sous différens angles, & par-là se démêlent quand ils sont reçûs à des distances convenables. Cette différente réfrangibilité des Rayons rouges, jaunes, verts, bleus, violets & de toutes les couleurs intermédiaires en nombre infini, propriété qu'on n'avoit jamais soupçonnée, & à laquelle on ne pouvoit guere être conduit par aucune conjecture, est la découverte fondamentale du Traité de M. Newton. La différente réfrangibilité amene la différente réflexibilité. Il y a plus. Les Rayons qui tombent sous le même angle sur une surface, s'y rompent & réfléchissent alternativement, espece de jeu qui n'a pû être apperçû qu'avec des yeux extrêmement fins, & bien aidés par l'Esprit. Enfin, & sur ce point seul, la premiere idée n'appartient pas à M. Newton, les Rayons qui passent près des extrémités d'un Corps sans le toucher, ne laissent pas de s'y détourner de la ligne droite, ce qu'on appelle *inflexion*. Tout cela ensemble forme un Corps d'*Optique* si neuf, qu'on pourra desormais regarder cette Science comme presque entierement dûe à l'Auteur.

Pour ne pas se borner à des spéculations, qu'on traite quelquefois injustement d'oisives, il a donné dans cet Ouvrage l'invention & le dessein d'un Telescope par réflexion, qui n'a été bien exécuté que longtems après. On a vû ici que ce Telescope n'ayant que 2 pieds ½ de longueur, faisoit autant

tant

tant d'effet qu'un bon Telescope ordinaire de 8 ou 9 pieds, avantage très considérable, & dont apparemment on connoîtra mieux encore à l'avenir toute l'étendue.

Une utilité de ce Livre, aussi grande peut-être que celle qu'on tire du grand nombre de connoissances nouvelles dont il est plein, est qu'il fournit un excellent modele de l'Art de se conduire dans la Philosophie Expérimentale. Quand on voudra interroger la Nature par les expériences & les observations, il la faudra interroger comme M. Newton, d'une maniere aussi adroite, & aussi pressante. Des choses qui se dérobent presque à la recherche par être trop déliées, il les fait réduire à souffrir le Calcul, qui ne demande pas seulement le savoir des bons Géometres, mais encore plus une dextérité particuliere. L'application qu'il fait de sa Géométrie a autant de finesse, que sa Géométrie a de sublimité.

Il n'a pas achevé son *Optique*, parce que des expériences, dont il avoit encore besoin, furent interrompues, & qu'il n'a pû les reprendre. Les Pierres d'attente qu'il a laissées à cet Edifice imparfait, ne pourront guere être employées que par des mains aussi habiles que celles du premier Architecte. Il a du moins mis sur la voye, autant qu'il a pû, ceux qui voudront continuer son ouvrage, & même il leur trace un chemin pour passer de l'Optique à une Physique entiere; sous la forme de *Doutes* ou de *Questions à éclaircir*, il propose un grand nombre de vûes, qui aide-

ront les Philoſophes à venir, ou du moins feront l'hiſtoire, toûjours curieuſe, des penſées d'un grand Philoſophe.

L'Attraction domine dans ce Plan abrégé de Phyſique. La force qu'on appelle *dureté* des Corps, eſt l'Attraction mutuelle de leurs parties, qui les ſerre les unes contre les autres; & ſi elles ſont de figure à ſe pouvoir toucher par toutes leurs faces ſans laiſſer d'interſtices, les Corps ſont parfaitement durs. Il n'y a de cette eſpece que de petits Corps primordiaux & inaltérables, Elémens de tous les autres. Les fermentations, ou efferveſcences Chimiques, dont le mouvement eſt ſi violent qu'on les pourroit quelquefois comparer à des Tempêtes, ſont des effets de cette puiſſante Attraction, qui n'agit entre les petits corps qu'à de petites diſtances.

En général, il conçoit que l'Attraction eſt le principe agiſſant de toute la Nature, & la cauſe de tous les mouvemens. Car ſi une certaine quantité de mouvement une fois imprimée par les mains de Dieu, ne faiſoit enſuite que ſe diſtribuer différemment ſelon les Loix du Choc, il paroît qu'il périroit toûjours du mouvement par les chocs contraires ſans qu'il en pût renaître, & que l'Univers tomberoit aſſés promptement dans un repos, qui ſeroit la mort générale de tout. La vertu de l'Attraction toûjours ſubſiſtante, & qui ne s'affoiblit point en s'exerçant, eſt une reſſource perpétuelle d'action & de vie. Encore peut-il arriver que les effets de cette vertu vien-

viennent enfin à se combiner de façon que le Systême de l'Univers se déregleroit, & *qu'il demanderoit*, selon M. Newton, *une main qui y retouchât*

Il déclare bien nettement, qu'il ne donne cette Attraction que pour une cause qu'il ne connoît point, & dont seulement il considére, compare & calcule les effets; & pour se sauver du reproche de rappeller les *Qualités occultes* des Scholastiques, il dit qu'il n'établit que des qualités *manifestes* & très-sensibles par les phénomenes: mais qu'à la vérité les causes de ces qualités sont *occultes*, & qu'il en laisse la recherche à d'autres Philosophes. Mais ce que les Scholastiques appelloient Qualités occultes, n'étoient ce pas des Causes? ils voyoient bien aussi les Effets. D'ailleurs ces Causes occultes, que M. Newton n'a pas trouvées, croyoit-il que d'autres les trouvassent? s'engagera-t-on avec beaucoup d'esperance à les chercher?

Il mit à la fin de l'*Optique* deux Traités de pure Géométrie, l'un de la *Quadrature des Courbes*, l'autre un *Dénombrement des Lignes* qu'il appelle *du* 3me *ordre*. Il les en a retranchés depuis, parce que le sujet en étoit trop différent de celui de l'Optique, & on les a imprimés à part en 1711, avec une *Analyse par les Equations infinies*, & la *Méthode Différentielle*. Ce ne seroit plus rien dire, que d'ajoûter ici qu'il brille dans tous ces Ouvrages une haute & fine Géométrie, qui lui appartenoit entierement.

Absorbé dans ses spéculations, il devoit naturellement être & indifférent pour les

affaires, & incapable de les traiter. Cependant lors qu'en 1687, année de la publication de ses *Principes*, les privileges de l'Université de Cambridge, où il étoit Professeur en Mathématique dès l'an 1669, par la démission de M. Barrow en sa faveur, furent attaqués par le Roi Jacques II, il fut un des plus zèlés à les soûtenir, & son Université le nomma pour être un de ses Délégués pardevant la Cour de *Haute-Commission*. Il en fut aussi le Membre représentant dans le Parlement de *Convention* en 1688, & il y tint séance jusqu'à ce qu'il fût dissous.

En 1696 le Comte de Halifax, Chancelier de l'Echiquier, & grand Protecteur des Savans, car les Seigneurs Anglois ne se picquent pas de l'honneur d'en faire peu de cas, & souvent le font eux-mêmes, obtint du Roi Guillaume de créer M. Newton *Garde des Monnoyes*, & dans cette charge il rendit des services importans à l'occasion de la grande Refonte qui se fit en ce tems-là. Trois ans après il fut *Maître de la Monnoye*, emploi d'un revenu très considérable, & qu'il a possedé jusqu'à la mort.

On pourroit croire que sa Charge de la Monnoye ne lui convenoit que parce qu'il étoit excellent Géometre & Physicien; & en effet cette matiere demande souvent des Calculs difficiles, & quantité d'expériences Chimiques; & il a donné des preuves de ce qu'il pouvoit en ce genre par sa *Table des Essais des Monnoyes étrangeres*, imprimée à la fin du Livre du Docteur Arbuthnott. Mais il falloit

que

que son génie s'étendît jusqu'aux affaires purement politiques, & où il n'entroit nul mélange des Sciences spéculatives. A la convocation du Parlement de 1701, il fut choisi de nouveau Membre de cette Assemblée pour l'Université de Cambridge. Après tout, c'est peut-être une erreur de regarder les Sciences & les affaires comme si incompatibles, principalement pour les hommes d'une certaine trempe. Les affaires politiques bien entendues se réduisent elles-mêmes à des Calculs très-fins, & à des combinaisons délicates, que les Esprits accoûtumés aux hautes spéculations saisissent plus facilement & plus sûrement, dès qu'ils sont instruits des faits; & fournis des matériaux nécessaires.

M. Newton a eû le bonheur singulier de joüir pendant sa vie de tout ce qu'il méritoit; bien différent de Descartes, qui n'a reçû que des honneurs posthumes. Les Anglois n'en honorent pas moins les grands talens, pour être nés chés eux; loin de chercher à les rabaisser par des Critiques injurieuses, loin d'applaudir à l'Envie qui les attaque, ils sont tous de concert à les élever, & cette grande Liberté, qui les divise sur les points les plus importans, ne les empêche point de se réunir sur celui-là. Ils sentent tous combien la gloire de l'Esprit doit être précieuse à un Etat; & qui peut la procurer à leur Patrie, leur devient infiniment cher. Tous les Savans d'un Païs, qui en produit tant, mirent M. Newton à leur tête par une espece d'acclamation unanime, ils le reconnurent

fixes. Comme on sait aujourdhui que ces Etoiles ont un mouvement en longitude d'un degré en 72 ans, si on sait une fois qu'au tems de Chiron le Colure passoit par certaines Fixes, on saura, en prenant leur distance à celles par où il passe aujourd'hui, combien de tems s'est écoulé depuis Chiron jusqu'à nous. Chiron étoit du fameux voyage des Argonautes, ce qui en fixera l'Epoque, & nécessairement ensuite celle de la Guerre de Troye, deux grands évenemens d'où dépend toute l'ancienne Chronologie. M. Newton les met de 500 ans plus proche de l'Ere Chrétienne, que ne font ordinairement les autres Chronologistes. Le Systême a été attaqué par deux Savans François. On leur reproche en Angletterre de n'avoir pas attendu l'ouvrage entier, & de s'être pressés de critiquer. Mais cet empressement même ne fait il pas honneur à M. Newton? Ils se sont saisis le plus promptement qu'ils ont pû de la gloire d'avoir un pareil Adversaire. Ils en vont trouver d'autres en sa place. Le célébre M. Halley, premier Astronome du Roi de la Grande Bretagne, a déja écrit pour soûtenir tout l'Astronomique du Systême: son amitié pour l'illustre Mort, & ses grandes connoissances dans la matiere, doivent le rendre redoutable. Mais enfin la contestation n'est pas terminée; le Public, peu nombreux, qui est en état de juger, ne l'a pas encore fait; & quand il arriveroit que les plus fortes raisons fussent d'un côté, & de l'autre le nom de M. Newton, peut-être ce Public seroit-

il

il quelque tems en suspens, & peut-être seroit-il excusable.

Dès que l'Académie des Sciences par le Règlement de 1699 put choisir des Associés Etrangers, elle ne manqua pas de se donner M. Newton. Il entretint toûjours commerce avec elle, en lui envoyant tout ce qui paroissoit de lui. C'étoient ses anciens travaux, ou qu'il faisoit réimprimer, ou qu'il donnoit pour la premiere fois. Depuis qu'il fut employé à la Monnoye, ce qui étoit arrivé déja quelque tems auparavant, il ne s'engagea plus dans aucune entreprise considérable de Mathématique, ni de Philosophie. Car quoique l'on pût compter pour une entreprise considérable la Solution du fameux Problême des *Trajectoires*, proposé aux Anglois comme un défi par M. Leibnits pendant sa contestation avec eux, & recherché bien soigneusement pour l'embarras & la difficulté, ce ne fut presque qu'un jeu pour M. Newton. On assûre qu'il reçut ce Problême à quatre heures du soir, revenant de la Monnoye fort fatigué, & ne se coucha point qu'il n'en fût venu à bout. Après avoir servi si utilement dans les connoissances spéculatives toute l'Europe savante, il servit uniquement sa Patrie dans des affaires dont l'utilité étoit plus sensible & plus directe, plaisir touchant pour tout bon Citoyen; mais tout le tems qu'il avoit libre, il le donnoit à la curiosité de son Esprit, qui ne se faisoit point une gloire de dédaigner aucune sorte de connoissance, & savoit se nourrir de tout.

On

On a trouvé de lui après sa mort quantité d'Ecrits sur l'Antiquité, sur l'Histoire, sur la Théologie même, si éloignée des Sciences par où il est connu. Il ne se permettoit ni de passer des momens oisifs sans s'occuper, ni de s'occuper légerement, & avec une foible attention.

Sa santé fut toûjours ferme & égale, jusqu'à l'âge de 80 ans, circonstance très-essentielle du rare bonheur dont il a joui. Alors il commença à être incommodé d'une incontinence d'Urine : encore dans les cinq années suivantes, qui précéderent sa mort, eut-il de grands intervalles de santé, ou d'un état fort tolérable, qu'il se procuroit par le régime, & par des attentions dont il n'avoit pas eû besoin jusque-là. Il fut obligé de se reposer de ses fonctions à la Monnoye sur M. Conduitt, qui avoit épousé une de ses Nieces : il ne s'y résolut que parce qu'il étoit bien sûr de remettre en bonnes mains un dépôt si important & si délicat. Son jugement a été confirmé depuis sa mort par le choix du Roi, qui a donné cette place à M. Conduitt. M. Newton ne souffrit beaucoup que dans les derniers vingt jours de sa vie. On jugea sûrement qu'il avoit la Pierre, & qu'il n'en pouvoit revenir. Dans des accès de douleur si violens que les gouttes de sueur lui en couloient sur le visage, il ne poussa jamais un cri, ni ne donna aucun signe d'impatience ; & dès qu'il avoit quelques momens de relâche, il sourioit, & parloit avec sa gayeté ordinaire. Jusque-la il avoit toûjours lû, ou

écrit

écrit plusieurs heures par jour. Il lut les Gazettes le Samedi 18 Mars V. S. au matin, & parla longtems avec le Docteur Mead, Médecin célébre; il possédoit parfaitement tous ses sens & tout son esprit: mais le soir il perdit absolument la connoissance, & ne la reprit plus, comme si les facultés de son ame n'avoient été sujettes qu'à s'éteindre totalement, & non pas à s'affoiblir. Il mourut le Lundi suivant 20 Mars, âgé de quatre-vingt-cinq ans.

Son Corps fut exposé sur un Lit de parade dans la Chambre de Jerusalem, endroit d'où l'on porte au lieu de leur sépulture les personnes du plus haut rang, & quelquefois les Têtes couronnées. On le porta dans l'Abbaye de Westminster, le Poîle étant soutenu par Mylord Grand-Chancelier, par les Ducs de Montrose & Roxburgh, & par les Comtes de Pembrocke, de Sussex & de Maclesfield. Ces six Pairs d'Angleterre qui firent cette fonction solemnelle, font assés juger quel nombre de personnes de distinction grossirent la Pompe funebre. L'Évêque de Rochester fit le Service, accompagné de tout le Clergé de l'Eglise. Le Corps fut enterré près de l'entrée du Chœur. Il faudroit presque remonter chés les anciens Grecs, si l'on vouloit trouver des exemples d'une aussi grande vénération pour le Savoir. La famille de M. Newton imite encore la Grece de plus près par un Monument qu'elle lui fait élever, & auquel elle employe une somme considérable. Le Doyen & le Chapitre de

Weſtminſter ont permis qu'on le conſtruiſe dans un endroit de l'Abbaye, qui a ſouvent été refuſé à la plus haute Nobleſſe. La patrie & la famille ont fait éclater pour lui la même reconnoiſſance, que s'il les avoit choiſies.

Il avoit la taille médiocre, avec un peu d'embonpoint dans ſes dernieres années, l'œil fort vif & fort perçant, la phyſionomie agréable & vénérable en même tems, principalement quand il ôtoit ſa perruque, & laiſſoit voir une chevelure toute blanche, épaiſſe & bien fournie. Il ne ſe ſervit jamais de Lunettes, & ne perdit qu'une ſeule dent pendant toute ſa vie. Son nom doit juſtifier ces petits détails.

Il étoit né fort doux, & avec un grand amour pour la tranquillité. Il auroit mieux aimé être inconnu, que de voir le calme de ſa vie troublé par ces orages litteraires, que l'Eſprit & la Science attirent à ceux qui s'élevent trop. On voit par une de ſes Lettres du *Commercium Epiſtolicum*, que ſon Traité d'Optique étant prêt à imprimer, des Objections prématurées qui s'éleverent, lui firent abandonner alors ce deſſein. *Je me reprochois*, dit-il, *mon imprudence de perdre une choſe auſſi réelle que le repos, pour courir après une Ombre.* Mais cette Ombre ne lui a pas échappé dans la ſuite, il ne lui en a pas coûté ſon repos qu'il eſtimoit tant, & elle a eû pour lui autant de réalité que ce repos même.

Un caractere doux promet naturellement de la modeſtie, & on atteſte que la ſienne

s'eſt

s'est toûjours conservée sans altération, quoique tout le monde fût conjuré contre elle. Il ne parloit jamais ou de lui, ou des autres, il n'agissoit jamais, d'une maniere à faire soupçonner aux Observateurs les plus malins le moindre sentiment de vanité. Il est vrai qu'on lui épargnoit assés le soin de se faire valoir : mais combien d'autres n'auroient pas laissé de prendre encore un soin dont on se charge si volontiers, & dont il est si difficile de se reposer sur personne? combien de grands hommes généralement applaudis ont gâté le concert de leurs louanges en y mêlant leurs voix !

Il étoit simple, affable, toûjours de niveau avec tout le monde. Les génies du premier ordre ne méprisent point ce qui est au-dessous d'eux, tandis que les autres méprisent même ce qui est au-dessus. Il ne se croyoit dispensé ni par son mérite, ni par sa réputation, d'aucun des devoirs du commerce ordinaire de la vie; nulle singularité ni naturelle, ni affectée: il savoit n'être, dès qu'il le falloit, qu'un homme du commun.

Quoiqu'il fût attaché à l'Eglise Anglicane, il n'eût pas persécuté les Non-Conformistes pour les y ramener. Il jugeoit les hommes pas les mœurs, & les vrais Non-Conformistes étoient pour lui les Vicieux & les Méchans. Ce n'est pas cependant qu'il s'en tint à la Religion naturelle, il étoit persuadé de la Révélation; & parmi les Livres de toute espece, qu'il avoit sans cesse entre

les

les mains, celui qu'il lisoit le plus assiduement étoit la Bible.

L'abondance où il se trouvoit & par un grand Patrimoine, & par son Emploi, augmentée encore par la sage simplicité de sa vie, ne lui offroit pas inutilement les moyens de faire du bien. Il ne croyoit pas que donner par son Testament, ce fût donner; aussi n'a-t-il point laissé de Testament, & il s'est dépouillé toutes les fois qu'il a fait des liberalités ou à ses Parens, ou à ceux qu'il savoit dans quelque besoin. Les bonnes actions qu'il a faites dans l'une & l'autre espece, n'ont été ni rares, ni peu considérables. Quand la bienséance exigeoit de lui en certaines occasions de la dépense & de l'appareil, il étoit magnifique sans aucun regret, & de très-bonne grace. Hors de-là tout ce faste, qui ne paroît quelque chose de grand qu'aux petits caracteres, étoit sévérement retranché, & les fonds reservés à des usages plus solides. Ce seroit effectivement un prodige, qu'un esprit accoûtumé aux réflexions, nourri de raisonnemens, & en même tems amoureux de cette vaine magnificence.

Il ne s'est point marié, & peut-être n'a-t-il pas eu le loisir d'y penser jamais; abîmé d'abord dans des études profondes & continuelles pendant la force de l'âge, occupé ensuite d'une Charge importante, & même de sa grande considération, qui ne lui laissoit sentir ni vuide dans sa vie, ni besoin d'une société domestique.

Il a laissé en biens meubles environ 32000 li-

livres Sterlin, c'est-à-dire, sept cens mille livres de notre Monnoye. M. Leibnits, son Concurrent, mourut riche aussi, quoique beaucoup moins, & avec une somme de reserve assés considérable *. Ces exemples rares, & tous deux étrangers, semblent mériter qu'on ne les oublie pas.

* V. l'Hist. de 1716. p. 156.

MEMOIRES
DE
MATHEMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE,

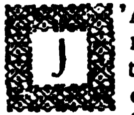
TIRÉS DES REGISTRES de l'Académie Royale des Sciences,

De l'Année M. DCCXXVII.

MEMOIRE

dans lequel il est démontré que les Nerfs Intercostaux fournissent des rameaux qui portent des esprits dans les Yeux.

Par M. PETIT, Medecin.



J'Ai lû au mois de Decembre dernier un Memoire dans lequel je détermine l'endroit où l'on doit piquer l'œil pour bien abbattre la Cataracte : j'y remarque une chose qui m'a engagé de mettre celui-ci au nombre de mes Memoires sur les Yeux.

Je dis, qu'à quelque distance de la Cornée

que l'on perce l'œil pour faire l'operation de la Cataracte, l'on peut piquer & même couper entierement un de ces Nerfs, auquel Ruisch a donné le nom de *Ciliaires*. Je vais démontrer que ces Nerfs reçoivent des esprits animaux fournis en partie par l'Intercostal.

L'on a toûjours crû que les Nerfs Intercostaux prenoient leur origine du cerveau, & qu'ils étoient formés par quelques rameaux de la 5e & de la 6e paire des Nerfs de la moelle allongée. Willis & Vieussens qui ont donné de très belles Neurologies, ont été de ce sentiment. Willis * dit que les Nerfs Intercostaux sont formés par deux rameaux de la 5e & un rameau de la 6e paire; & dans la description qu'il donne de la 6e, il dit qu'elle fournit un ou deux rameaux qui se joignent à ceux de la 5e pour former le principe des Intercostaux. Il l'a representée dans sa 9e Planche, mais principalement dans la premiere & seconde figure de la distribution de la 5e & de la 6e paire, comme on va le voir dans la premire figure de ce Memoire.

A G est le Nerf de la 5e paire, *A* est son origine, *B H* le Nerf de la 6e. paire, *B* son origine, *C C* l'Intercostal, *D* le rameau qui lui vient, selon Willis, de la 6e paire, & qui n'est point representé recurrent comme les deux rameaux *E I* que la 5e paire fournit à l'Intercostal.

Vieussens † différe de Willis seulement en ce qu'il ne fait pas recurrens les rameaux de la 5e paire qui sont fournis, selon, lui à l'Inter-

* *Nervor. descript. c.* 25.
† *De Nervis, lib.* 3. *cap.* 3. *p.* 170 & 176.

tercostal, & sont dans leur état naturel dans sa 23e Planche, aussi-bien que dans sa 22e où il donne la distribution de la 5e & de la 6e paire, & tels qu'on les voit dans cette seconde figure en *E I*.

Ridlei, Bianchi * sont de même sentiment: les Nerfs Intercostaux dans les figures d'Eustachius paroissent ne tirer leur origine que de la 6e paire, & cela se trouve quelquefois.

Morgagni † qui a examiné ces Nerfs, dit qu'il a souvent vû sortir plusieurs fibres du côté interne de la 6e paire, quelquefois une fibre seulement & assés grosse; il l'a une fois vûe formé plutôt comme une petite bande, que comme une fibre: Enfin il en a vû sortir plusieurs fibres qui s'introduisoient dans le canal osseux qui donne passage à l'artere Carotide. Il dit qu'il n'a jamais bien vû les fibres qui sont fournies par la 5e paire.

La seule inspection de la 22e planche de Vieussens m'avoit déja donné quelque doute en 1705 sur l'origine des Intercostaux. J'étois pour-lors Medecin des Hôpitaux du Roi à Namur; la facilité que j'avois d'avoir des sujets, me donna occasion de faire plusieurs découvertes sur le cerveau & le genre nerveux: je trouvai en travaillant sur les Intercostaux, que la disposition des rameaux de ces Nerfs étoit de la partie postérieure à la partie antérieure, en se joignant à la 5e & à la 6e paire, de la maniere dont il est representé dans cette 3e figure.

Je

* *Theatr. Anatom. t. 2. p.* 319 & 345.
† *Advers. Anat. 6. p.* 30.

Je vais prendre aujourd'hui ces Nerfs à leur entrée dans le Crâne, & donner leur distribution dans cette partie.

Le Nerf Intercostal *AA* (*fig.* 3.) entre dans le Crâne avec l'artere Carotide *BB*, perce d'abord la capsule dont cette artere est enveloppée dans le conduit osseux & tortueux qu'elle parcourt; ce Nerf jette quantité de filets *iii* qui environnent l'artere, sur laquelle ils se divisent & se réunissent souvent les uns aux autres. Ils arrivent ensemble dans la fosse ou receptacle de la Selle Sphenoïde; j'ai coupé l'artere Carotide en cet endroit, pour laisser voir le plexus *FF* que ce Nerf forme par ces divisions & réunions dans ce receptacle: il conserve pourtant presque toûjours sa branche principale. On trouve souvent dans ce plexus plusieurs Ganglions très petits. Willis, & d'autres Anatomistes ont pris ce plexus pour un petit ret admirable. Il est très beau dans le Chien & dans le Loup. Il fournit des rameaux plus ou moins déliés à la dure-mere, à la glande pituitaire, à l'artere Carotide avec laquelle ces rameaux se distribuent: mais les plus considérables *EE* se joignent au cordon anterieur de la 5e paire *CK*. Ils sont pour l'ordinaire deux, comme on le voit dans cette figure. Il y en a un troisieme *D* qui se joint à la 6e paire *GH*; il s'en trouve quelquefois trois, & quelquefois on ne s'apperçoit point qu'il en aille à la 5e paire.

On doit observer ici deux choses; la 1ere, c'est que si on examine bien l'Intercostal à son entrée dans le Crâne, on le trouve d'une cer-

certaine grosseur qui est beaucoup diminuée lorsqu'il s'unit à la 5e & à la 6e paire: la 2e, c'est qu'il est aisé de s'appercevoir dans l'Homme, & dans les Animaux à quatre pieds, que la 6e paire *GH* est plus menue à son origine *G*, & qu'elle est plus grosse en *DH* du côté des Yeux après avoir reçû le rameau de l'Intercostal *D*, ce que l'on peut remarquer dans les planches de Willis & de Vieussens, quoiqu'un peu obscurément. On ne peut faire cette observation sur le Nerf de la 5e paire, à cause de sa grosseur considérable & de son adherence avec la dure-mere.

Il n'est pas possible de conduire l'Intercostal plus loin sur l'Homme & les Animaux à quatre pieds, il se perd dans la 5e & la 6e paire: ainsi tout ce que je viens d'avancer peut tout au plus passer pour une simple probabilité : j'ai pourtant vû avec assés d'évidence dans un Loup, que les rameaux de l'Intercostal qui sont fournis à la 5e paire, se partagent dans les trois rameaux de la branche ophthalmique: toutes ces choses me persuadoient assés que les Intercostaux ne prenoient point leur origine de la 5e & de la 6e paire, mais cela ne me paroissoit pas une suffisante démonstration pour les autres Anatomistes. Je m'imaginai que si je coupois l'Intercostal à un Chien vivant, il pourroit arriver quelque changement dans les Yeux, par lequel on pourroit reconnoître que ce Nerf leur fournit des esprits animaux ; je ne me suis point trompé dans ma conjecture, comme on va le voir par les experiences suivantes.

L'on sait que dans les Chiens, & dans les autres Animaux à quatre pieds, le Nerf In-

tercostal est enfermé dans une même gaine avec la 8e paire de Nerfs, on ne peut couper l'un sans l'autre ; * mais nous sommes bien sûrs que la 8e paire ne fournit aucune Nerf aux Yeux, cela ne peut produire aucune équivoque dans l'experience. On pourroit la faire sur le Singe où l'Intercostal n'est point enfermé dans la même gaine avec la 8e paire, & quoi qu'ils soient joints l'un à l'autre, on peut les desunir & les séparer très facilement, comme je l'ai observé dans deux Singes, sur lesquels j'ai disséqué ce Nerf.

Les experiences que je vais rapporter, ont été faites à Namur en 1712, & je les ai réiterées à Paris en 1725.

I. Exper. Le premier Fevrier 1712, j'ai coupé le Cordon de l'Intercostal & de la 8e paire des deux côtés à un Chien vivant, vis-à-vis la 3 ou 4e vertebre du Col, ce que j'ai observé dans toutes les experiences suivantes : il a d'abord perdu la voix, & une heure après on s'est apperçû que ses yeux se sont ternis. Il faisoit de grandes inspirations avec bruit & sifflement, comme un asthmatique : il est mort 7 heures après.

II. Exper. Le 12 Fevrier 1712, j'ai coupé les cordons de l'Intercostal & de la 8e paire des deux côtés à un chien vivant ; il a d'abord perdu la voix, ses yeux se sont ternis quelques heures après, il n'a pas eû de grandes difficultés de respirer : mais il étoit fort inquiet, le mouvement du cœur étoit tremblotant, il a toûjours vomi ce qu'il

* *Wiliis*, t. 2. tab. 10.

qu'il a bû & mangé, ses yeux sont devenus chassieux & plus petits qu'ils n'étoient, il est mort le 19 Fevrier.

L'on voit déja par ces deux experiences le changement qui est arrivé aux yeux; mais comme ce changement peut être équivoque par rapport à la douleur que ces Chiens ont souffert, je resolus de faire l'experience d'un seul côté.

III. Exper. Le 23 Fevrier, j'ai coupé à un Chien le cordon de l'Intercostal & de la 8e paire du côté droit seulement: il a d'abord perdu la voix, demi-heure après j'ai remarqué que l'œil droit avoit perdu beaucoup de son brillant, il a eû les mêmes accidens rapportés dans la premiere experience, ce qui me fit croire qu'il mourroit de la même maniere; neanmoins dans la suite ces mêmes accidens sont devenus moins violens, mais ils le reprenoient un peu fort lorsqu'il avoit bû & mangé, ou lorsqu'il se mettoit en colere contre quelque Chien qui entroit dans la cuisine où il étoit: il avoit presque toûjours des envies de vomir, vomissant même quelquefois ses alimens avec de très grands efforts, puis il recommençoit à manger & ronger des os avec beaucoup d'avidité. Son œil droit a commencé à devenir chassieux, trois jours après l'operation il a jetté beaucoup de matiere, & est devenu très enfoncé & plus petit: sa playe s'est trouvée guerie au commencement du mois de Mars; il est mort le 15 du même mois après avoir mangé extraordinairement. J'ai dissequé les deux yeux de ce Chien, il y avoit un

un peu d'inflammation à l'œil droit, mais il n'y avoit rien autre chose, sinon que l'œil étoit plus petit, parce que les humeurs étoient en plus petites quantités.

IV. Exper. Le 20 de Mars 1712, j'ai coupé à un Chien le cordon de l'Intercostal & de la 8e paire du côté gauche : il n'a point perdu la voix, elle étoit seulement plus claire & plus foible, son œil gauche s'est trouvé moins vif, la membrane particuliere du grand coin de l'œil s'est avancée sur la cornée, il a larmoyé pendant quelque tems, il avoit des envies de vomir lorsqu'il avoit mangé, sa respiration étoit bonne. Il est enfin gueri, & s'est trouvé très gai, son œil gauche avoit repris tout son brillant à peu de chose près.

V. Exper. Le 9e d'Avril 1712, j'ai fait la même experience du même côté sur un autre Chien, & qui a réussi de la même maniere.

VI. Exper. Le 10 d'Avril, j'ai fait cette experience du côté droit à un autre Chien : il n'a point perdu la voix comme celui de la 3e experience, il n'a eû aucune envie de vomir ni difficulté de respirer, la membrane particuliere du grand coin de l'œil s'est avancée sur la cornée, l'œil paroissoit seulement un peu terne & larmoyant, & deux mois après il avoit repris petit à petit presque tout son brillant, il n'étoit pas tout à fait si vif que celui du côté gauche.

VII. Exper. Le 17 Avril 1712, j'ai coupé à un autre Chien le même cordon de l'Intercostal & de la 8e paire, premierement du côté droit : le Chien

a

a perdu la voix. Un quart d'heure après je l'ai coupé au côté gauche, il n'a voulu ni boire ni manger, il n'a point du tout vomi, ses yeux ont perdu leur brillant, & sont devenus si chassieux & si enfoncés, qu'il n'en voyoit presque plus lorsqu'il est mort le 21 Avril.

Il n'y a point d'équivoque dans ces experiences, il n'y en a pas une où l'on ne voye les yeux mornes, abbattus, larmoyans, chassieux; la membrane particuliere s'avance sur la Cornée, tout y marque l'absence des esprits animaux fournis par l'Intercostal.

Galien [a] qui a fait cette experience, a remarqué que l'animal perd la voix.

Willis [b] a fait la même remarque, en rapportant les accidens qui regardent le cœur & la respiration.

Lower [c] & Vieussens [d] qui ont fait la même experience, ne parlent point de la perte de la voix, quoi-qu'ils rapportent les autres accidens qui regardent le cœur & la respiration; mais ni les uns ni les autres n'ont pris garde aux yeux: leur pensée n'étoit pas tournée de ce côté-là, ils n'ont fait ces experiences que par rapport à la 8e paire, & je n'ai eû en vûe que l'Intercostal: j'ai neanmoins rapporté tous les accidens qui sont arrivés dans ces experiences, parce que j'en parlerai dans un autre Memoire.

Quoi-que ces experiences paroissent suffire pour

a *De Anatom. administr. lib.* 8. *p.* 85. au revers.
b *Nervor. descript. cap.* 24, *p.* 86. *mihi.*
c *Tract. de corde, cap.* 2.
d *Neurolog. lib.* 3. *cap.* 4. *p.* 179.

pour prouver que l'Intercostal fournit des esprits animaux aux yeux, je me proposai en 1725 à Paris d'en faire encore quelquelques-unes où j'ai remarqué des accidens dans les Yeux, qui m'étoient échappés dans les experiences faites à Namur. Mrs. Winslow, Senac & Hunaut, de cette Académie, ont été témoins de ces experiences.

I. Exper. Le 18 Septembre 1725, j'ai coupé le cordon de l'Intercostal & de la 8e paire à un Chien, du côté droit : il n'a point perdu la voix, il n'est d'abord arrivé aucun changement à l'œil droit, mais un quart d'heure après il a paru moins brillant que le gauche, la membrane cartilagineuse du grand coin de l'œil s'est un peu avancée sur la cornée.

Le 19 il n'avoit aucune envie de vomir, il n'avoit point de palpitation, mais il respiroit avec peine : j'ai remarqué 4 choses à l'œil droit, que l'on ne voyoit point à l'œil gauche.

La 1ere, la membrane cartilagineuse que ces animaux ont au grand coin de l'œil, comme je viens de le dire, s'avançoit sur la Cornée, & couvroit environ le quart de son disque.

La 2de, il y avoit de la chassie au grand coin de l'œil sur cette membrane cartilagineuse.

La 3me, la Cornée étoit moins convexe.

La 4me, la prunelle moins dilatée que celle de l'œil gauche. Tous ces accidens rendoient l'œil morne & abbattu.

Le 21 & le 22 il n'a point voulu manger.

Le 23 il a mangé : il étoit assés vif & sans beaucoup de difficulté de respirer, mais dans l'œil

l'œil tout étoit dans le même état, hors qu'il n'avoit plus de chassie, ce qui est resté de même jusqu'au 30 que j'ai remarqué que la Cornée avoit repris sa convexité ; l'œil étoit brillant, mais la membrane cartilagineuse est restée sur la Cornée dans le même état où elle étoit; la prunelle s'étoit élargie: le Chien étoit engraissé depuis cette operation, sa playe étoit presque guerie.

II. Exper. Le 5 Octobre voyant que la cicatrice étoit fermée à peu de chose près, je lui ai coupé du côté gauche le cordon de l'Intercostal & de la 8e paire : un quart d'heure après la membrane cartilagineuse s'est avancée sur la Cornée, il a vomi, il venoit de manger lorsqu'on lui a fait l'experience; l'œil gauche s'est terni & est devenu chassieux, la Cornée s'est un peu applatie, & la prunelle s'est retrecie : le Chien n'a plus voulu manger depuis cette operation, il est mort le 8, c'est-à-dire, trois jours après l'operation.

J'ai dissequé les deux yeux : la membrane Cartilagineuse couvroit le diametre de la Cornée à l'œil gauche de la longueur d'une ligne trois quarts, mais à l'œil droit il y avoit seulement une ligne & demie.

Toute la conjonctive de l'œil gauche étoit enflammée, & il n'y avoit aucune inflammation à l'œil droit.

La prunelle de l'œil gauche avoit 2 lignes de diametre, & celle de l'œil droit avoit deux lignes & demie.

Il n'y avoit rien de particulier dans tout le reste des yeux.

Le 18 Octobre j'ai fait trois experiences sur trois Chiens.

III. IV. V. Exper. J'ai coupé au premier, l'Intercostal du côté droit.

J'ai coupé le gauche au second, & je l'ai coupé des deux côtés au 3e; trois ou 4 minutes après l'operation, la membrane Cartilagineuse s'est avancée sur la Cornée de l'œil droit au premier Chien, elle s'est avancée sur le gauche au second Chien, & sur les deux au 3e Chien; celle du côté droit étoit plus avancée que l'autre: la prunelle s'est trouvée une heure après plus petite aux deux premiers Chiens, aux yeux du même côté de l'operation; mais ce qu'il y a de particulier, c'est que les deux prunelles étoient fort dilatées au 3e Chien, elle étoit plus dilatée à l'œil droit qu'à l'œil gauche. Ce Chien n'a vêcu que 12 heures, avec de grandes difficultés de respirer, & des palpitations de cœur.

Les deux autres Chiens n'ont eu aucune difficulté de respirer, & n'ont point vomi.

La Cornée est devenue un peu moins convexe du côté de l'operation, leurs yeux avoient pourtant beaucoup de brillant, mais pas tout à fait tant que ceux du côté opposé; celui auquel on avoit fait l'operation du côté droit avoit perdu la voix, l'autre Chien abboyoit bien.

Le 20, ces deux Chiens n'avoient pas la membrane si avancée sur la Cornée, & la prunelle étoit plus petite du côté de l'operation;

tion; il n'y avoit point de chassie; les couleurs de l'Iris étoient moins brillantes.

Ces deux Chiens sont gueris: la prunelle s'est toûjours trouvée plus petite du côté de l'operation, au Chien auquel on avoit coupé l'Intercostal du côté droit: les yeux, qui avoient été un peu mornes, ont repris leur brillant: je me suis apperçû que la Cornée est devenue plus convexe petit à petit.

J'ai fait encore d'autres operations du côté droit & du côté gauche, qui m'ont donné les mêmes phénomenes, qui démontrent très évidemment que l'œil reçoit des esprits par le Nerf Intercostal. Il n'y a point d'accidens plus constans que ceux qui sont arrivés aux yeux, tous les autres ont varié; le vomissement & les envies de vomir n'ont pas paru si constamment dans toutes les experiences.

Il paroit donc par nos experiences, que l'Intercostal fournit des esprits animaux aux fibres musculeuses qui ramenent & qui retiennent la membrane cartilagineuse des animaux à 4 pieds, dans le grand coin de l'œil, lorsqu'elle est retirée par quelque cause.

Il en fournit à la conjonctive, aux glandes de l'œil, & aux fibres de l'Uvée qui dilatent la prunelle.

La branche superieure du cordon ophthalmique de la cinquieme paire dans l'Homme, fournit un rameau qui traverse le releveur de l'œil; il sort un filet de nerf de ce rameau qui se joint à un rameau de la 3e paire de nerfs ou moteur des yeux, & forment ensemble dans l'Homme un petit ganglion d'où il part quantité de filets de nerfs qui s'attachent

au Nerf optique avec plusieurs vaisseaux sanguins, parmi lesquels il se mêle des fibres de nerfs de la 6e paire, & de tous ces nerfs & de ces vaisseaux il se forme des paquets ou cordons plus gros les uns que les autres, les plus gros n'ont pas plus d'un 6me de ligne de diametre. Les uns percent la Sclerotique à une ligne & demie du Nerf Optique, les autres à deux lignes & demie, les autres à 3 lignes: ils ne traversent pas d'abord la Sclerotique entierement ; mais après l'avoir un peu penetrée, ils rampent dans l'épaisseur de cette membrane de la longueur de 2 ou 3 lignes, après quoi ils achevent de la traverser, & se coulent entre cette membrane & la Choroïde jusqu'à la Cornée.

La plûpart de ces cordons ne souffrent aucune division qu'ils ne soient à une ligne ou une ligne & demie de l'Uvée, dans laquelle leurs rameaux vont se rendre & se distribuer.

On ne trouve quelquefois que trois de ces cordons, & quelquefois quatre, & pour-lors ils partagent la Choroïde en quatre parties à peu près égales, & se trouvent au-dessous & vis-à-vis le milieu des muscles droits: mais ils sont souvent en plus grand nombre; j'en ai trouvé jusqu'à 9, & pour-lors il y en a non seulement sous les muscles, mais encore entre les espaces des muscles. Ceux qui sont situés dessous & vis-à-vis les muscles, sont ordinairement plus gros que les autres. Le paquet qui est vis à-vis l'Indignateur est quelquefois le plus gros: on ne le trouve pas toujours dans la même situation, par rapport à ce muscle: il est quelquefois vers le rebord-

su-

superieur du muſcle, rarement vers le rebord inferieur, mais le plus ſouvent vis-à-vis le milieu du muſcle.

Ce qu'il y a de particulier, c'eſt qu'on ne s'apperçoit pas toujours que ces cordons ſoient plus gros lorſqu'ils ſont en petit nombre, que lorſqu'ils ſont en plus grand nombre; je les ai trouvés très petits dans certains ſujets, quoi-qu'il n'y en eût que quatre; je les ai trouvés fort gros dans d'autres, quoi-qu'il y en eût 6, 7 ou 8. Voilà les nerfs ciliaires de Ruiſch *. J'ai été étonné de voir que cet habile Anatomiſte dit que ces nerfs n'ont pas été connus par les autres Anatomiſtes; ils ſont ſi bien décrits dans Willis † & dans Vieuſſens que l'on ne peut s'y méprendre.

Willis dit que le ſecond rameau ophthalmique de la 5e paire donne deux petites branches qui percent la Sclerotique, & ſe rendent dans l'Uvée; mais il ne dit point que ces branches forment le petit ganglion dont j'ai parlé, quoi-qu'il faſſe mention de ce ganglion en décrivant la 3e paire, où il dit ‡ qu'elle fournit quatre rameaux, & qu'elle forme un plexus petit & rond, dont il part des fibres de nerfs qui vont percer la Sclerotique pour ſe rendre à l'Uvée.

Vieuſſens dit que des rameaux de la 3e & de la 5e paire forment ce plexus, d'où il part pluſieurs fibres qui vont ſe diſtribuer au nerf optique & à la partie poſterieure de l'œil, dont

* *Theſaur. Anat. t. 2. p. 5.* † *Nervor. deſcript. c. 22.*
‡ Ibid.

dont quelques-uns percent la Sclerotique, & vont se rendre à l'Uvée.

* On voit par ce que je viens de dire, que les nerfs ciliaires de Ruisch ont été décrits par Willis & par Vieussens : ils ont fait plus, car ils en ont déterminé les origines, ce que Ruisch n'a pas fait : il est vrai qu'ils ne leur ont pas donné le nom de *Ciliaires*.

L'on auroit peut-être mieux fait de les appeller *Nerfs Pupillaires*.

Willis ni Vieussens n'ont pas pris garde qu'il y a des fibres de la 6e paire, qui vont se joindre aux fibres de nerfs qui sortent du ganglion, & qui tous ensemble forment les nerfs ciliaires ; ainsi les nerfs ciliaires reçoivent les esprits de la 3e, de la 5e, de la 6e & de l'Intercostal.

Dans les Animaux à 4 pieds le nerf de la 5e paire ne produit point de ganglion avec la 3e, il produit seulement un plexus d'où il sort quantité de nerfs qui forment un très grand nombre de nerfs ciliaires, les uns plus gros que les autres, qui percent la Sclerotique de même que dans l'Homme, & font la même distribution dans l'Uvée.

On m'a objecté qu'il est douteux que les nerfs de la 5e & de la 6e fournissent des esprits aux nerfs ciliaires, puisqu'on peut soupçonner qu'il n'y a que les rameaux de l'Intercostal qui se séparent de la 5e & de la 6e pour fournir ces esprits avec les rameaux de la

* Ils avoient été connus sous le nom de fibres nerveuses dès le commencement du XVII siecle. Voyez Morgagni, *Advers. 6. p.* 107.

la 3e paire; mais si l'on prend garde que les rameaux de l'Intercostal qui se joignent à la 5e & à la 6e sont très fins, & qu'ils fournissent des esprits à plusieurs parties externes de l'œil, & peut-être au nés & au visage, outre ceux qu'ils fournissent aux nerfs ciliaires qui font un assés gros volume, on sera forcé de croire qu'il se joint necessairement des rameaux des nerfs de la 5e & de la 6e avec les rameaux de l'Intercostal, pour former les nerfs ciliaires.

Voilà l'Intercostal conduit jusque dans les yeux; il fournit, comme j'ai dit, des esprits aux fibres charnues qui retirent la membrane particuliere & cartilagineuse des Animaux à 4 pieds, & qui la retiennent dans le grand coin de l'œil. Si l'on examine cette membrane dans ces animaux vivans, on trouve que sa partie externe & aiguisée est sur le bord interne de la Cornée; mais lorsque ces animaux sont morts, on s'apperçoit que cette membrane s'est avancée sur la Cornée plus ou moins dans les uns que dans les autres. J'ai trouvé des Chiens morts dans lesquels elle couvroit entierement la Cornée, mais pour l'ordinaire elle se trouve avancée sur le disque de la Cornée de la longueur d'une ligne & demie jusqu'à deux lignes; & c'est ce qui arrive aux Chiens vivans auxquels on a coupé l'Intercostal, comme je l'ai dit dans les experiences que j'ai rapportées.

Je l'ai trouvé de même avancée sur la Cornée dans des Chats morts: j'ai été étonné de voir qu'elle ne l'étoit presque pas dans la plupart des Moutons & dans les Bœufs tués aux Bou-

Boucheries : je l'ai pourtant trouvé quelquefois avancée de 5 quarts de lignes dans quelques Moutons, c'est peu en comparaison de la grosseur de leurs yeux ; mais comme ces animaux meurent presque tout d'un coup, parce qu'en les égorgeant le sang se vuide d'abord, le mouvement & l'impulsion des esprits animaux cessent également dans tous les nerfs : il n'y a donc pas plus de raison que les fibres charnues qui servent à avancer la membrane sur la Cornée, soient dans une plus grande contraction, que celles qui servent à la retenir dans le coin de l'œil. Il faudra observer si cela se trouve de même dans ces animaux lorsqu'ils meurent de maladie.

L'Intercostal fournit des esprits à la Conjonctive, aux Glandes & aux vaisseaux qui se trouvent dans ces parties ; c'est par cette raison que les yeux deviennent chassieux à ceux auxquels on a coupé ce nerf, parce que pour-lors on retranche les esprits qui sont fournis à la Conjonctive, aux Glandes & aux vaisseaux qui perdent leur ressort ; le sang n'y peut circuler avec autant de facilité, il fournit davantage de cette liqueur qui se répand sur les yeux, & même plus visqueuse qui reste au coin de l'œil & sur le bord des paupieres, parce qu'elle ne peut passer par les points lacrymaux, qui de leur côté sont relâchés ; cette liqueur s'épaissit par l'évaporation de ce qu'elle a de plus subtil ; & lorsqu'elle est moins visqueuse & plus delayée, elle produit seulement un larmoyement.

Le relâchement de ces parties est si évident, qu'il

qu'il arrive presque toûjours une legere inflammation dans la Conjonctive, par le gonflement de ses vaisseaux; mais pendant que ces vaisseaux se gonflent de sang à l'exterieur de l'œil, & qu'ils fournissent une grande quantité de liqueur, l'épaississement que ce même sang acquiert dans ses vaisseaux relâchés, & qui ont la liberté de se dilater, l'empêche de penetrer avec facilité dans l'interieur de l'œil où les vaisseaux sont très pressés & resserrés par la Scserotique qui a un fort grand ressort, & par les autres membranes de l'œil. Ce sang y fournit moins d'humeur aqueuse, ce qui produit l'affaissement de la Cornée & le moins de brillant que l'on remarque à l'œil. L'experience fait voir que si l'on ouvre la Cornée à un animal, & que l'on fasse évacuer plus ou moins d'humeur aqueuse, la Cornée se flétrit & s'affaisse à proportion de la quantité d'humeur aqueuse qui est sortie de l'œil.

Quelquefois l'humeur vitrée n'est pas remplacée & n'est pas fournie à proportion de ce qu'elle diminue, ce qui est prouvé par l'amaigrissement de l'œil entier qui est devenu plus petit dans quelques-unes de nos experiences.

Cet accident peut dépendre d'une cause toute particuliere: pour la bien entendre, il faut d'abord prendre garde que la Sclerotique a un fort grand ressort, qui tend toûjours à la resserrer; que les yeux sont continuellement comprimés par les muscles droits & obliques qui tendent toûjours à les resserrer, & qui diminueroient continuellement leur volu-

lume, s'il n'y avoit une force qui tend à les dilater, & qui faffe équilibre avec celle qui les refferre; cette force n'eft autre chofe que le Sang qui eft pouffé par le cœur dans les yeux. Le cœur doit avoir moins de force après qu'on a coupé le cordon de la 8e paire, parce que les efprits qu'elle fourniffoit au cœur font retranchés ; ainfi l'impulfion du Sang n'ayant plus tant de force pour faire équilibre avec le reffort de la Sclerotique & la contraction des mufcles des Yeux, cette derniere force doit l'emporter & refferrer les Yeux, & empêcher ainfi que les humeurs qui diminuent, ne puiffent être reparées, ce qui rend les Yeux plus petits, comme on le voit dans la 2e & 3e experience faites à Namur. Cet accident auroit fans doute paru à tous les Chiens auxquels on a coupé le cordon des deux côtés, s'ils euffent vécu auffi longtems que celui de la 2e experience faite à Namur.

La prunelle qui s'eft trouvée moins dilatée, fait encore voir que l'Intercoftal fournit des efprits aux fibres de l'Uvée, qui doivent dilater la prunelle : je rapporte pourtant une experience qui femble prouver le contraire, puifque les prunelles fe font trouvées très dilatées dans les deux yeux d'un Chien auquel on a coupé l'Intercoftal des deux côtés. Cette obfervation n'eft point du tout contraire à ce que je viens de dire; elle démontre que l'Intercoftal n'eft pas le feul nerf-qui fournit des efprits à l'Uvée, qui en reçoit de la 3e, de la 5e & de la 6e paire; & comme ces efprits peuvent être déterminés en plus grande quan-

quantité, de même que ceux qui servent aux mouvemens volontaires, ils peuvent seuls dilater la prunelle sans le secours des esprits de l'Intercostal : & voici comment cela se fait.

Nous venons de voir que la Cornée se trouve moins convexe, parce qu'il se filtre moins d'humeur aqueuse, ce qui n'arrive pas sans que l'étendue de la Cornée ne devienne plus petite ; ainsi les fibres de la Cornée se froncent & deviennent crêpées : cela doit necessairement arrêter une partie des rayons de lumiere ; & c'est le premier effet qu'il produit.

D'ailleurs ce froncement ne peut se faire, qu'il ne se forme sur la superficie de la Cornée des inégalités qui produisent des élevations & des enfoncemens, qui, tout imperceptibles qu'ils sont, ne laissent pas d'être réels ; c'est ce qui rend la Cornée moins brillante. Pour peu que l'on connoisse l'effet des refractions, on concevra parfaitement quel trouble cela doit apporter dans la vision ; car suivant que les rayons tomberont dans les enfoncemens & sur les différens endroits de ces éminences, ils seront plus ou moins rompus, les uns iront d'un côté & les autres de l'autre, ils se confondront les uns avec les autres, & ne feront aucune perception, ou du moins fort imparfaite : en ce cas l'animal ne peut donc pas voir les objets comme il les voyoit avant d'avoir coupé l'Intercostal.

Lorsque l'experience ne se fait que d'un côté, il n'y a qu'un œil maleficié ; l'animal ne s'apperçoit pas de cet accident, parce qu'il peut voir les objets avec l'autre œil, ainsi il

ne

ne détermine pas une plus grande quantité d'esprits animaux dans l'Uvée: mais lorsque l'Intercostal est coupé des deux côtés, l'animal qui ne voit plus si bien les objets, fait ses efforts pour les voir, & détermine une plus grande quantité d'esprits animaux dans l'Uvée qui dilatent la prunelle.

Il pourra pourtant se faire que cela n'arrivera pas à tous les Chiens auxquels on fera la même experience, par rapport à la varieté qui se trouve dans la distribution des nerfs.

J'ai remarqué que lorsqu'une personne est attaquée d'une Cataracte ou d'une goutte Seraine d'un seul côté, & qu'elle voit bien de l'autre œil, la prunelle ne se trouve pas plus dilatée à l'œil cataracté qu'à l'autre, à moins qu'elle ne soit elle-même affectée, ce qui arrive lorsqu'il s'y joint des douleurs de tête; mais lorsque les deux Yeux sont attaqués de Cataracte ou de goutte Seraine, il arrive souvent que les prunelles sont très dilatées; je dis souvent, parce que cela n'arrive pas toûjours. Car si l'opacité ne se trouve que dans une petite étendue du Cristallin, la prunelle ne se dilatera que jusqu'à cette étendue où elle recevra des rayons de lumiere. J'ai vû des gens âgés qui avoient les prunelles très dilatées, parce que l'opacité occupoit beaucoup d'espace dans le Cristallin; j'en ai vû d'autres qui l'avoient très petite, & suivant leur âge, parce que cette opacité avoit peu d'étendue. Ou bien si avec la goutte Seraine l'Uvée est paralytique, il ne se fait aucune dilatation. Ces observations font voir que lorsqu'il n'y a qu'un des deux yeux où la vûe

vûe eſt leſée, il n'arrive aucun changement à la prunelle; & quoi-que l'Intercoſtal ſoit coupé des deux côtés dans la ſeconde de mes expériences faite à Paris, la prunelle a dû ſe retrecir dans l'œil gauche comme elle a fait, parce que le Chien étoit gueri de la premiere experience au côté droit, la Cornée avoit repris ſa convexité naturelle, la prunelle s'étoit élargie; ainſi tout étant rétabli dans l'œil, il étoit en état de voir les objets comme il les voyoit avant qu'on lui eût fait l'experience, à peu de choſe près, & de même qu'un autre Chien auquel on n'en auroit point fait.

Ce rétabliſſement de la Cornée & de l'Uvée dans leur état naturel, prouve évidemment qu'il leur eſt ſurvenu de nouveaux eſprits d'ailleurs que de l'Intercoſtal, qui ne peut plus leur en fournir.

Voici, je croi, comment cela peut ſe faire: j'ai dit que des rameaux de la 3e paire de nerfs, de la 5e & de l'Intercoſtal produiſent le ganglion ophthalmique dans l'Homme, & le plexus ophthalmique dans les Animaux à 4 pieds; il faut regarder ce plexus comme un endroit où les eſprits animaux qui viennent des nerfs qui les forment, ſe mêlent enſemble; ce que je prouverai en general de tous les plexus & les ganglions dans un autre Memoire.

Ainſi lorſque l'Intercoſtal eſt coupé, & qu'il ne fournit plus d'eſprits, les nerfs qui forment le plexus ſe trouvent moins remplis, auſſi-bien que les nerfs qui en partent pour ſe diſtribuer dans l'œil; les eſprits qui viennent

nent de la 3ᵉ & de la 5ᵉ qui vont se rendre dans ce plexus, doivent y couler mechaniquement en plus grande abondance, parce qu'ils trouvent moins de resistance à leur passage qu'ils n'en trouvoient auparavant: il semble que la membrane du grand coin de l'œil soit une preuve de ce que je viens de dire, elle ne se rétablit point dans le même état où elle étoit, quoi-qu'elle reçoive des nerfs de la 5ᵉ paire, ou du moins se rétablit très peu, comme il paroît par une seule de nos experiences, parce que les esprits qui vont à la membrane ne viennent point du plexus, & que les esprits qui coulent par les rameaux de la 5ᵉ paire qui vont à la membrane, ne peuvent avoir de communication ensemble que par les membranes nerveuses, & c'est apparemment par ces membranes nerveuses que le nerf de la 5ᵉ fournit un peu plus d'esprit lorsque la membrane cartilagineuse se retire un peu dans le coin; c'est aussi au moyen de ces membranes nerveuses que la Conjonctive reprend son ressort & que l'inflammation se passe. Quelqu'un dira que dans l'explication de ce phenomene je pourrois me servir de la détermination des esprits animaux, comme je m'en suis servi ci-dessus, p. 22, pour expliquer la dilatation des deux prunelles dans une de nos experiences: mais il faut prendre garde que ces animaux n'ont aucun sujet de déterminer les esprits en plus grande quantité dans le cas dont il s'agit, ils ne s'apperçoivent point du défaut de leur vûe dans un seul œil, & comment s'en appercevroient-ils, puisque les hommes ne s'en apperçoivent souvent

vent

vent que par hazard? Entre les personnes qui sont venues me consulter pour des Cataractes survenues à un seul de leurs yeux, quelques-uns m'ont assuré qu'ils ne s'étoient apperçûs que fortuitement du défaut de leur vûe dans cet œil cataracté, ils croyoient toujours voir des deux yeux; ce qui prouve qu'il n'y a aucun lieu à la détermination des esprits: il faut donc que les esprits animaux de la 5e paire remplacent peu à peu ceux de l'Intercostal dans le cas dont il s'agit; une marque de cela, c'est que les parties se rétablissent dans leur état naturel presque insensiblement.

Il n'en est pas de même de la membrane du grand coin de l'œil qui ne se rétablit point, ou très peu, pour les raisons que j'ai dites; mais il est bon de prendre garde que cet accident est si constant dans toutes nos experiences, qu'il sert de preuve incontestable que la 5e paire reçoit toujours des rameaux de l'Intercostal dans les Chiens, & très probablement dans l'Homme; & si l'on ne trouve que rarement l'union de l'Intercostal avec la 5e, cela vient de ce qu'il se joint souvent au tronc même de la 5e, où il est très difficile de le démêler à de la cause dure-mere qui s'y attache.

Il nous reste à expliquer comment le vomissement arrive à un Chien après lui avoir coupé les Cordons de l'Intercostal, & pourquoi cet accident arrive à quelques personnes auxquelles on a fait l'operation de la Cataracte. L'explication de ces phénomenes dépend de la connoissance de l'origine de l'In-

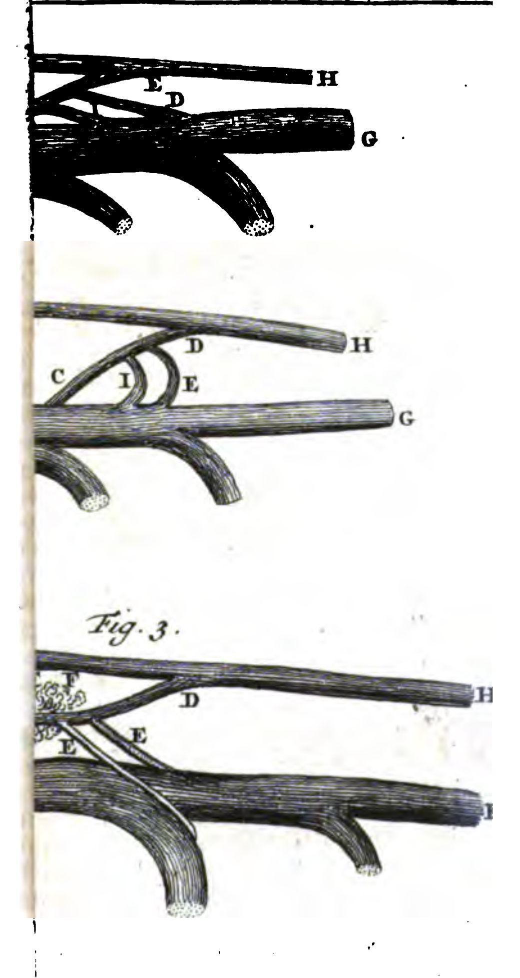
tercoſtal, & de la maniere dont le mouvement des eſprits qui coulent de ce nerf, ſe communique d'une partie dans une autre: c'eſt ce que j'expliquerai dans un autre Mémoire. Il me ſuffit d'avoir démontré, comme j'ai fait dans celui-ci, que le nerf Intercoſtal fournit des eſprits dans l'œil.

RECHERCHES DU MOUVEMENT PROPRE DES ETOILES FIXES PAR DES OBSERVATIONS D'ARCTURUS,

Faites par M. Picard, & comparées avec de pareilles Obſervations faites au Luxembourg.

Par M. DELISLE DE LA CROYERE.

DE'S le commencement de l'Académie, M. Picard, pour établir les poſitions des Etoiles fixes, s'eſt appliqué à obſerver leurs différences de paſſages entre elles & avec le Soleil, lorſqu'elles ſe ſont trouvées dans le même parallele que le Soleil. Comme il y a déja 55 ans que les plus anciennes de ces Obſervations ont été faites, j'ai crû qu'en les réiterant à preſent, on pourroit par leur compa-


H
E
D
G
D
H
C
I
E
G
Fig. 3.
F
D
H
E
E

paraiſon avec celles de M. Picard, en déduire avec quelque ſorte de préciſion la vîteſſe du mouvement propre des Etoiles Fixes, qu'il eſt extrêmement difficile de déterminer par la comparaiſon des obſervations anciennes avec les nôtres, à cauſe du peu de préciſion des plus anciennes Obſervations.

J'ai choiſi pour cette recherche l'Etoile d'Arcturus, qui ayant une grande déclinaiſon Septentrionale, a l'avantage de pouvoir être comparée pluſieurs jours de ſuite avec le Soleil, parce que le Soleil ne change pas fort promptement de déclinaiſon quand il eſt arrivé au parallele de cette Etoile. Pour faire mes Obſervations avec plus d'exactitude, j'ai ſcêllé dans le Meridien une Lunette, au foyer de laquelle j'avois mis pluſieurs fils paralleles, afin de multiplier mes Obſervations. Voici les différences de paſſages que j'ai pû obſerver l'année 1724, entre le Soleil & Arcturus. Ces intervalles ſont reduits en tems vrai, pour en pouvoir conclure les différences d'aſcenſion droite entre Arcturus & le Soleil, par la Methode que donne M. de la Hire au precepte 18 de ſes Tables Aſtronomiques, page 94.

Différences de paſſages entre le Soleil & Arcturus, depuis Midi, au Luxembourg.

1724 Mai.	23 —	10h	0'	12" $\frac{1}{2}$	Tems vrais.
	25 —	9	52	9 $\frac{1}{4}$	
	26 —	9	48	6 $\frac{1}{2}$	
	27 —	9	44	2 $\frac{1}{4}$	

Longitudes vrayes & Ascensions droites du Soleil, tirées des Tables de M. de la Hire, pour Midi.

Longitudes du Soleil.

1724 Mai.				Différences.	
22—	1^d	26′	7″		
				57	35
23—	2	23	42		
				57	35
24—	3	21	17		
				57	33
25—	4	18	50		
				57	32
26—	5	16	22		
				57	31
27—	6	13	53		
				57	30
28—	7	11	23		

Ascensions droites du Soleil.

1724 Mai.				Différ.		
22—	59°	18′	27″			
				60′	15″	
23—	60	18	42			12″
				60	27	
24—	61	19	9			4
				60	31	
25—	62	19	40			8
				60	39	
26—	63	20	19			8
				60	47	
27—	64	21	6			8
				60	55	
28—	65	22	1			

Ayant converti en parties de l'Equateur les différences de paſſages rapportés ci-devant, & leur ayant ajoûté le mouvement du Soleil en Aſcenſion droite pendant ces mêmes intervalles de tems, j'ai eû en degrés, minutes & ſecondes, les différences d'Aſcenſion droite du Soleil & d'Arcturus, comme il ſuit pour Midi.

Dif-

Différences d'Ascension droite entre le Soleil & Arcturus.

1724 Mai.	23	150 28 17.
	25	148 27 14.
	26	147 26 26.
	27	146 25 17.

J'ai ensuite ajoûté ces différences d'Ascension droite entre le Soleil & Arcturus à l'Ascension droite du Soleil pour Midi des mêmes jours ; ce qui m'a donné l'Ascension droite d'Arcturus, comme il suit.

Ascensions droites d'Arcturus.

1724 Mai.	23	210 46 59.
	25	210 46 54.
	26	210 46 45.
	27	210 46 23.

Il ne devroit point y avoir de différence sensible dans cette Ascension droite, calculée ainsi pour ces différens jours, puisque le mouvement propre de cette Etoile en Ascension droite, n'est que de 3″ ½ par mois. Les différences que l'on trouve ici, viennent principalement du défaut des observations dans lesquelles une Seconde d'erreur produit, comme l'on sait, une erreur de 15″ dans l'Ascension droite ; & l'on sait combien il est difficile de s'assûrer d'un intervalle de près de 10ʰ de durée sans s'y tromper d'une seule Seconde. Il peut y avoir aussi quel-

que erreur de la part des Tables, lorsqu'elles ne representent pas le mouvement en Ascension droite pendant plusieurs jours de suite tel qu'il est effectivement; ce qui peut venir de ce que l'Equation du centre du Soleil ne seroit pas bien distribuée: car on conçoit bien qu'une erreur dans la distribution de l'Equation du Soleil en doit causer dans le mouvement diurne en longitude, & par conséquent aussi dans le mouvement en Ascension droite. De mes quatre Observations, je rejette la derniere comme fautive, étant trop éloignée des autres. Supposant ensuite les Ascensions droites d'Arcturus comme je les viens de trouver dans les 3 autres Observations, & prenant la déclinaison de cette Etoile dans les Tables de M. de la Hire où l'ón la trouve de $20^d\ 39'\ 17''$ pour ce même tems-ci, j'ai calculé suivant ces Ascensions droites & cette déclinaison, la longitude d'Arcturus, que j'ai trouvée telle.

Longitude d'Arcturus.

1724 Mai.	23 ♎	20^d	22'	53''.
	25 —	20	22	48.
	26 —	20	22	40.

Enfin prenant un milieu entre ces 3 différentes déterminations de la longitude d'Arcturus, elle se conclud de $20^d\ 22'\ 47''$ ♎ pour le tems de mes Observations, & cela en employant, comme j'ai fait, le lieu du Soleil, tiré des Tables de M. de la Hire. Si je m'étois servi d'autres Tables du Soleil, j'aurois

pu

pu trouver cette longitude différente : mais cette diverſité dans les Tables du Soleil ne m'empêchera pas de déduire de la comparaiſon de mes Obſervations, avec celles de M. Picard, le mouvement de cette Etoile en longitude auſſi exactement qu'il ſe pourra déduire des obſervations, ſans que l'erreur des Tables du Soleil y puiſſe nuire ſenſiblement ; parce que me ſervant des mêmes Tables dans tous mes calculs, l'erreur du calcul du Soleil ſe trouvera la même par-tout ; & par conſéquent les différences de longitude (qui eſt tout ce que je cherche) en reſulteront ſenſiblement les mêmes, que ſi je m'étois ſervi d'autres Tables du Soleil, & que je les euſſe employées de même dans tous mes calculs.

Les plus anciennes Obſervations de M. Picard que je puiſſe comparer avec les miennes, ſont de l'année 1669. M. Picard a reduit en tems moyen les différences de paſſages qu'il a obſervé entre Arcturus & le Soleil ; ce qui fait que pour en conclure les différences d'Aſcenſion droite qui leur repondent, il faut après les avoir converti en degré, y ajoûter le moyen mouvement du Soleil en longitude, pendant la durée de ces mêmes intervalles.

Voici ces intervalles qu'a obſervés M. Picard près de la porte de Montmartre, où ſe ſont faites les premieres Obſervations de l'Académie.

Différences de passages entre le Soleil & Arcturus, pour Midi.

1669 Mai.	21 —	10h	4'	33''	Tems moyens.
	22 —	10	0	35 ½	
	24 —	9	52	33	
	26 —	9	44	26	
	27 —	9	40	28	
	28 —	9	36	25	

Longitudes vrayes du Soleil, tirées des Tables de M. de la Hire, pour Midi.

						Différences.	
1669 Mai.	21 ♊	0d	45'	42''		57'	35''
	22 —	1	43	17		57	34
	23 —	2	40	51		57	33
	24 —	3	38	24		57	32
	25 —	4	35	56		57	31
	26 —	5	33	27		57	30
	27 —	6	30	57		57	28
	28 —	7	28	25			

Ascensions droites du Soleil, tirées des mêmes Tables.

					Différ.			
1669 Mai.	21 —	58°	36'	14''		60'	10''	8''
	22 —	59	36	24		60	18	8
	23 —	60	36	42		60	26	7
	24 —	61	37	8		60	33	8
	25 —	62	37	41		60	41	6
	26 —	63	38	22		60	47	10
	27 —	64	39	9		60	57	
	28 —	65	40	3				

Ayant converti les différences de passages rapportés ci-dessus, en Degrés, Minutes & Se-

Secondes, & leur ayant ajoûté le mouvement moyen du Soleil en Longitude pendant ces mêmes intervalles de tems, j'ai eû les différences d'Ascension droite entre le Soleil & Arcturus, comme il suit.

Différences d'Ascension droite entre le Soleil & Arcturus, pour Midi.

1669 Mai.	21	151d	33'	4''
	22	150	33	32
	24	148	32	34
	26	146	30	29
	27	145	30	50
	28	144	29	55

J'ai ensuite ajoûté ces différences d'Ascension droite, à l'Ascension droite du Soleil, pour les mêmes tems, ce qui m'a donné l'Ascension droite d'Arcturus, comme il suit.

Ascension droite d'Arcturus.

1669 Mai.	21	210	9	18
	22	210	9	56
	24	210	9	42
	26	210	8	51
	27	210	9	59
	28	210	9	58

J'ai crû devoir rejetter de ces 6 Observations la 1ere & la 4me, comme trop éloignées des autres 4; j'ai pris ensuite dans les Tables de M. de la Hire la déclinaison d'Arcturus pour ce tems-là, que j'ai trouvé de 20d

55′ 33″ ; & avec cette déclinaiſon & les 4 différentes Aſcenſions droites que j'ai conſervées, j'ai calculé la Longitude d'Arcturus de cette maniere.

Longitude d'Arcturus.

1669 Mai.	22	♎ 19°	38′	17″
	24	19	38	3
	27	19	38	20
	28	19	38	20

En prenant un milieu entre ces 4 déterminations, il vient 19ᵈ 38′ 15″ ♎ pour la Longitude d'Arcturus au tems des Obſervations de M. Picard ; & comme je l'avois concluë par mes Obſervations de 20ᵈ 22′ 47″ ♎, il ſuit que le mouvement de cette Etoile en Longitude a été de 44′ 32″ en 55. ans, c'eſt 48″ 35‴ par an.

Pour m'aſſûrer davantage de ce mouvement, j'ai comparé d'autres Obſervations de M. Picard avec les miennes ; en voici la Comparaiſon.

En 1675 & 1676 M. Picard étant à l'Obſervatoire Royal, y obſerva les différences de paſſages entre le Soleil & Arcturus par la lunette d'un quart de cercle de 3 pieds, qu'il laiſſoit immobile depuis que le Soleil y avoit paſſé ; voici les différences de paſſages que j'ai reduits en tems moyen : c'eſt toûjours pour midi.

Diffé-

Différences de passage entre le Soleil & Arcturus.

					Tems moyens.
1675 Mai.	22—10h	2'	44''	3/4	
	23— 9	58	52	1/4	
	24— 9	54	41	2/3	
1676 Mai.	21—10	3	45	1/4	
	22— 9	59	43		

Longitudes vrayes & Ascensions droites du Soleil, par les Tables de M. de la Hire.

Longitudes vrayes.		Differ.	Ascens. dr.	Différences.	
1675 Mai.	22 ♊ 1d 17' 20''		59 9 16		
	23—2 14 54	57 34	60 9 30	60' 14''	9''
	24—3 12 28	57 34	61 9 53	60 23	
1676 Mai.	21—1 3 24	57 35	58 54 42	60 13	
	22—2 0 59		59 54 55		

Differences d'Ascension droite d'Arcturus & du Soleil, depuis Midi.

1675 Mai.	22 —	151	5	57
	23 —	150	7	39
	24 —	149	4	50
1676 Mai.	21 —	151	21	7
	22 —	150	20	21

Ascensions droites d'Arcturus.

1675 Mai.	22 —	210	15	13
	23 —	210	17	9
	24 —	210	14	43
1676 Mai.	21 —	210	15	49
	22 —	210	15	16

En rejettant l'observation du 23 Mai 1675 comme fautive, & supposant suivant les Tables de M. de la Hire la déclinaison d'Arcturus pour 1675 de 20d 53' 40'' Septentrionale, & pour 1676 de 20d 53' 23''; j'ai calculé les Longitudes de cette Etoile de cette maniere.

Longitude d'Arcturus.

1675 Mai.	22 ♎	19d	44'	26''
	24 —	19	43	56
1676 Mai.	21 —	19	45	11
	22 —	19	44	39

En prenant un milieu, la Longitude d'Arcturus pour 1675 est de 19° 44' 11'' ♎ pour 1676

1676 de 19° 44′ 55″: ces Longitudes étant comparées avec celles que j'ai trouvées pour 1724 de 20d 22′ 47″, il en resultera le mouvement d'Arcturus en Longitude de 38′ 36″ en 49 ans, ou de 37′ 52″ en 48 ans, ce qui fait par an 47″ 16‴ ou 47″ 20‴.

Par le peu d'Observations que je viens de rapporter, il paroîtroit que le mouvement annuel des Etoiles fixes seroit un peu plus lent que la plupart des Astronomes ne le supposent. M. de la Hire le fait de 50″ $\frac{3}{4}$, & M. Halley dans les Transactions Philosophiques, dit l'avoir trouvé tant soit peu plus grand que de 50″ par la comparaison des plus anciennes Observations; mais avec tant d'incertitude par le défaut des Observations anciennes, qu'il s'en est tenu au nombre rond de 50″. Par les Observations que je viens de rapporter, ce mouvement paroîtroit encore de 2 ou 3″ plus petit.

Je tâcherai de m'en assûrer dans la suite par de nouvelles Observations & Comparaisons avec celles de M. Picard, ou d'autres. Il est toûjours surprenant que l'on puisse à present par l'exactitude des Observations modernes, déterminer dans un intervalle de peu d'années un mouvement aussi lent que l'est celui des Etoiles fixes, & cela avec presqu'autant de précision qu'en employant les plus anciennes Observations que nous ayons, qui ont été faites il y a 2 mille ans. Je m'étois preparé à faire en 1725 les mêmes Observations que l'année précédente; mais les mauvais tems qu'il a fait au mois de Mai, lorsque le Soleil étant dans les Signes Ascen-

dans, a passé par le parallele d'Arcturus; ces mauvais tems, dis-je, ont rendu mes preparatifs inutiles.

OBSERVATIONS ET EXPERIENCES SUR UNE DES ESPECES DE SALAMANDRE.

Par M. DE MAUPERTUIS.

SANS entrer dans le détail de toutes les especes de Salamandres, ni de ce que plusieurs Auteurs en ont écrit, voici quelques Observations que j'ai faites sur une des especes de cet animal, celle que les Naturalistes appellent *Salamandre terrestre*.

C'est une espece de Lezard, long de 5 ou 6 pouces. Sa tête est large & platte comme celle du Crapaud; ses pattes aussi ressemblent plus à celles du Crapaud qu'à celles du Lezard dont elle a le corps & la queue, quoique l'un & l'autre plus gros. Sa queue cependant ne se termine point en pointe aiguë comme celle du Lezard, mais peut avoir une ligne de diametre à son extremité.

Le dessus de l'animal est noir, marqueté de jaune. Le ventre est brun, & quelquefois jaunâtre. Deux bandes jaunes partent des deux côtés de la tête au-dessus des yeux, & s'éten-

s'étendent parallelement jusqu'à l'origine de la queue. Ces bandes se terminent ordinairement vers le milieu du corps, puis reprennent : quelquefois, mais rarement, elles sont sans interruption. Tout le reste de l'animal est bigarré de taches jaunes, qui n'affectent ni figures ni lieux particuliers. La peau est sans écailles, assés lisse, excepté aux côtés qu'elle paroît un peu chagrinée. L'on voit sur le dos deux rangs paralleles de mammelons, qui accompagnent l'épine dans toute sa longueur.

La Salamandre a quelquefois la peau seche comme un Lezard : le plus souvent elle est enduite d'une espece de rosée qui rend sa peau comme vernie, sur-tout lorsqu'on la touche ; & elle passe dans un moment de l'un à l'autre état.

Une proprieté encore plus singuliere, c'est de contenir sous la peau une espece de lait qui j'aillit assés loin lorsqu'on presse l'animal.

Ce lait s'échappe par une infinité de trous, dont plusieurs sont très sensibles à la vûe sans le secours de la Loupe, sur-tout ceux qui répondent aux mammelons. Quoi-que la premiere liqueur qui sert à enduire la peau de l'Animal, n'ait aucune couleur, & ne paroisse qu'un vernis transparent, elle pourroit bien être la même que le lait dont nous parlons, mais répandu en gouttes si fines & en si petite quantité, qu'il ne paroît point de sa blancheur ordinaire.

Ce lait ressemble assés au lait que quelques Plantes répandent quand on les coupe ; il

il eſt d'une âcreté & d'une ſtipticité inſupportable; & quoi-que mis ſur la langue il ne cauſe aucun mal durable, on croiroit trouver à l'endroit qu'il a touché une cicatrice ou du moins une pliſſure. Certains Poiſſons ont merité le nom d'Orties par la reſſemblance qu'ils ont avec cette plante lorſqu'on les touche; notre Salamandre pourroit être regardée comme le Tytimale des Animaux.

Lorſqu'on écraſe ou qu'on preſſe la Salamandre, elle répand une ſinguliere & mauvaiſe odeur.

Il s'en faut bien qu'elle ait l'agilité du Lezard: elle eſt pareſſeuſe & triſte: elle vit ſous terre dans les lieux frais & humides, ſurtout au pied des vieilles murailles, & ne ſort de ſon trou que dans les tems de pluyes, ou pour recevoir l'eau, ou crainte d'être noyée dans ſon trou, ou peut-être pour chercher les inſectes dont elle vit, qu'elle ne pourroit guere attraper qu'à demi noyés.

La Salamandre, outre la proprieté merveilleuſe de vivre dans les flammes, que les Anciens lui ont attribuée, eſt encore regardée, & par eux, & par la plupart des Naturaliſtes modernes, comme l'Animal le plus dangereux. Si nous en croyons Pline, elle fera perir toute une Contrée.

Les grandes pluyes du mois d'Octobre paſſé firent ſortir pluſieurs Salamandres, qu'on m'apporta avec toutes les précautions qu'on peut prendre contre l'animal le plus terrible.

La premiere experience que je fis, fut celle du prodige attribué à la Salamandre. Toute fabuleuſe que paroit l'hiſtoire de l'animal in-

incombuſtible, je voulus la verifier; & quelque honte qu'ait le Phyſicien en faiſant une experience ridicule, c'eſt à ce prix qu'il doit acheter le droit de détruire des opinions conſacrées par le rapport des Anciens.

Je jettai donc pluſieurs Salamandres au feu. La plupart y perirent ſur le champ: quelques-unes eurent la force d'en ſortir à demi brûlées, mais elles ne purent reſiſter à une ſeconde épreuve.

Cependant il arrive quelque choſe d'aſſés ſingulier lorſqu'on brûle la Salamandre. A peine eſt-elle ſur le feu, qu'elle paroit couverte de gouttes de ce lait dont nous avons parlé, qui ſe raréfiant à la chaleur, ne peut plus être contenu dans ſes petits reſervoirs; il s'échappe de tous côtés, mais en plus grande abondance ſur la tête & aux mammelons qu'ailleurs, & ſe durcit ſur le champ, quelquefois en forme de perles.

Il y a quelque apparence que cet écoulement ſingulier a donné lieu à la fable de la Salamandre; cependant il s'en faut beaucoup que le lait dont nous parlons, ſorte en aſſés grande quantité pour éteindre le moindre feu: mais il y a eû des tems où il n'en falloit guere davantage pour faire un animal incombuſtible. L'on pourra même encore, ſi l'on veut, croire que l'animal dont les Anciens ont parlé n'eſt point celui-ci; & là-deſſus je m'en rapporte à l'envie que chacun peut avoir de juſtifier l'Antiquité, ou de convenir qu'elle a quelquefois cru legerement.

Enfin, en attendant qu'on trouve la veritable Salamandre, ceci ſera une proprieté de

l'Ani-

l'Animal qui porte ſon nom, qui merite d'être obſervée, & qui a même quelque rapport, quoiqu'éloigné, avec le prodige des Anciens.

Voici les experiences ſur le venin de la Salamandre.

Je me propoſai deux choſes, 1° de faire mordre quelque animal par la Salamandre, 2° de faire manger la Salamandre à quelque animal. Mais ces experiences avoient un genre de difficulté, que ceux qui redoutent tant la Salamandre ne ſoupçonneroient guere; il falloit trouver des animaux qui vouluſſent manger la Salamandre; ou des Salamandres qui vouluſſent mordre. J'eus beau les irriter de mille manieres, jamais aucune n'ouvrit la gueule. Il fallut donc la leur ouvrir; mais ayant vû leurs dents, quelle apparence qu'elles puſſent bleſſer l'animal; petites, ſerrées, & égales, elles couperoient plutôt que de percer ſi la Salamandre en avoit la force, mais elle ne l'a pas. Il fallut donc chercher quelque animal à peau aſſés fine pour ſe laiſſer entamer. J'ouvris la gueule d'une Salamandre & lui fis mordre un poulet déplumé, à l'endroit de la morſure: mais quoi-que je preſſaſſe les mâchoires de la Salamandre, & que cette morſure fût beaucoup plus forte que la Salamandre la plus vigoureuſe ne pourroit la faire, les dents ſe dérangerent plutôt que d'entamer le poulet; enfin je lui ôtai une partie de la peau de la cuiſſe, & y fis faire pluſieurs morſures.

Pour n'être plus obligé d'écorcher les animaux que je ferois mordre, je penſai à cher-

cher quelque partie assés délicate pour que les dents pussent penetrer.

Je fis faire plusieurs morsures à la langue & aux levres d'un Chien, & à la langue d'un Coq d'Inde, par des Salamandres nouvellement prises ; aucun des animaux mordus n'eût le moindre accident.

Quoi-que je sûsse alors que les animaux dont la morsure est la plus venimeuse, ne sont point nuisibles étant avalés ; je voyois que la morsure de la Salamandre n'étoit rien: une espece de déference pour la crainte qu'on a de cet animal, & le goût de la liqueur qu'il a sous la peau, me porterent à éprouver si, comme aliment, il seroit nuisible. La peine étoit d'en faire manger à quelques animaux ; ils auroient plutôt souffert les plus longs jeûnes, que de goûter à l'animal preservé par le lait détestable, & la Salamandre n'est pas de grosseur à la pouvoir faire avaler par surprise.

Je fis ouvrir la gueule d'un Chien, & ayant coupé une Salamandre par morceaux, je les lui fis tous avaler, la plûpart vivans encore, & lui tins la gueule liée pendant une demi-heure.

Je fis en même tems avaler une petite Salamandre entiere à un jeune Coq d'Inde.

Ces deux animaux parurent toûjours aussi gais qu'à leur ordinaire. Une demi-heure après que j'eus delié la gueule du Chien, c'est-à-dire, une heure après qu'il eut avalé la Salamandre, il en revomit la queue & les pattes, les parties apparemment qu'il auroit eû le plus de peine à digerer. Pour le Coq d'In-

d'Inde, on ne revit rien de la Salamandre qu'il avoit avalée. L'un & l'autre but & mangea à son ordinaire, & ne donna pas le moindre signe de maladie.

Je voulus faire encore une experience.

Je trempai du pain dans le lait de la Salamandre, & en fis manger à un poulet ; je trempai dans le même lait de petits bâtons pointus, & les enfonçai dans des playes que j'avois faites à l'estomac & à la cuisse d'un autre poulet. Tout cela fut inutile, & la Salamandre me parut toujours aussi peu dangereuse.

Je n'ignore pas qu'il y a encore des ressources pour ceux qui voudroient soûtenir que la Salamandre est nuisible ; peut-être ne l'est-elle que dans certains tems & dans de certaines circonstances ; peut-être ne l'est-elle que pour certains animaux, &c. Cependant il n'y a guere lieu de soupçonner tout cela, ni guere de moyens plus sûrs ni plus praticquables pour s'en éclaircir.

J'ajoûterai un fait qui me paroit digne de remarque. Ayant ouvert quelques Salamandres, je fus surpris de trouver dans la même tout à la fois, des œufs, & des petits aussi parfaits que ceux des vivipares. Les œufs formoient deux grappes semblables aux ovaires des Oiseaux, excepté que ces grappes étoient plus allongées ; & les petits étoient enfermés dans deux longs tuyaux, dont le tissu étoit si délié qu'on les voyoit très distinctement à travers. Je comptai dans une Salamandre 42 petits, & dans une autre 54, presque tous

vi-

vivans; aussi bien formés, & plus agiles que les grandes Salamandres.

Ces animaux paroissent bien propres à éclaircir le mystere de la generation; car quelque varieté qu'il y ait dans la nature, le fond des choses s'y passe assés de la même maniere. L'on sait assés quels avantages l'on retire de l'Anatomie comparée; la connoissance parfaite d'un seul corps ne seroit peut-être le prix, que de l'examen impossible de tous les corps de la nature.

EXPERIENCES SUR LA DISSOLUBILITÉ DE PLUSIEURS SORTES DE VERRES.

Par M. DU FAY.

M. Geoffroy donna en 1725 une analyse très exacte d'un Verre qui se dissolvoit dans la plûpart des liqueurs acides: les bouteilles qui en étoient faites gâtoient le Vin en très peu de tems, parce que la foible acidité du Vin ne laissoit pas d'agir sur ce Verre, & le décomposoit en quelque façon, au point que les parties qui s'en détachoient se mêlant dans le Vin, le troubloient & le corrompoient très promptement.

ment. Tandis que M. Geoffroy travailloit à décompofer ce Verre, ce qu'il a fait avec une exactitude infinie, je me fuis appliqué à en compofer un avec diverfes matieres & en différentes proportions. Je comptois bien faire de bon Verre en me fervant des matieres connues & ordinaires; mais je ne m'attendois pas à en faire d'auffi mauvais, & même de beaucoup plus mauvais & plus aifé à diffoudre que celui dont je viens de parler. Ce n'eft pas d'aujourd'hui qu'on fait qu'il y a fouvent plus de fruit à recueillir des operations manquées, que de celles dont le fuccès eft tel qu'on fe l'étoit promis. J'ai donc effayé en différentes proportions les cendres & le fable qui avoient été envoyés de la Verrerie, où l'on faifoit de ces mauvaifes bouteilles, & enfuite plufieurs autres fortes de fables & de cendres. Voici les experiences que j'ai faites, & les effets qui en ont refulté.

J'ai pris 7 onces de cendres de leffive féchées dans les arches du four de la Verrerie, une once de cendres du même four au défaut de cendres fortes ou non leffivées, & 10 gros de fable féché, ce qui étoit la proportion ordinaire des ouvriers de cette Verrerie; j'ai bien mêlé & tamifé le tout, & l'ayant mis au feu de vitrification, j'ai eû un verre affés facile à fondre, opaque, noir; je l'ai verfé fur le marbre, & j'ai mis des fragmens de la plaque qui s'y eft formée avec des filets que j'avois détachés pendant la fufion, dans de l'Efprit de Nitre; il s'y eft blanchi en une nuit fur la furface, comme les verres rapportés dans le Memoire de M. Geoffroy, & même les filets un peu plus déliés que les autres étoient entierement diffouts;

en-

enfin il eſt devenu pareil à celui qui avoit été travaillé dans la Verrerie.

J'ai changé le ſable & la proportion de la cendre, & j'ai pris 5 onces de cendres de leſſive, une demi-once de cendres du four & autant de ſablon d'Eſtampes; le verre étoit noirâtre: il s'eſt fondu moins facilement que le premier, mais il s'eſt diſſout dans l'Eſprit de Nitre en auſſi peu de tems & à peu près de la même maniere.

J'ai pris ſept onces de cendres de branches ſéchées, une once de cendres du four de la Verrerie, & une once de ſable ſéché; ayant fondu ce mêlange j'ai eû un verre fort tranſparent, verdâtre, rempli de bulles d'air, & ſe mettant quoi-qu'avec aſſés de peine en fuſion bien claire; ce Verre s'eſt trouvé fort bon & ne s'eſt point diſſout dans l'eſprit de Nitre ni dans celui de ſel, quelque tems qu'il y ait demeuré.

Comme il entre dans cette compoſition une grande quantité de cendres de branches, j'en ai fait d'autre avec 4 onces de cendres de branches ſéchées, une once de cendres du four & une once de ſable; il s'eſt fondu plus difficilement que le précédent où il y avoit plus de cendres, & il s'eſt trouvé auſſi bon & auſſi indiſſoluble dans les acides.

Les cendres de leſſive m'ayant donné de mauvais verre, j'ai voulu voir ſi c'étoit celles de cette Verrerie ſeulement qui faiſoient cet effet, & pour cela j'ai pris 3 onces de cendres de mon feu que j'avois leſſivées & ſéchées, une demi-once de cendres neuves & autant de ſable ſéché: cette compoſition s'eſt miſe aſſés facile-

lement en fusion & a fait un verre brun ; mais ce qui m'a fort surpris, c'est qu'en une nuit il s'est dissout dans l'esprit de Nitre, beaucoup plus facilement qu'aucun des autres que j'ai essayé : il y a eû cependant quelque différence dans la matiere qui s'est formée, car j'ai trouvé une espece de mucilage bleuâtre à peu près semblable à celui que l'esprit de Vitriol avoit fait sur le Verre travaillé dans la Verrerie, qui entouroit & qui couvroit les fragmens qui avoient même changé de figure, & ne s'étoient point divisés en lames comme le Verre des bouteilles. Ayant détaché avec un petit bâton une partie de ce mucilage, il m'a paru que c'étoit une gelée assés solide, jaunâtre, transparente, & qui étant desséchée à l'air est devenue friable, mais se brisant en tout sens & n'ayant aucune disposition à se réduire en lames : mes cendres étoient de bois flotté, je les avois fait bouillir dans un chaudron de cuivre, & ayant versé l'eau plusieurs fois par inclination je les avois séchées dans un creuset à une chaleur mediocre : il m'a semblé depuis qu'elles n'avoient pas été suffisamment séchées, parce qu'elles étoient plus pesantes que celles qui l'avoient été dans les arches du four ; mais il n'est pas possible, comme on le verra par les operations suivantes, que ce soit ce défaut qui ait rendu le Verre dissoluble dans les acides.

Pour être assûré que des circonstances étrangeres, comme le degré de feu, le tems que les matieres demeuroient en fusion, les creusets, n'avoient point de part à ces accidens, j'ai recommencé la composition qui m'avoit donné de bon Verre, & dans les mêmes proportions ; j'en

j'en ai eû de tout pareil & qui a été aussi bon que le premier.

J'ai pris 3 onces de cendres de bois flotté de mon feu sans être lessivées, & une once du sable de la Verrerie; j'ai eû un Verre très fusible, beau, verdâtre & avec moins de bulles d'air qu'il n'y en avoit dans les autres; il a commencé à être attaqué sensiblement par l'esprit de Nitre en moins de deux heures; au bout de 10, les fragmens sans avoir sensiblement diminué de volume, étoient entourés & couverts de l'épaisseur d'un travers de doigt d'un mucilage, ou d'une gelée transparente & assés solide pour ne se point écouler lorsque j'inclinois le Verre; enfin au bout de deux jours toute la liqueur s'est trouvée transformée en cette espece de gelée. Ainsi tout le Verre que j'ai fait avec mes cendres de bois flotté lessivées, ou non lessivées, a été mauvais; avec cette différence cependant, que celles qui ont été lessivées font encore plus mauvaises, & font le Verre beaucoup plus brun & d'une couleur assés désagreable.

J'ai essayé les cendres de bois neuf; j'en ai pris quatre onces sans être lessivées, que j'ai mêlées avec une once de sable séché: cette composition n'a jamais pû se mettre en fusion bien claire, quelque chaleur que j'aye donnée, & même jusques à vitrifier presque entierement le creuset; je l'ai cependant coulé sur le marbre, mais je n'ai eû qu'une masse brune, cassante, poreuse, paroissant seulement vitrifiée en quelques endroits; il s'y est trouvé quelques gouttes de Verre très noir; le tout avoit une odeur de Soufre, & en

quelques endroits on remarquoit un goût salin.

J'ai diminué la proportion du sable, & j'en ai mêlé une demi-once avec 3 onces & demie de cendres de bois neuf lessivées; ce mêlange a eû aussi beaucoup de peine à se fondre; j'en ai cependant eû quelques goutes qui ont coulé: elles sont d'un beau verre, transparent, verdâtre, & tout à fait semblable au meilleur verre dont on fait des bouteilles. Le reste de la matiere a été une masse vitrifiée en dessus, grise en dedans, poreuse & ressemblant assés à la pierre-ponce. L'un & l'autre de ces deux Verres, aussi-bien que la matiere poreuse, se sont dissouts dans l'esprit de Nitre, & se sont réduits en cette espece de gelée dont j'ai déja parlé: le Verre m'a paru se dissoudre encore plus facilement que la matiere poreuse, car au bout de huit jours étant entierement dissout & réduit en mucilage blanc, la matiere poreuse n'étoit encore qu'un peu blanchie vers la surface. Ainsi les cendres de bois neuf n'ont pas mieux réussi que celles de bois flotté.

J'ai pris cinq onces de cendres de branches, & une once de sable séché; j'avois déja employé un pareil mêlange, mais avec plus de cendres, & le Verre avoit été fort bon: celui-ci s'est mis en fusion bien claire; il étoit jaunâtre, transparent & de très bonne consistance; il ne s'est point dissout dans l'esprit de Nitre, quelque tems qu'il y ait demeuré; enfin on le pouvoit regarder comme un très bon verre & très propre à travailler. Il est à remarquer que je n'y ai point mis de cendres

dres du four, comme dans le premier mélange, ce qui cependant n'a fait de changement que dans la couleur; car celui-ci tiroit sur le jaune, & le premier sur le verd.

Comme les cendres du four n'avoient fait aucun tort dans le Verre de la 3e & 4e experience, qui se sont trouvés tous deux fort bons, quoi-que dans l'une il y en eût un 8e & dans l'autre un 5e, j'ai essayé à faire du Verre avec 4 onces de ces cendres & une once de sable séché: il est devenu clair, fluide, transparent, tirant sur le jaune & fort semblable au précédent, si ce n'est qu'il étoit un peu plus foncé; mais il s'est dissout dans l'esprit de Nitre en très peu de tems.

J'ai fait un autre mêlange composé de 4 onces de cendres de lessive séchées au feu, de 6 gros de cendres du four, & d'une once de sable: cette matiere a fait un Verre très brun, mediocrement beau, qui a resisté à l'esprit de Nitre pendant 24 heures, mais qui à la fin est devenu comme les autres. C'est le meilleur que j'aye fait en employant les cendres de lessive, qui par toutes les experiences que je viens de rapporter me paroissent les plus mauvaises de toutes, & dont il est cependant difficile de se passer, par la difficulté d'en avoir des autres en assés grande quantité.

J'ai mêlé avec 4 onces de cendres de lessive séchées dans les arches, demi-once de cendres du four, six gros de sable séché, & une once de charbon pilé: ce mêlange n'a jamais pu se vitrifier à cause du charbon, & est resté en poudre telle que je l'avois mise.

Voyant que les cendres tant neuves que leſſivées faiſoient de mauvais Verre, j'ai beaucoup augmenté la proportion du ſable; j'en ai mis deux onces avec 4 onces de cendres de bois neuf, qui m'avoient été envoyées de la Verrerie; cela m'a donné un Verre très brun, aſſés vilain, qui a commencé à ſe diſſoudre en moins d'une demi-heure, & l'a été entierement en 24 heures.

Je ſuis revenu aux cendres de branches qui ſont les ſeules qui m'avoient fait de bon Verre, & j'en ai mêlé deux onces avec 4 onces de cendres de leſſive ſéchées, une once de cendres du four & une once de ſable; ce mêlange a donné un Verre extrêmement difficile à fondre, & qui même ne s'eſt jamais pu mettre en belle fuſion, mais a fait une matiere très brune, opaque, & n'ayant point, ou du moins que très peu de parties tranſparentes: cette matiere s'eſt diſſoute en très peu de tems dans l'eau forte.

J'ai augmenté la quantité de cendres de branches, j'en ai pris trois onces avec trois onces de cendres de leſſive ſéchées au feu, une once de cendres du four & une once de ſable; ce mêlange s'eſt fondu plus facilement que le precedent; il a fait un Verre noir tirant ſur le Caffé dans ſes parties tranſparentes, & de bonne conſiſtance, c'eſt-à-dire difficile à ſe caſſer, & ſe caſſant fort net: ce Verre a reſiſté plus longtems que les autres à l'action de l'eau forte, à cauſe de la plus grande quantité de cendres de branches qui y étoit entrée, mais il s'eſt diſſout à la fin, & on ne doit pas le regarder comme de bon verre.

On

On attribuoit d'abord la mauvaiſe qualité de ce Verre à la façon de le travailler, ou à la conſtruction du four, & pour s'en éclaircir on a tranſporté des matieres de cette Verrerie dans celle de Cormera, & on les y a travaillées; mais le Verre en a été auſſi mauvais que dans l'autre, il s'eſt diſſout dans l'eſprit de Nitre, & s'eſt ſéparé en feuilles à l'ordinaire.

Le Verre fait avec les matieres de la Verrerie de Cormera, a été fort bon, & ne s'eſt point diſſout dans les eaux fortes.

Il réſulte de toutes ces experiences, que les cendres des environs de cette Verrerie, tant celles qui ſont neuves que celles qui ont été leſſivées, ne ſont point propres à faire de bon Verre: ce défaut n'eſt pas même particulier à ces cendres, puiſqu'on vient de voir que j'en ai fait d'auſſi mauvais avec diverſes autres cendres; & il eſt peut-être plus ordinaire qu'on ne penſe, de trouver du Verre diſſoluble dans les acides: on ne s'aviſe pas ſouvent de mettre les bouteilles communes à cette épreuve, & ceux qui employent ordinairement des eſprits acides, ſavent qu'il arrive quelquefois que les bouteilles en ſont attaquées, & ſur-tout par l'eſprit de ſel qui les ronge ſouvent, au point qu'elles ſe ſéparent à l'endroit où étoit la ſurface de la liqueur lorſqu'on les ſouleve par le col: cela m'eſt arrivé deux fois, & je ne doute point que cela ne ſoit arrivé à pluſieurs autres. Il y a même apparence que M. Homberg a rencontré de pareil Verre lorſqu'il a fait une experience qui eſt rapportée dans l'Hiſtoire Latine

de M. Duhamel en 1694. Il dit que l'eau forte dissout le Verre, si on le fait rougir au feu & qu'on le trempe ensuite dans du plomb fondu : j'ai fait plusieurs fois cette experience sur diverses sortes de Verres, & j'ai toûjours trouvé que celui qui étoit réellement bon ne se dissolvoit point après cette préparation ; ainsi il est vrai-semblable que celui sur lequel M. Homberg a fait cette remarque, se seroit également dissout dans l'eau forte avant de le plonger dans le plomb fondu.

Les cendres de branches sont les seules dont le Verre se soit trouvé fort bon, quoi-qu'il y eût un 8e ou même un 5e de cendres du four; mais lorsque je les ai mêlées avec parties égales d'autres cendres, le Verre est devenu moins bon, & enfin a été très mauvais lorsque la quantité d'autres cendres a surpassé celle des cendres de branches. Il est certain que le sable de cette Verrerie n'a aucune part à la mauvaise qualité du Verre, car j'ai fait de très bon Verre avec ce sable, & de fort mauvais avec le sablon ordinaire. C'est donc aux cendres seules qu'il se faut arrêter. J'avoue qu'il n'est pas aisé d'expliquer un fait qui paroît aussi singulier; on peut cependant remarquer que les cendres de lessive & celles du four sont la plûpart de bois mort, ou du moins très vieux, & qui peut avoir perdû la partie de ses Sels, la plus propre à rendre le Verre d'une tissure plus forte, plus solide, & plus difficile à être penetrée par les acides de l'eau forte; peut-être ces sels sont-ils devenus plus alkalis qu'ils ne doivent être, & par-là sont-ils trop aisés à dissoudre, au-lieu que les sels des cendres de branches vertes sont plus ap-

approchans de la nature du ſel moyen, & par-là reſiſtent à l'action des liqueurs acides. Quoi qu'il en ſoit, on ne peut donner ces raiſons que comme des conjectures, & il faut attendre qu'une plus longue experience nous aît fait trouver d'autres Verres qui ayent le même défaut: on pourra peut-être alors, par l'examen des matieres qui les compoſent, connoître la veritable cauſe d'un effet juſques à preſent inconnu ou negligé par ceux qui l'ont remarqué; & il y a apparence que ſi l'on parvient à en découvrir exactement la cauſe, on pourra en même tems y trouver le remede.



SECOND MEMOIRE,

OU

REFLEXIONS NOUVELLES

SUR

UNE PRECIPITATION SINGULIERE

DE

PLUSIEURS SELS PAR UN AUTRE SEL,

*Déja rapportée en 1724, & imprimée dans le Tome de la même année, sous le Titre d'*OBSERVATION NOUVELLE ET CURIEUSE, *sur la dissolution successive de différens Sels dans l'eau commune.*

Par M. LEMERY.

IL s'agissoit dans ce Memoire, dont celui-ci est la suite ou le supplément, d'une proprieté singuliere du Sel de Tartre, & jusque-là inconnue.

On sait que le Sel de Tartre mêlé dans l'eau avec un Sel salé concret propre à fermenter avec lui, enleve à ce Sel son acide; devient par-là lui-même de Sel alkali, Sel salé, & par conséquent très différent de ce qu'il étoit auparavant; qu'enfin il opere la précipitation de

de la matrice terreuſe ou métallique du Sel dont il a operé la décompoſition ; & que cette matrice précipitée & privée de l'acide qui la rendoit diſſoluble, ne l'eſt plus en cet état, du moins comme elle l'étoit auparavant, à moins qu'on ne lui rende ce qu'on lui a ôté ; car ſans cela, elle ne ſe diſſoudra dans l'eau que comme le font ordinairement les autres matieres terreuſes ou métalliques, c'eſt-à dire à force de trituration, de tems & de peine, & encore en petite quantité.

Mais on ne ſavoit point que le Sel de Tartre preſenté à différentes ſortes de Sels fondus dans l'eau, avec leſquels il ne fermente point, qu'il n'altere point, & ſur leſquels il n'agit point auſſi, mais ſur les parties d'eau qui les tiennent en diſſolution, excite néanmoins la précipitation de ces Sels, qui tout précipités qu'ils ſont, & toûjours tels qu'ils étoient auparavant, ſont également diſſolubles, & ſe rediſſoudroient en effet dans la même liqueur, ſi le Sel de Tartre au travers duquel cette même liqueur s'eſt filtrée, & à l'embouchure des pores duquel elle a laiſſé le Sel qu'elle tenoit diſſout, dont les petites parties diviſées s'y ramaſſant, ſe précipitent à l'inſtant, comme il a été expliqué plus en détail dans le Memoire donné en 1724 ; ſi le Sel de Tartre, dis-je, ne ſe diſſolvoit pas dans la même quantité de liqueur, & y occupant la place du Sel précipité, ne l'empêchoit pas par-là d'y rentrer dans la ſuite.

Nous avons auſſi rapporté pour preuve, que ni le Sel précipité, ni le Sel de Tartre ne s'alteroient mutuellement par leur mêlange dans la même liqueur ; que chacun de ces ſels après

la précipitation de l'un excitée par l'autre, pouvoit toujours reſervir à refaire la même experience ; c'eſt-à-dire qu'en rediſſolvant dans de nouvelle eau le Sel précipité, & lui repreſentant enſuite le même Sel de Tartre degagé des parties aqueuſes qui le tenoient diſſout, & qu'il avoit enlevées dans la premiere experience au Sel précipité, il le précipite encore une ſeconde fois & pluſieurs autres de même.

Enfin nous avons remarqué que ce n'eſt pas parce que le Sel de Tartre ſe diſſout dans les mêmes parties d'eau qui appartenoient à l'autre Sel, que cet autre Sel ſe précipite, mais que c'eſt pour cela que cet autre Sel ne rentre point dans la liqueur; & en effet, la précipitation de cet autre Sel precede d'un inſtant la diſſolution du Sel de Tartre: les petites portions d'eau chargées de l'autre Sel ne peuvent diſſoudre le Sel de Tartre qu'après s'être dépouillées à l'entrée de ſes pores, de celui qu'elles contenoient; d'ailleurs cette précipitation n'exige point par elle-même la diſſolution du Sel de Tartre; il ſuffit pour cette précipitation, que l'eau en ſe filtrant dans les pores du Sel de Tartre, abandonne à elles-mêmes les parties du Sel de Tartre qu'elle tenoit diſſoutes: il eſt vrai que ſi en cette occaſion le filtre ne ſe diſſolvoit pas immédiatement après, & qu'il n'occupât pas alors entierement les parties d'eau, elles ne manqueroient pas en rencontrant de nouveau le Sel précipité, de le rediſſoudre; & c'eſt pour cela que la diſſolution du Sel de Tartre, inutile à la précipitation de l'autre Sel,

Sel, est absolument necessaire pour l'empêcher de rentrer dans la liqueur.

Nous avons aussi rapporté à cette occasion, un fait; c'est que quand au lieu de Sel de Tartre non dissous, on se sert de Sel de Tartre fondu dans une quantité d'eau suffisante avant que de le verser sur la dissolution du Sel qu'on veut précipiter, il se précipite de même & à l'instant une quantité de ce Sel proportionnée à la quantité du Sel de Tartre fondu qui a été employé : or on ne peut point dire que cette précipitation fût l'effet immediat de la dissolution du Sel de Tartre dans la même portion d'eau du Sel précipité, puisque cette dissolution étoit déja toute faite dans une autre portion d'eau, & bien avant le mêlange des deux Sels dans le même liquide.

Cette précipitation excitée, non par le Sel de Tartre, sous une forme seche, & tel que nous l'avons employé pour la même experience rapportée il y a environ trois ans; mais par le Sel de Tartre fondu auparavant dans ce qu'il lui faut d'eau, pour former ce qu'on appelle communément l'Huile de Tartre par défaillance; cette précipitation, dis-je, donne lieu à quelques remarques & réflexions physiques assés curieuses, déja annoncées dans le Memoire de 1724, & qui feront le sujet & la matiere d'un second & d'un troisieme Memoire. Ces remarques & ces réflexions s'y trouveront comprises dans les objections suivantes que nous nous ferons, & dans les reponses que nous tâcherons d'apporter aux difficultés proposées.

La premiere de ces objections, c'est que si

le Sel de Tartre, quoi-que tout diſſous, peut toujours par la ſeule rencontre de ſes parties & de celles du liquide qui tenoit un Sel moyen en diſſolution, cauſer la précipitation de ce Sel moyen; quand après avoir diſſout deux gros de Nitre, par exemple, dans une once d'eau, on en a fait précipiter enſuite une certaine quantité par le moyen d'une demi-once de Sel de Tartre qui s'y eſt fondue, & qui y a pris la place du Nitre précipité; comme la même liqueur contient alors & à la fois une demi-once de Sel de Tartre & un gros de Nitre, qui occupent chacun une partie de la liqueur, il ſeroit inutile de preſenter alors à ce liquide une nouvelle quantité de Sel de Tartre, pour en faire précipiter le Nitre qui y eſt encore, la demi-once de Sel de Tartre qui y a d'abord été fondue, & qui habite avec le Nitre, devroit ſuffire pour le précipiter en peu de tems & juſqu'à la fin; de même qu'une demi-once de Sel de Tartre fondu dans une demi-once d'eau, & verſé en cet état ſur un gros de Nitre fondu dans une autre demi-once d'eau, précipite à l'inſtant ce gros, ou une partie de ce gros de Nitre.

Je reponds, qu'à ne conſidérer ces deux experiences que d'un certain côté; je veux dire, par la doſe du Sel de Tartre & du Salpêtre mêlés enſemble, avec ce qu'il leur faut à chacun de parties aqueuſes, tout paroît ſi ſemblable de part & d'autre, qu'il ſembleroit que l'effet devroit auſſi être le même dans l'une & dans l'autre experience, & ne différer tout au plus que par la promptitude de la pré-

précipitation. Mais comme sa différence va bien au-delà, & que la précipitation qui dans l'une des deux experiences se fait à l'instant & en assés grande quantité, manque tout à fait dans l'autre, ou si on y en apperçoit quelqu'une, elle est infiniment petite, & n'arrive sensiblement qu'après beaucoup de tems, & seulement encore dans la solution de quelques Sels, tel que le Salpêtre: voyons si nous ne trouverons point la cause de cette différence dans ce que chacune de ces experiences ont de particulier.

La premiere & la seule différence essentielle qui s'offre à notre examen, c'est que dans l'une de ces experiences la portion d'eau qui tient le Sel de Tartre en dissolution est déja toute mêlée avec l'autre portion d'eau appartenante au Salpêtre; que ces deux Sels sont partie du même liquide; que leurs parties y nagent les unes avec les autres; & que celles du Sel de Tartre ne peuvent agir sur la portion aqueuse de l'autre Sel, l'absorber & causer la précipitation de cet autre Sel, qu'en vertu des mouvemens qui se passent dans l'interieur de ce liquide, & dont elles reçoivent leur contingent suivant la distribution qui s'y en fait à chacune des parties qui le composent.

Dans l'autre experience au contraire, la portion d'eau appartenante au Sel de Tartre, n'est point mêlée avec celle du Salpêtre, elle ne s'y mêle qu'après y avoir été versée; & ce mouvement particulier par lequel l'Huile de Tartre tombe sur la solution du Nitre, & qui est tout à fait different de celui qui agite les

parties du liquide & qui en excite la fluidité, peut d'autant mieux être reputé la cause de la précipitation du Salpêtre, que cette précipitation suit immédiatement ce mouvement; qu'elle continue tant que l'effet de ce mouvement, c'est-à-dire, le trouble, la confusion, le desordre, regnent dans la liqueur; & que dès que le calme & l'ordre s'en sont une fois emparés, & que toutes les parties du liquide ne sont plus agitées que par la cause interne de leur fluidité, on ne voit plus rien alors se précipiter de nouveau, quand même la liqueur contiendroit encore beaucoup plus de Salpêtre qu'il n'en a été précipité: ce qu'il est aisé de savoir au juste.

Pour concevoir d'où peut provenir cette différence, il est à propos de faire attention que quoi-que les différentes parties de l'eau se meuvent, les unes en un sens, les autres en un autre, on auroit tort d'en induire que tout est en confusion dans le sein de ce liquine: la regularité des différens phénomenes qu'on apperçoit dans la dissolution des Sels, suppose un ordre & un arrangement particulier dans les mouvemens différens du liquide qui les soûtient; & il seroit aisé de prouver, & par la raison qui vient d'être alleguée, & qu'il s'agiroit d'examiner plus en détail, & par l'action de la cause à laquelle l'eau est redevable de sa fluidité, que les mouvemens qui se passent dans l'interieur de ce liquide, sont très reguliers, &, ce qui paroîtra peut-être un paradoxe, qu'ils sont tous aussi bien règlés que ceux de la meilleure pendule. En attendant cet examen, pour entendre ce que

nous

nous avons à faire voir dans la ſuite, conſiderons d'abord que l'eau ne ſe donne point à elle-même la fluidité qu'elle a, & que le principe de cette fluidité n'eſt autre, comme je l'ai ſuffiſamment prouvé dans un Memoire imprimé dans le Tome de l'année 1709, que la matiere même du feu ou du Soleil, qui produit & entretient dans les parties de l'eau une vraye fuſion, parfaitement comparable à celle des métaux par le feu ordinaire.

Or comme un nombre infini de petites portions de cette matiere de feu, ou de ce fluide qui frappent de tous côtés, & penetrent en tout ſens le liquide, pouſſent de tous les points de ce liquide, ſelon des directions particulieres & différentes, une infinité de petites maſſes d'eau, d'un volume proportionné à celui des portions du fluide qui les agite, & les fait marcher les unes à droite, les autres à gauche, & ainſi du reſte; ce qui produit le mouvement en tout ſens qu'on apperçoit ſenſiblement dans l'eau en y faiſant fondre un morceau de quelque Sel, & conſidérant comme il y eſt à la fois attaqué de toutes parts par les parties du liquide: nous pouvons ſuppoſer avec un fondement legitime, & conclure hardiment de ce qui vient d'être remarqué, que tout liquide ſe partage naturellement en différentes petites portions, diſtinctes & ſeparées les unes des autres, & que nous regardons en quelque ſorte comme ſes parties organiques; que dans celui qui a diſſout & qui contient à la fois du Sel de Tartre & du Salpêtre, certaines portions ſont chargées de Sel de Tartre, d'autres le ſont de

de Salpêtre; & que les unes & les autres, contraintes par la cause de leur mouvement à suivre des routes différentes, forment dans le liquide autant de petits courans particuliers chargés de Sels différens.

Cela étant, on conçoit aisément, 1°. que les courans de ce liquide qui marchent à côté les uns des autres, pourront y subsister sans se confondre, & par conséquent sans exciter de précipitation; comme nous voyons deux Rivieres qui en se joignant dans le même lit, marchent long-tems à côté l'une de l'autre sans mêler leurs eaux.

2°. Que pour les courans qui marchent les uns contre les autres, comme ils ont tous à peu près le même degré de mouvement, & qu'ils ne sont pas plus en état l'un que l'autre de s'enfoncer & de percer dans l'interieur l'un de l'autre, tout ce qu'ils pourront faire, sera de rejaillir en quelque sorte, & de former des especes de petits tourbillons, sans que ce rejaillissement donne lieu à aucune précipitation, parce que les particules d'eau qui enveloppent & charrient le Nitre, ne rencontreront pas toûjours les parties du Sel de Tartre du courant opposé, ce qui seroit une premiere condition necessaire pour la précipitation; mais elles rencontreront les parties d'eau qui enveloppoient le Sel de Tartre, ce qui ne produira qu'un conflict entre les particules d'eau d'un courant & celles du courant opposé. Et lorsque des particules d'eau appartenantes au Nitre, rencontreront veritablement des parties de Sel de Tartre d'un autre courant, comme les pores de ce
Sel

Sel y sont toûjours remplis des particules d'eau du même courant, ou de la même petite masse ou portion du liquide, & que, comme il a déja été remarqué, tous les différens courans de ce liquide ont à peu près la même force; on ne voit pas comment les particules d'eau d'un courant viendroient à bout de repousser & de chasser hors des pores du Sel de Tartre de l'autre courant, les particules d'eau qui y sont déja, pour se loger en leur place, & se dépouiller du Nitre qu'elles contiennent en se filtrant au travers de ces pores, dans lesquels s'ils ne parviennent point à penetrer, il ne se fera jamais qu'un contact exterieur des particules d'eau d'un courant avec les particules de Sel de Tartre de l'autre courant; & ce contact, qui n'ira pas plus loin, n'operera jamais de précipitation.

3°. Que supposé que deux courans vinssent à se confondre, il ne se feroit point encore de précipitation, à moins que l'un des deux courans ne contînt du Salpêtre & l'autre du Sel de Tartre; ce qui se prouve évidemment, parce que quand on jette sur une solution de Nitre une solution du même Sel, il ne se fait point de précipitation; au lieu qu'il s'en fait une très prompte & très abondante quand on y verse une suffisante quantité d'Huile de Tartre.

4°. Quand deux portions d'eau, dont l'une seroit chargée de Nitre & l'autre de Sel de Tartre, viendroient à se confondre, & feroient l'une par rapport à l'autre, tout ce qui seroit necessaire pour exciter la précipitation

tion du Nitre contenu dans la petite portion de la solution nitreuse, on verra par la suite qu'il ne se feroit point encore alors de précipitation complette, à moins qu'on n'empêchât en même tems les parties d'eau qui viennent d'abandonner & de perdre le Nitre qu'elles contenoient, de le recueillir presqu'aussi-tôt qu'il commence à se précipiter, & de le faire disparoître en l'obligeant à rentrer dans la liqueur dont il se séparoit.

Enfin, supposé que toutes les circonstances requises concourent à exciter une précipitation dans la liqueur chargée de Nitre & de Sel de Tartre, il est aisé de juger par tout ce qui a été dit, que la précipitation du Nitre ne se fera toûjours que dans quelques endroits de cette liqueur, & que la quantité en sera fort petite; c'est aussi ce que j'ai déja rapporté, que l'experience m'avoit fait reconnoitre.

J'ai même observé que quand l'un des deux Sels que contenoit la liqueur, étoit du Salpêtre, on pouvoit appercevoir quelquefois le premier assemblage des parties de ce Sel, d'où naissoient insensiblement & après un long tems des aiguilles très fines à la verité, mais très sensibles par leur longueur, & qui après avoir été suspendues quelque tems dans la liqueur, formoient au fond du vaisseau une très petite dose de précipité. Nous allons rapporter une autre experience, où la formation & l'assemblage de ces aiguilles arrivent en bien moins de tems & en plus grande quantité, & peuvent être plus aisément apperçûes.

Il suit de tout ce qui a été dit, que quand

une

une certaine dose de Sel de Tartre a pris en quelque sorte son rang & sa place dans un liquide, avec une autre dosé de Sel moyen, & que les deux Sels contenus chacun dans leurs courans particuliers obéissent aux mêmes mouvemens de ce liquide; comme en vertu de ces mouvens reglés, uniformes, & distribués également à toutes les petites masses d'eau, il regne dans toutes ces petites masses une espece d'équilibre de force, moyennant lequel elles ont bien assés de mouvement pour suivre leur route, & pour resister à l'impulsion des autres masses au milieu desquelles elles se soûtiennent avec vigueur contre leur effort, sans se laisser entamer, mais elles n'en ont pas assés pour faire sur les autres masses une impression différente de celle qu'elles en reçoivent ; le Sel de Tartre par toutes ces raisons, trouve alors bien moins d'occasions, toutes choses d'ailleurs étant égales, de précipiter le Nitre contenu dans les autres masses du liquide avec lesquelles il y nage, que quand après avoir dissout séparément ces deux Sels dans une quantité d'eau, & l'en avoir parfaitement soulée, on verse la liqueur de Sel de Tartre sur l'autre solution.

Car la liqueur qui tombe à plomb sur l'autre, a en cette occasion un mouvement que n'a point l'autre liqueur, & avec lequel non seulement elle s'y fait jour & détruit l'ordre & l'arrangement de ses courans, mais encore chaque petite portion de l'Huile de Tartre qui perce dans une portion de la solution nitreuse avec laquelle elle se mêle &

se

ſe confond, force & détermine par ſa chûte même les parties aqueuſes qui contenoient le Nitre, d'enfiler les pores du Sel de Tartre; à peu près, de même qu'un morceau de métal garni de trous, au travers duquel un liquide paſſeroit librement, & qu'on jetteroit dans un vaiſſeau rempli d'eau, obligeroit l'eau qu'il preſſeroit en tombant, de paſſer au travers de ces pores. Et ce qui aſſûre encore d'autant plus dans l'experience dont il s'agit, l'effet de la précipitation, c'eſt que chaque petite portion d'Huile de Tartre, tombant toûjours ſur autant de petites portions de la ſolution nitreuſe, elles ne portent jamais à faux, comme dans le cas precedent, où deux courans chargés des mêmes Sels pourroient ſe rencontrer & ſe confondre, ſans qu'il en reſultât pour cela aucune précipitation.

REGLES OU LOIX GENERALES DES IMPULSIONS OBLIQUES DES FLUIDES, CONTRE UNE SURFACE PLANE.

Par M. PITOT.

LES avantages qu'on peut tirer de la Théorie des impulsions obliques des fluides, m'ont excité à la reduire à des régles generales ; & j'ai vû naître avec plaisir de celles que j'ai trouvées, la solution de plusieurs belles & importantes questions, resolues, à la verité, par plusieurs grands Géometres, mais par des voyes très différentes & plus compliquées. Je m'étois engagé de travailler sur cette matiere dans le Memoire que je donnai l'année derniere, sur ma méthode de déterminer le plus grand effet possible de toutes les machines mûes par des fluides: je considerai dans ce Memoire, que toutes les surfaces choquées par un fluide, étoient opposées directement ou perpendiculairement à sa di-

direction, n'ayant égard qu'aux chocs directs, & me reservant de traiter des chocs ou impulsions obliques. Les regles auxquelles je suis parvenu, & qui feront la matiere de ce Memoire, me paroissent les plus simples & les plus commodes qu'on puisse desirer; puisque d'une seule Equation du second degré on peut deduire la situation la plus avantageuse des ailes des Moulins à vent; l'angle que doit faire le gouvernail d'un Navire, pour virer le plus promptement qu'il est possible; la situation la plus avantageuse de la Quille d'un Vaisseau, par rapport au vent; celle de la Voile par rapport à celle de la Quille ou de la route donnée; & enfin les deux situations, tant de la Quille que de la Voile, pour gagner le plus au vent.

I. Je suppose pour trois principes connus, que si une surface plane reçoit obliquement l'impulsion d'un fluide, 1°. que les forces relatives des impulsions sont entr'elles comme les quarrés des sinus des angles d'incidence, 2°. que la direction selon laquelle cette surface est poussée par le fluide, est toûjours suivant une ligne qui lui est perpendiculaire, appellée par cette raison, *ligne de la force mouvante*, 3°. & qu'on peut décomposer cette force totale de l'impulsion du fluide en forces laterales paralleles, & perpendiculaires, à telle direction qu'on voudra.

* II. Si *AB* ou *Ab* est la surface choquée par l'impulsion d'un fluide suivant la direction *RAT* ou *RPB*, on voit, après avoir dé-

* Fig. 1.

décrit le demi cercle *TSO*, que *AP* eſt le ſinus de l'angle d'incidence; *BG* perpendiculaire à la ſurface *AB* ſera la ligne de la force mouvante: que ſi la direction donnée eſt toûjours parallele à une ligne droite donnée *EAC*, on lui menera par les points *B* & *b* les paralleles *BQF* & *bqf*. Maintenant ſi *BG* exprime la force totale de l'impulſion, ayant mené *GK* perpendiculaire à *BQF*, *BK* ſera la force laterale avec laquelle la ſurface eſt pouſſée ſuivant la direction *BQF* parallele à *CAE*, & *KG* la force laterale perpendiculaire à la même direction. Soit encore mené du point *C* la perpendiculaire *CD* au rayon *AS*, & des points *A* & *B* les perpendiculaires *AQ* & *BV*, à la direction donnée.

III. Avant que de paſſer au Calcul de ces forces laterales, il eſt à propos de faire les obſervations ſuivantes.

1°. Que la ſurface *AB* peut avoir deux poſitions différentes ſous un même angle d'incidence *AP*; ce qui fait deux cas principaux, le premier lorſque l'angle *TAB* eſt aigu, & le ſecond lorſqu'il eſt obtus: or il eſt viſible que ces deux angles ſont toûjours le complément l'un de l'autre.

2°. Que lorſque l'angle d'incidence *ABP* ou *TAB* eſt moindre que l'angle *TAC* ou *DCA* fait par la direction donnée & par celle du fluide, la perpendiculaire *GK* tombera à la droite du point *B* ou du côté du point *F*, dans ce cas la ſurface ſera pouſſée lateralement de *B* en *K* en avançant contre la direction du fluide; & c'eſt en ce ſens que nous prendrons les valeurs poſitives de cette force. Mais lorſque ce même angle *ABP* ſera plus grand que l'angle

ACD,

ACD, le point K tombera à gauche du point B, & la surface sera poussée lateralement de B en K, en fuyant pour ainsi dire le fluide: ainsi c'est en ce sens que nous devons prendre les laterales paralleles négatives.

Pour ce qui est des laterales perpendiculaires, nous prendrons les positives à droite de la direction donnée, & les négatives à gauche.

Il est à propos d'observer encore, que pour éviter les repetitions, nous avons marqué dans nos figures toutes les lignes du premier cas, par des grandes lettres; & toutes celles du second par des petites, pour appliquer le même raisonnement au calcul de l'un & de l'autre Cas.

IV. Ayant nommé les données AS ou AB, a; AD, b; DC, c; le sinus de l'angle AP, x; la laterale parallele BK, z; & la laterale perpendiculaire KG, y; Par l'Art. I. l'impulsion perpendiculaire est à l'impulsion oblique, comme $\overline{AS}^2$ est à $\overline{AP}^2 :: aa. xx. :: a. \frac{xx}{a}$. Ainsi exprimant par a, la force totale de l'impulsion perpendiculaire à la surface, $\frac{xx}{a}$ sera celle de l'impulsion oblique, ou la valeur de BG. Or les triangles semblables CDA, BPF & bPf donnent CD, c; DA, b; :: BP, $\sqrt{aa-xx}$; PF, $\frac{b}{c}\sqrt{aa-xx}$. D'où l'on tire dans le premier Cas $AF = \frac{b}{c}\sqrt{aa-xx} - x$, & dans le

le second $Af = \frac{b}{c}\sqrt{aa - xx} + x$. Mais AC, a; CD, :: $AF\ \frac{b}{c}\sqrt{aa - xx} \pm x$ de l'un & l'autre Cas, sera à AQ ou Aq, $\frac{b}{a}\sqrt{aa - xx} \pm \frac{cx}{a}$, & de plus les angles BGK, BAV, ou ABQ sont égaux, faisant chacun un angle droit avec l'angle KBG, ainsi les triangles rectangles ABV ou ABQ & BKG sont semblables. D'où l'on tire AB, a; AQ ou BV $\frac{b}{a}\sqrt{aa - xx} \mp \frac{cx}{a}$ :: BG, $\frac{xx}{a}$. BK $\frac{bxx\sqrt{aa - xx} \pm cx^3}{a^3} = z$, valeur de la force laterale parallele à la direction donnée pour l'un & l'autre Cas, savoir $\frac{bxx\sqrt{aa - xx} + cx^3}{a^3} = z$ pour le premier, & $\frac{bxx\sqrt{aa - xx} + cx^3}{a^3} = z$ pour le second.

Pour avoir maintenant l'expression de la force laterale perpendiculaire KG, y, les mêmes triangles semblables que ci-dessus, donnent CD, c. CA, a :: BP, $\sqrt{aa - xx}$. BF $\frac{a}{c}\sqrt{aa - xx}$. & AC, a. AD, b :: AF, $\frac{b}{c}\sqrt{aa - xx} \mp x$ $FQ\ \frac{bb}{ac}\sqrt{aa - xx} \mp \frac{bx}{a}$, & enfin AB, a. BQ ou $BF - FQ = \frac{a}{c}$

 √

$\sqrt{aa-xx} - \frac{bb}{ac}\sqrt{aa-xx} + \frac{bx}{a} :: BG, \frac{xx}{a}. KG, y = \frac{aaxx\sqrt{aa-xx}-bbxx\sqrt{aa-xx}}{a^3c} \pm bcx^3,$ valeur de la laterale perpendiculaire de l'un & l'autre Cas; que je reduis à $cxx\sqrt{aa-xx} \pm bx^3 = a^3y$, en substituant cc pour $aa-bb$, nous avons donc les 4 égalités suivantes.

$$1.\ bxx\sqrt{aa-xx}-cx^3=a^3z.$$

$$2.\ bxx\sqrt{aa-xx}+cx^3=a^3z.$$

$$3.\ cxx\sqrt{aa-xx}+bx^3=a^3y.$$

$$4.\ cxx\sqrt{aa-xx}-bx^3=a^3y.$$

La 1ere pour les laterales paralleles du premier Cas, la 2me pour celles du second, la 3me pour les laterales perpendiculaires du premier Cas, & la 4me pour celles du second.

* V. Pour construire les lieux des Egalités ci-dessus, ou, ce qui est le même, pour trouver les valeurs des forces laterales correspondantes à tous les angles d'incidence, on menera du point *P* la perpendiculaire *PI* à la surface *AB*; & du point *I* la perpendiculaire *IL* à la ligne de direction donnée: je dis que *IL* est l'expression de la laterale parallele du premier Cas, *iL* celle du second; *AL* la laterale perpendiculaire du 1er Cas, & *AL*

* Fig. 2.

AL celle du fecond: ainfi fi l'on fait fur le point *P* les ordonnées *PM*=*IL*, *Pm*=*iL*, *PN*=*AL*, & *Pn*=*Al*, on aura les 4 points *M*, *m*, *N* & *n*; dont le 1er *M* fera à la Courbe ou au lieu *AME* des laterales paralleles du premier Cas, le 2me *m*, fera à la Courbe ou au lieu *AmE* des laterales paralleles du fecond Cas, le 3me *N* à la Courbe *ANH* des laterales perpendiculaires du premier Cas, & enfin le 4me *n*, fera un point de la Courbe *AnH* des laterales perpendiculaires du fecond Cas.

Si l'on fait la même operation pour tous les points *P*, ou tous les finus des angles d'incidence *AP*, on formera les 4 rameaux *AME*, *AmE*, *ANH* & *AnH*, ou les deux folium *AMEmA* & *ANHnA*, dont le 1er eft le lieu de toutes les laterales paralleles, & le 2me celui des laterales perpendiculaires.

DEMONSTRATION.

* Les triangles femblables *ABP*, *API* donnent *AB*, a, *AP*, x :: *AP*, x. *AI*, $\frac{xx}{a}$, valeur de la force totale *BG*; mais le triangle *AIL* eft femblable au triangle *ABV* ou *BAQ*, & par conféquent au triangle *KBG*. Or les deux triangles rectangles femblables *AIL*, *KBG* ayant leurs hypothenufes *AI* & *BG* égales, font entierement égaux, ainfi *PM*=*BK* & *PN*=*KG*.

VI. Si dans l'Equation des forces laterales paral-

* Fig. 1. & 11.

paralleles $bxx\sqrt{aa-xx} \mp cx^3 = a^3 z$ on suppose $x=b$, on aura $b^3 c \mp b^3 c = a^3 z$. D'où il suit qu'au point où $x=b$, la force laterale parallele est dans le premier Cas égale zero, & dans le second égale à $\frac{2b^3c}{a^3}$, ainsi le premier rameau *AME* coupe l'axe *AS* au point *D*.

Si l'on fait $x=a$, on trouvera dans la même Egalité $z=-c$ dans le premier Cas, & $z=+c$ dans le second; ce qui montre que $SE=DC$, & que les deux rameaux se rencontrent au point *E* de la droite *HSE* perpendiculairement à l'axe *AS*; que si l'on fait $x=b$ dans l'Equation des laterales perpendiculaires, on aura dans le premier Cas $y=\frac{bb}{a}$, & dans le second $y=\frac{bbcc-b^4}{a^3}$; & lorsque $x=a$, on a dans les deux Cas $y=b$ ou $SH=AD$.

VII. Chaque rameau a son *Maximum*, c'est-à-dire, qu'il y a dans chaque Cas une position la plus avantageuse de la surface *AB* pour les plus grandes forces laterales paralleles & perpendiculaires. Or pour trouver le *Maximum* du 1er rameau *AMDE*, ou la plus grande force laterale parallele du 1er Cas, on prendra suivant la méthode la différence de $bxx\sqrt{aa-xx} - cx^3 = a^3 z$, qui est $\frac{2baaxdx-3bx^3dx}{\sqrt{aa-xx}} - 3cx^2dx = a^3dz$, & qu'il faut

sup-

ſuppoſer égale à zero pour avoir cette égalité $2aab - 3bxx - 3cx\sqrt{aa - xx} = 0$, de laquelle ayant ôté l'incommenſurable, ſubſtitué aa au lieu de $bb + cc$, & diviſé tout par aa, on tirera l'Equation ſuivante,

$$x^4 - aaxx = -\tfrac{4}{9}aabb$$
$$-\tfrac{1}{3}bbxx,$$

dont les racines ſont

$$xx = \tfrac{1}{2}aa + \tfrac{1}{6}bb \pm \tfrac{1}{2}\sqrt{a^4 - \tfrac{10}{9}aabb + \tfrac{1}{9}b^4}.$$

Que ſi l'on veut avoir le *Maximum* du rameau *AmE*, ou la plus grande force laterale parallele du ſecond Cas, on fera comme ci-deſſus la différence de

$bxx\sqrt{aa - xx} + cx^3 = a^3z$ égale à zero pour avoir l'égalité $2aab - 3bxx + cx\sqrt{aa - xx} = 0$, ſur laquelle ayant fait les mêmes operations que ci-deſſus, on aura préciſément la même Equation que nous venons de trouver.

$$x^4 - aaxx = -\tfrac{4}{9}aabb$$
$$-\tfrac{1}{3}bbxx.$$

Cette Equation renferme donc les *Maximum* des deux Cas, ou des deux rameaux *AME* & *AmE*; & en effet ces deux racines ſont réelles & poſitives, & il eſt viſible que la plus petite $x = +\sqrt{\tfrac{1}{2}aa + \tfrac{1}{6}bb - \tfrac{1}{2}\sqrt{a^4}}$,&c. donne le ſinus d'incidence pour le *Maximum* du premier Cas; & la plus grande

$$x = \pm\sqrt{\tfrac{1}{2}aa + \tfrac{1}{6}bb + \tfrac{1}{2}\sqrt{a^4 - \tfrac{10}{9}aabb + \tfrac{1}{9}b^4}}$$

donne celui du ſecond Cas.

VIII. On trouvera de la même maniere la plus grande force laterale perpendiculaire du 1er Cas, ou le *Maximum* du rameau *ANH* en prenant la différence de

$cxx\sqrt{aa-xx}+bx^3=a^3y$ qu'on supposera égale à zero pour en tirer l'égalité

$2caa-3cxx+3bx\sqrt{aa-xx}=0$, & qu'on reduira à cette Equation,

$$x^4-aaxx=-\tfrac{4}{9}aacc$$
$$-\tfrac{1}{3}ccxx$$

toute semblable à celle de l'Article precedent, excepté que c se trouve au lieu de b.

C'est encore ici la même chose que dans l'Article precedent, c'est-à-dire que les deux racines

$xx=\frac{1}{2}aa+\frac{1}{6}cc\pm\frac{1}{2}\sqrt{a^4-\frac{10}{9}aacc+\frac{1}{9}c^4}$,

donnent les *Maximum* des deux rameaux des laterales perpendiculaires, avec cette seule différence, que la plus grande racine donne le *Maximum* du premier Cas, & la petite celui du second.

IX. Si l'on veut avoir les sinus d'incidence où les forces laterales paralleles & perpendiculaires sont égales, ou le point d'interception des rameaux *AME* & *ANH* dans le premier Cas, & des rameaux *AmE*, *AnH* dans le second, on fera simplement $b\sqrt{aa-xx}-cx=c\sqrt{aa-xx}+bx$ dans le premier Cas, & $b\sqrt{aa-xx}+cx=c\sqrt{aa-xx}-bx$ dans le second. D'où l'on tirera pour l'un & l'autre Cas $x=\sqrt{\frac{1}{2}aa-bc}$. Mais pour

avoir

avoir le point d'interception z, on voit qu'il faut faire $b\sqrt{aa-xx}-cx=c\sqrt{aa-xx}-bx$.

D'où l'on tirera $x=\sqrt{\frac{\frac{1}{2}a^4 aabc}{aa-2bc}}=\sqrt{\frac{1}{2}aa}$.

X. L'Angle d'incidence ou son sinus x étant donné pour trouver la force laterale parallele, on substituera la valeur donnée de x, que je nomme p, dans l'Equation

$bxx\sqrt{aa-xx}\mp cx^3=a^3z$ pour avoir $z=\frac{bpp\sqrt{aa-pp}\mp cp^3}{a^3}$. On fera la même chose pour les laterales perpendiculaires.

XI. Que si la force laterale parallele est donnée, & qu'on se propose de trouver l'angle d'incidence, on substituera cette force donnée que je nomme f, dans l'Equation des deux Cas $bxx\sqrt{aa-xx}\mp cx^3=a^3z$ pour avoir

$bxx\sqrt{aa-xx}=a^3f\pm cx^3$; de laquelle ayant ôté l'incommensurable & divisé par aa, on aura dans le premier Cas $x^6-bbx^4+2acfx^3+a^4ff=0$, & dans le second $x^6-bbx^4-2acfx^3+a^4ff=0$, dont l'une des racines donnera la valeur de x, sinus de l'angle d'incidence.

On fera précisément de même pour les laterales perpendiculaires.

* XII. Considerant maintenant que la direction donnée CAF soit perpendiculaire à cel-

* Fig. 3.

celle du fluide *RAT* ou *RPB*, il eſt viſible que dans cette ſuppoſition, les points *D* & *C* ſe confondront avec le point *S*, le point *V* avec le point *P*, & la ligne *BQF* ſera parallele à la ligne *SA*; ainſi *DC*, *c*, devient égal à zero, & *AD*, $b = a$ effacent donc les termes où *c* ſe trouve dans nos Egalités, (*Art. IV*,) & ſubſtituant *a* au lieu de *b*, on aura

$xx\sqrt{aa-xx}=aaz$ pour les laterales paralleles des deux Cas, & $x^3 = aay$ pour les laterales perpendiculaires. D'où il ſuit que les deux rameaux des laterales paralleles deviennent entierement ſemblables, auſſi-bien que ceux des laterales perpendiculaires.

XIII. Lorſque $x = a$, la 1ere Egalité

$xx\sqrt{aa-xx}=aaz$, donne $z=0$, & la ſeconde $x^3=aay$, donne $y=a$; d'où l'on voit que l'angle d'incidence étant droit, la force laterale parallele à la direction *SAF*, ou perpendiculaire à celle du fluide, eſt nulle, & que celle de la laterale perpendiculaire à la même direction, ou parallele à celle du fluide, eſt égale à la force totale de l'impulſion.

XIV. Pour avoir les *Maximums* des rameaux *AMS*, *AmS* ou la plus grande force laterale perpendiculaire à la direction du fluide, on fera ſimplement, (*par les Art. VII. & XII*,) $b = a$ dans

$$xx=\tfrac{1}{2}aa+\tfrac{1}{6}bb\pm\tfrac{1}{2}\sqrt{a^4-\tfrac{10}{9}aabb+\tfrac{1}{9}b^4}$$

pour avoir $xx=\frac{2}{3}aa\pm\sqrt{0}$ ou $x=\pm\sqrt{\frac{2}{3}aa}$.

Or ces 2 valeurs de *x* étant ici égales, prouvent l'évidence de nos Calculs; car on voit viſi-

visiblement d'ailleurs, que dans ce Cas particulier les deux rameaux sont entierement semblables.

XV. Que si l'on veut avoir dans ce même Cas le *Maximum* des rameaux *ANH*, *Anb*, ou la plus grande force laterale perpendiculaire à la direction *SAF* parallele à celle du fluide, on fera (*par les Art. VIII & XII*,) $c = 0$ dans

$$xx = \frac{1}{2}aa + \frac{1}{6}cc \pm \frac{1}{2}\sqrt{a^4 - \frac{10}{9}aacc + \frac{1}{9}c^4};$$

& on trouvera $x = \pm a$ & $x = 0$. D'où l'on voit que les rameaux ou la Courbe des laterales paralleles à la direction du fluide, n'a point de *Maximum*; en effet cette Courbe devient ici la 1ere parabole cubique, & fait voir évidemment que dans ce Cas les laterales perpendiculaires à la direction *SAF* vont toûjours en augmentant, & deviennent enfin égales à la force totale de l'impulsion lorsque la surface *AB* est en *AS*.

XVI. On aura le point d'interception des rameaux *AMS*, *ANH*, en faisant $c = 0$ dans $x = \sqrt{\frac{1}{2}aa - bc}$ que nous avons trouvé, (*Art. IX.*) pour avoir $x = \sqrt{\frac{1}{2}aa}$. D'où l'on voit que dans ce Cas les forces laterales sont égales lorsque l'angle d'incidence est de 45 degrés.

XVII. Nous n'entrerons pas dans un plus long détail de ce Cas particulier; on pourra y appliquer facilement les Calculs des Art. X & XI. Mais nous ajoûterons encore ici en forme de supplément, 1°. qu'on peut re-

SUR

DE
en leur
gens si p
autant
courir d
ge ont
où ces
fin la G
à ces in
vée, &
derniere
tout.

Lorsq
frappe p
sée à so
avec tou
frappe qu
son cour
face, il e
oblique d
partiales,
surface,
frappée qu
à elle dans
lement par

* V. les M.

ici par l'aîle du Moulin, doit faire pour avoir cette plus grande force, est *AP*, $x = \sqrt{\frac{2}{3}aa}$, qu'on trouvera dans les Tables de sinus de 54° 44'. D'où l'on voit que la largeur des aîles ou volans *AB* doit être inclinée à l'arbre *XY* de 54° 44'.

M. Parent a donné la solution de cette question dans ses Elemens de Mechanique & de Physique, mais par une voye très compliquée.

* XIX. Posons maintenant que la surface *AB* represente le gouvernail d'un Navire, dont *AE* est la Quille; *BPR* represente ici la direction du fil de l'Eau, toûjours parallele à la Quille. Pour trouver l'angle le plus avantageux *BAE* ou *BAT*, que le gouvernail *AB* doit faire avec la Quille *AE*, pour virer ou changer de route le plus promptement qu'il est possible, on décomposera la force de l'impulsion de l'Eau en deux forces laterales paralleles & perpendiculaires à sa direction; & considerant leurs effets séparément, on verra que la force laterale parallele poussant le gouvernail dans la direction *AT* ou *PB*, est directement opposée au mouvement du Vaisseau, tandis que la laterale perpendiculaire tend à le faire virer, en poussant la pouppe *A* dans la direction *AF*. D'où l'on voit clairement, que la plus grande force laterale suivant la direction *AF* perpendiculaire à celle de l'Eau, doit faire virer le Navire le plus promptement qu'il est possible; ainsi

* Fig. 51

ainsi par l'Art. XIV, on aura le sinus de l'angle d'incidence *ABP* ou *BAT* $x = \sqrt{\frac{2}{3}aa}$.

M. Renaud est, je crois, le premier qui a traité cette question, dans sa Théorie de la Manœuvre des Vaisseaux, p. 64. La solution qu'il en a donnée, a été approuvée par Mrs. Huigens & Bernoulli, quoi-qu'il ait voulu s'en retracter lui-même dans une de ses reponses aux objections de M. Huigens. Le P. Paul Hoste publia peu de tems après une nouvelle démonstration de cette question, dans son Traité des Evolutions Navales; enfin Mrs. Huigens, Bernoulli & Guinée en ont donné chacun une solution particuliere.

* XX. Pour appliquer nos principes à la resolution des principaux & des plus utiles Problêmes de la Manœuvre des Vaisseaux, nous supposerons avec Mrs. Renaud, Huigens & Bernoulli, que la dérive est nulle ou insensible. Cela posé, pour trouver la direction la plus avantageuse de la Quille *XF* pour gagner au Vent dans le Cas le plus simple, qui est lorsque la Voile *BAT* est parallele à la Quille *XF*:

La force totale *BG* de l'impulsion du Vent sur la Voile *AB*, étant décomposée en deux laterales *BK*, *KG*; l'une parallele à sa direction, & l'autre perpendiculaire, on verra évidemment que ce n'est qu'en vertu de la force laterale perpendiculaire *BK*, que le Vaisseau peut aller dans la direction *XAF* en

* Fig. 6.

en gagnant au Vent, car la laterale *KG* lui est directement opposée. D'où l'on voit que dans ce Cas l'inclinaison de la Voile *AB* ou de la Quille *XAF* doit être telle que la force laterale perpendiculaire à la direction du Vent soit la plus grande de toutes, & que par conséquent ce Cas se reduit encore au Calcul de l'Art. XIV. c'est à-dire, que pour avoir la position la plus avantageuse de la Quille pour gagner au Vent, on doit faire le sinus $AP\ x = \sqrt{\frac{2}{3}aa}$.

XXI. Les trois questions que nous venons de resoudre, ne sont, à proprement parler, que des applications du seul & même principe de l'Art. XIV. Les voyes différentes que plusieurs Géometres ont employées pour les resoudre, montrent combien il est avantageux de proceder dans ces recherches par des principes generaux ; car bien souvent plusieurs verités particulieres ne sont que des suites ou des conséquences d'un seul principe.

Nous pourrions rapporter ici plusieurs autres applications utiles & curieuses de ce même principe de l'Art. XIV. Tel est le mechanisme employé ingenieusement pour les Bacs ou Bateaux de passage de quelques Rivieres, comme le Rhône, &c. Le devant du Bateau, ou la Proue étant une fois dirigée obliquement au fil de l'Eau, par le moyen du Gouvernail ou autrement, le Bateau passe tout seul par la seule force de l'impulsion qu'il reçoit de l'Eau.

* Voici en deux mots comment cela se fait. On tend sur deux grands arbres, ou des enfourchemens *ab* & *cd*, une longue Corde *e*, *b*, *p*, *d*, tout au travers de la Riviere, sur laquelle roule une Poulie ou Grenouillette *p*; c'est à cette Poulie que le Bateau ou Bac *ABCD* est attaché par la Corde *pf*. Or il est visible que ce Bateau recevant obliquement l'impulsion de l'Eau, dont la force totale étant décomposée en deux laterales, l'une parallele, & l'autre perpendiculaire à son courant, la Corde *pf* resiste à la laterale parallele, & la laterale perpendiculaire pousse le Bateau dans la direction *PAF*, & lui fait traverser la Riviere. D'où l'on voit que pour passer le plus promptement qu'il est possible, il faut que l'angle d'inclinaison *ABP* soit tel que la laterale perpendiculaire au courant de l'Eau soit la plus grande de toutes, ou (*par l'Art. XIV*,) que le sinus d'incidence AP $x = \sqrt{\frac{2}{3}aa}$.

On voit aisément, que le Bac passe d'autant plus vîte, que le courant de la Riviere est plus rapide, & que cet usage ne seroit pas fort expeditif sur les Rivieres d'un courant mediocre, telle que la Seine, & encore moins sur la Loire.

† XXII. La route d'un Vaisseau, ou, ce qui est le même, l'angle de la Quille *CF* & de la ligne du Vent *CR* étant donné, pour dé-

* Fig. 7. † Fig. 1 & 2.

déterminer la situation la plus avantageuse de la Voile *AB*, pour gagner au Vent dans le Cas qu'on va au plus près du Vent, & pour le fuir dans le Cas du Vent largue; on prendra seulement (*dans l'Art. VII*,) la direction donnée *CAF* pour celle de la Quille, la surface *AB* pour la surface de la Voile, & on verra clairement par ce même Art. que le *Maximum* du 1er rameau *AME* ou la plus petite racine

$$x = \sqrt{\tfrac{1}{2}aa + \tfrac{1}{6}bb - \tfrac{1}{2}\sqrt{a^4 - \tfrac{12}{9}aabb + \tfrac{1}{9}b^4}}$$

sera le sinus de l'angle d'incidence de la situation la plus avantageuse de la Voile *AB* pour aller dans la direction ou la route *CAF* en gagnant au Vent; & que le *Maximum* du second rameau *AmE* sera de même le sinus d'incidence ou la plus grande valeur de

$$x = \sqrt{\tfrac{1}{2}aa + \tfrac{1}{6}bb + \tfrac{1}{2}\sqrt{a^4 - \tfrac{12}{9}aabb + \tfrac{1}{9}b^4}}$$

pour aller dans la même direction ou la route *FAC* en perdant au Vent, ou de Vent largue; surquoi il faut bien observer de prendre dans ce second Cas l'angle d'incidence, dont *AP*, x est le sinus dans le quart de cercle *AOS*; car par l'Art. III, *TAB* étant toûjours l'angle d'incidence du 1er Cas, *OAB* est toûjours celui du second.

M. Huigens a resolu le premier cette question; mais il en avoit caché l'analyse, que M. Bernoulli a développée ensuite dans sa Nouvelle Théorie de la Manœuvre des Vaisseaux, qu'il a publiée en 1714.

* XXIII.

* XXIII. Pour avoir maintenant la situation la plus avantageuse de la Voile, qui convient à la situation la plus avantageuse de la Quille que nous avons trouvée, (*Art. XX.*) & avoir par conséquent les deux situations, tant de la Voile que de la Quille pour gagner le plus au Vent, on fera AD, $b = \sqrt{\frac{2}{3}aa}$; car il est visible que B est toûjours le sinus de l'inclinaison donnée, laquelle est ici la même que celle de la Quille, ou de la route du Vaisseau; substituant donc $\sqrt{\frac{2}{3}aa}$ à la place de b dans

$$x = \sqrt{\frac{1}{2}aa + \frac{1}{6}bb \pm \frac{1}{2}\sqrt{a^4 - \frac{10}{9}aabb + \frac{1}{9}b^4}},$$

on aura $x = \sqrt{\frac{11}{18}aa \pm \frac{5}{18}aa}$, ou $x = \sqrt{\frac{1}{3}aa}$, & $x = \sqrt{\frac{8}{9}aa}$. Or il est clair que la petite racine $x = \sqrt{\frac{1}{3}aa}$ est le sinus de l'angle d'incidence que la Voile AB doit faire avec la ligne du Vent RPB, pour avoir avec la situation la plus avantageuse de la Quille le plus grand avantage à gagner au Vent: on voit que ces deux sinus d'incidence $x = \sqrt{\frac{2}{3}aa}$ & $x = \sqrt{\frac{1}{3}aa}$, le premier de la situation la plus avantageuse de la Quille, & le second de celle de la Voile, sont le complément l'un de l'autre, ainsi que M. Bernoulli l'a remarqué.

Quant à la plus grande racine $x = \sqrt{\frac{8}{9}aa}$, el-

* Fig. 8.

Fig. 2.

T B H C l N I L M Z P A l S D n F i m E b R R R

elle est, comme dans l'Art. precedent, le sinus de l'angle d'incidence de la Voile, pour aller de Vent largue dans la direction ou la route *BAC*, dont l'angle d'inclinaison est $b = \sqrt{\frac{2}{3}aa}$.



DIS-

DISSERTATION ASTRONOMIQUE SUR LE MOUVEMENT DE LA LUNE, ET DE LA TERRE,

Où l'on examine laquelle de ces deux Planetes tourne autour de l'autre, comme Satellite.

Avec des Remarques sur les Satellites en général.

Par M. DE MAIRAN. *

IL est surprenant que parmi un si grand nombre d'arrangemens, & de mouvemens différens, souvent assés bizarres, attribués aux parties de l'Univers, le systême du mouvement de la Terre autour de la Lune n'ait été imaginé par aucun Philosophe ancien ou moderne, ou que l'ayant été, il soit demeuré inconnu, & sans sectateurs. Ce n'est point là pourtant une de ces idées de pur caprice, manifestement contraires aux apparences celestes, & aux Observations. Nos yeux ne nous disent pas plus distinctement de la Lune, qu'elle tourne autour de la Terre, qu'ils ne nous l'avoient dit du Soleil, & des autres Planetes, aussi bien que des Etoiles fixes. Et à l'égard des raisons qu'on est

* 26 Avril 1727. *Assemblée publique.*

est obligé d'employer pour renverser un tel systême, elles dépendent de circonstances assés délicates, & qui auroient pû échaper long-tems aux Observateurs, ou être éludées par la complication de quelque autre hypothese. *Ptolomée* originaire d'Egypte, & au milieu d'Alexandrie, a soûtenu le mouvement de Venus & de Mercure autour de la Terre; quoi-que dans le systême Egyptien, qui ne pouvoit manquer de lui être très connu, & qui étoit en cela conforme à la nature, ces deux Planetes fissent leurs revolutions autour du Soleil *. Il faut bien cependant que le systême de *Ptolomée* ait paru dans la suite absolument insoûtenable à cet égard, puisque *Ticho Brahé*, *Argolus*, *Riccioli*, & tous les Astronomes les plus jaloux de l'immobilité de la Terre, & qui ont fait de si grands efforts pour lui conserver le privilege d'être le centre des mouvemens celestes, n'ont pû se dispenser de faire tourner tout au moins Venus & Mercure autour du Soleil. Le systême dont il s'agit ici auroit pû sans doute avoir un semblable sort, s'il favorisoit autant les mêmes préjugés. Il y a long-tems apparemment qu'il auroit été imaginé, & défendu avec chaleur, peut-être même avec succès, sur-tout en des siecles où l'on n'avoit ni les Instrumens, ni les Pendules que nous avons aujourd'hui, & où l'on ne faisoit nulle difficulté, à la premiere inégalité de mouvement qui se presentoit, d'appeller à son secours les Excentriques, & les Epicycles. Quoi qu'il en soit, il paroît depuis peu une Dissertation ingenieuse sur les cau-

* Macrob. *Somn. Scip.* *l.* 1. *c.* 19.

ſes du Flux & Reflux de la Mer *, où l'Auteur établit pour principe, & tâche de démontrer que c'eſt la Terre qui tourne autour de la Lune, & non la Lune autour de la Terre, comme on l'avoit crû juſqu'à preſent. *Baliani* noble Genois très ſavant, qui vivoit vers le milieu du dernier ſiecle, & qui a écrit pluſieurs Traités de Philoſophie & de Mathematique, avoit eu une ſemblable penſée, & par rapport à l'explication du même Phénoméne †. Mais l'ayant propoſée ſans preuves, dans un païs, & en un tems, où tout ſyſtême fondé ſur la mobilité de la Terre étoit tenu pour ſuſpect, & contraire à des verités ſuperieures, elle fut étouffée dès ſa naiſſance, & n'eut aucune ſuite. Je ne prétends point inſinuer que l'Auteur de la nouvelle Diſſertation ait puiſé ſon ſentiment dans cette ſource, qu'il a pû ignorer, & que j'ignorois moi-même quand ſon ouvrage m'eſt tombé entre les mains. J'avoue au contraire, que la hardieſſe & la ſingularité de ſon hypotheſe ont piqué ma curioſité, & qu'accoûtumé à regarder la Lune comme notre Satellite, & la Terre comme ſa Planete principale, j'ai ſenti quelque impatience de ſavoir ce qu'il en faloit penſer. Voici la Méthode que j'ai tenue pour y parvenir : elle conſiſte principalement à déterminer par la comparaiſon des vîteſſes de la Terre & de la Lune dans leurs orbites, les irregularités que nous devrions appercevoir dans le mouvement propre & apparent du Soleil, ſi ce-

* *Par le R. P. D.* Jacques Alexandre *Benedictin. Imprimée à Bordeaux en 1726, & enſuite à Paris*, *chez* Babuty.

† *Epiſt. ad* Ricciol. *q. v. in ejus Alm. t. 2. l. 9. ſect. 4. c. 15.*

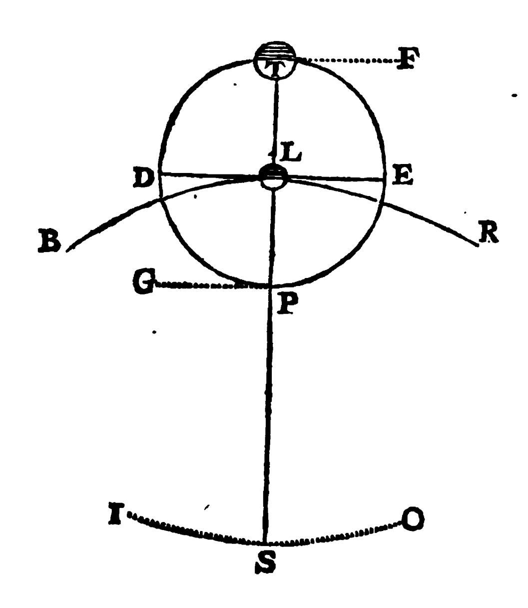
celui qu'on attribue à la Terre, dans cette hypothese, étoit réellement dans la Nature. Les preuves tirées de ce principe seront accompagnées de quelques autres, & de réflexions générales sur les proprietés qui conviennent aux Satellites qui nous sont connus, & qui ne sauroient convenir à la Terre.

Supposons que la Terre tourne en effet autour de la Lune, & sur la même Orbite que nous avons donnée jusqu'ici à cette Planete, qui par conséquent, se trouvera placée sur le grand Orbe où étoit la Terre, selon le systême de *Copernic*, & avec lequel elles étoient emportées toutes les deux autour du Soleil, dans l'espace d'une année. La Terre aura donc desormais trois mouvemens; le mouvement diurne, qui se fait sur son axe, le mouvement periodique ou menstruel, qui se fera autour de la Lune, & le mouvement annuel, qui se fera toûjours autour du Soleil; mais qu'elle n'aura plus qu'en vertu du mouvement annuel de la Lune qu'elle suit comme Satellite. Nous n'avons ici nul besoin de considerer le mouvement diurne, & nous ne parlerons que des deux autres.

Soit *S* le Soleil, *L* la Lune, & *BR* l'Orbe annuel; *T* la Terre, & *TEPD* l'Orbite Terrestre.

Il est clair que nous aurons nouvelle Lune, lorsque la Terre sera en *T*, hors de l'Orbite *BR*, sur le rayon prolongé *SPLT*; & pleine Lune, lorsqu'elle sera en *P*, dans l'Orbite *BR*, sur le même rayon accourci, *SP*. Et si l'on suppose que le mouvement annuel, tant de la Lune que de la Terre, se fait de *B* vers *R*, le mouvement periodique de la Terre se fera de

T



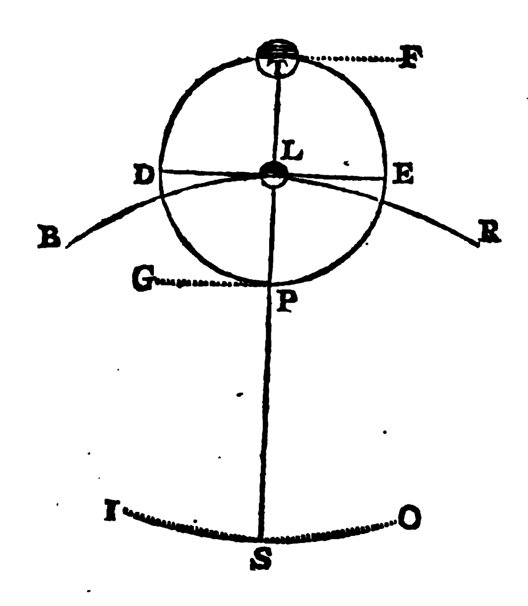
T vers *F* dans la nouvelle Lune, & de *P* vers *G* dans la pleine Lune; conforme dans le premier cas; & contraire dans le second au mouvement annuel. Il en sera de même à l'égard du mouvement apparent du Soleil, qui dans la même supposition du mouvement annuel de la Lune, de *B* vers *R*, doit nous paroître aller de *S* vers *I*.

Donc le mouvement periodique de la Terre autour de la Lune doit augmenter son mouvement annuel, & le mouvement apparent du Soleil, lorsqu'elle est en *T*, & que nous voyons nou-

nouvelle Lune ; & le diminuer, lorſqu'elle eſt en *P*, & que nous voyons pleine Lune. Car c'eſt autant de nouveau mouvement à ajoûter, ou à ôter, à celui qu'on ſuppoſe qu'elle a déja dans le ſyſtême ordinaire de *Copernic*.

Les Auteurs qui ont traité de l'Aſtronomie Comparative, ou qui, par quelque fiction ſe ſont tranſportés ſur le globe Lunaire, n'ont pas oublié d'y remarquer cette Inégalité apparente de mouvement, applicable à toute Planete qui tourne autour d'une autre. Mais comme ils n'ont penſé ſerieuſement ni à établir, ni à refuter l'immobilité de la Lune, ou le mouvement periodique de la Terre autour d'elle, ils n'ont fait là-deſſus que des reflexions générales, qui ne ſauroient ſuffire pour décider la queſtion.

Si la vîteſſe réelle du mouvement propre & periodique de la Terre autour de la Lune, étoit plus grande que la vîteſſe du mouvement annuel, elle nous feroit donc paroître le Soleil rétrograde, & aller vers *O*, lorſque la Terre feroit en *P*, & qu'elle tendroit vers *G*, c'eſt-à-dire, à toutes les pleines Lunes, & un peu avant & après, plus ou moins, ſelon l'excès de cette vîteſſe ſur celle du mouvement annuel. Ce qui eſt évident, puiſqu'il y auroit alors plus de mouvement à lui ôter en ce ſens, qu'elle n'en a en ſens contraire autour du Soleil. Mais comme nous ſavons que la vîteſſe du mouvement periodique réel ou apparent de la Lune, & par conſéquent celle du mouvement qu'on ſuppoſe ici à la Terre, eſt beaucoup plus petite que celle du mouvement annuel, la rétro-



trogradation apparente du Soleil, ni l'absurdité qu'on en tireroit contre le mouvement de la Terre autour de la Lune, ne peut avoir lieu. Il s'agit donc de savoir, si dans l'hypothese de ce mouvement, l'accélération du mouvement du Soleil dans les nouvelles Lunes, & son retardement dans les pleines Lunes, doivent être sensibles, ou insensibles. S'ils sont insensibles, nous ne saurions trouver, du moins par cette voye, laquelle des deux Planetes tourne autour de l'autre: s'ils sont sensibles, & contraires aux Ob-

Observations, & à la variation connue du tems vrai, nous en conclurons avec certitude, que la Terre ne tourne pas autour de la Lune, & que celle-ci au contraire n'est que son Satellite.

Pour rendre ce Calcul le plus simple qu'il est possible, je suppose d'abord que les Orbites, tant annuelle que periodique, *BR*, *TEPD*, sont des cercles parfaits; j'en ôte toute excentricité, & je fais le mouvement des Planetes qui les parcourent, absolument uniforme. On verra dans la suite, que je mets par-là les choses sur le plus bas pied, & à l'avantage du systême en question.

Cela posé, le rayon *LS*, du grand Orbe, ou la distance moyenne de la Terre au Soleil, est selon feu M. *Cassini* de 22000 demi-diametres Terrestres, & le rayon *LP*, de l'Orbite *TEPD*, ou la distance moyenne de la Lune, de 56 des mêmes demi-diametres. Les circonférences des cercles étant entre elles comme leurs rayons, il suit que les Orbites ou circonférences *BR*, *TEPD* décrites par la Lune, & par la Terre, sont entre elles comme 22000, & 56; c'est-à-dire, comme 392 $\frac{5}{7}$, & 1.

Donc si la Terre parcouroit son Orbite *TEPD*, seulement dans une année, ou dans le tems que cette Orbite, & la Lune, font leur revolution autour du Soleil, sur le grand Orbe *BR*, sa vîtesse propre seroit à la vîtesse annuelle, à la vîtesse propre de la Lune *L*, & au mouvement apparent du Soleil

leil *S*, comme 1 à 392 $\frac{6}{7}$; ou pour éviter les fractions qui ne sont ici de nulle consequence, & faciliter le calcul, comme 1 est à 390. Mais par l'hypothese, la Terre fait sa revolution sur son Orbite *TEPD*, en 27 jours, 7 heures, 43 minutes, qui est le tems d'un mois periodique de la Lune, dont la Terre tient ici la place, & il s'en faut plus de 10 jours, que ce ne soit la 13me partie de l'année ou du tems que la Lune employe, par hypothese, à faire la sienne sur l'Orbe annuel *BR*. Donc la vîtesse propre de la Terre sera à la vîtesse propre de la Lune, &, ce qui revient au même, au mouvement apparent du Soleil, tout au moins comme 13 est à 390; ce qui donne tout juste le rapport de 1 à 30. Donc le mouvement apparent du Soleil sera acceleré dans toutes les nouvelles Lunes, de sa 30me partie, &, par les mêmes raisons, retardé d'autant à toutes les pleines Lunes. De sorte que la différence du mouvement du Soleil, en un jour de pleine ou de nouvelle Lune, sera de $\frac{2}{30}$, ou de la 15me partie de son mouvement moyen; c'est-à-dire, d'environ 4 minutes de degré, ou 3′ 56 $\frac{1}{2}$″, & de près de 16″ de tems. Or une différence si marquée, & si periodique, ne sauroit être imperceptible, & ne pourroit manquer d'avoir été observée; elle ne l'a point été; donc la Terre ne tourne pas autour de la Lune.

Qu'une Inégalité de la 15me partie du mouvement propre diurne du Soleil d'une Syzygie à l'autre, puisse être apperçue directement ou indirectement, c'est ce dont on ne sauroit

roit douter, si l'on prend garde, que les Astronomes ont observé de tout tems une inégalité à peu près pareille dans le mouvement du Soleil, de l'Apogée au Perigée, dont la periode ne revient cependant que de 6 en 6 mois. Car le mouvement diurne du Soleil en Apogée étant d'environ 57′, & en Perigée d'environ 61′, la différence qui est 4′; est la même que celle que nous venons de trouver, qui resulteroit de la nouvelle hypothese, d'une Syzygie à l'autre.

Cette Inégalité de mouvement étant une fois bien conçue, & rapportée à ses principes, comme nous venons de faire, on pourra la trouver, & l'exprimer d'une maniere plus générale, & plus exacte. Il n'y a pour cela qu'à multiplier tout d'un coup les distances, & les tems que donnent les Observations, sans les reduire à moindre dénomination. Car la fraction $\frac{1}{30}$, qui exprime dans le Cas posé, la quantité de mouvement à ajoûter dans les nouvelles Lunes au mouvement annuel de la Terre, ou au mouvement apparent du Soleil, & à ôter dans les pleines Lunes, n'est autre chose que le rapport de vîtesse des deux Planetes, en deux points quelconques de leurs Orbites. Or on sait que les vîtesses uniformes de deux mobiles sont entre elles, comme les chemins parcourus divisés par les tems, ou en raison composée, directe des chemins, & reciproque des tems. Si l'on fait donc $C =$ la distance de la Planete principale, ou, ce qui est la même chose, à la périphérie ou circonference qu'elle décrit autour du Soleil, proportionnelle à cette distance; $T =$ tems

employé à la décrire dans une de ses revolutions; c = la périphérie ou circonférence de la Planete secondaire, & t = tems de sa revolution autour de la Planete principale; V = la vîtesse de la Planete principale ; & v = la vîtsse de la Planete secondaire, on aura, $v. V :: cT. Ct.$ & $\frac{cT}{Ct}$ sera la Formule générale de la quantité de mouvement à ajoûter, ou à soustraire, dans les Syzygies de la Planete secondaire, par rapport au mouvement réel de la Planete principale, ou au mouvement apparent du Soleil : & selon que cT sera moindre, égal, ou plus grand par rappport à Ct, on saura si les inégalités doivent être sensibles dans les Syzygies, & si le Soleil doit y paroître direct, stationnaire, ou rétrograde.

Dans le cas dont il s'agit, de la Lune, & de la Terre, $C = 22000$, $c = 56$. T ou l'année periodique = 365 jours, 6 heures, 9 min. = 525969'. (C'est ce que quelques Auteurs appellent l'année sidérale, ou anomalistique, plus longue que l'année moyenne d'environ 20', & que je prens ici préférablement à cette derniere, parce qu'elle resulte de la revolution entiere de la Terre ou de la Lune dans son Orbite, & analogiquement au mouvement periodique des autres Planetes.) t = 27 jours, 7 heures, 43 min. = 39343'. Et partant $\frac{cT}{Ct} = \frac{56 \times 525969}{22000 \times 39343} = \frac{29454264}{865546000}$ $= \frac{1}{29\frac{11372144}{29454264}} = \frac{1}{29\frac{11}{29}}$, &c. qui est, com-

me

me on voit, plus grande que la fraction $\frac{1}{30}$, que nous avons trouvée ci-dessus, & c'est à cause des 10 jours négligés dans la revolution annuelle comparée à la revolution periodique de la Terre. Nous nous en tiendrons cependant à ce rapport de 1 à 30, pour faciliter le calcul, & pour suppléer à quelques minuties que nous y négligerons, en montrant, comme nous allons faire, toute l'irregularité que cette seule cause répandroit sur la mesure du tems, & sur le mouvement apparent du Soleil, pendant l'espace d'un mois Lunaire.

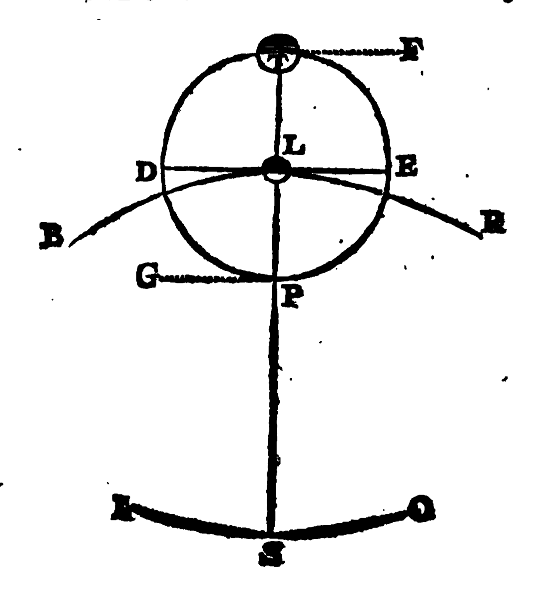
Ce qui a été dit des nouvelles & des pleines Lunes doit avoir lieu, quoi-que moins sensiblement, depuis le commencement du dernier quartier, jusqu'à la fin du premier, & depuis le commencement du second, jusqu'à la fin du troisieme. C'est-à-dire, que le mouvement apparent du Soleil doit être plus grand en vertu du mouvement periodique de la Terre, pendant tout le tems qu'elle parcourt la moitié superieure *DTE*, de son Orbite, & plus petit, pendant qu'elle parcourt la moitié inférieure *EPD*. Il faut seulement remarquer que les point *T*, & *P*, de la nouvelle, & de la pleine Lune, ou des Syzygies, étant comme les *Maximums* de l'accélération, & du retardement apparent du Soleil, l'Inégalité dont il s'agit, qui est 0 aux points *D*, *E*, des Quadratures, & $\pm \frac{1}{30}$ aux points *T*, *P*, des Syzygies, ira en augmentant avant que la Terre arrive à chacun de

* Fig. ci-après, p. 103.

de ces derniers, & en diminuant après qu'elle y sera arrivée, dans la raison des Sinus du cercle menés au diametre *D E*. Car quoi-que par hypothese le mouvement de la Terre autour de la Lune soit uniforme dans toute son Orbite, l'accélération apparente du Soleil vers la nouvelle Lune, & son retardement apparent vers la pleine Lune, ne sauroient augmenter, ou diminuer uniformément, parce que l'accélération en *T*, & le retardement en *P*, ne se font réellement qu'entant que le mouvement periodique de la Terre suit une direction *T F*, ou *P G*, conforme, ou contraire à celle du mouvement annuel de *B* vers *R*, qui est censé à chaque instant dans une Tangente de l'Orbe annuel, ou dans une ligne projettée sur cet Orbe; ainsi que le verroit un Observateur placé en *S*, dans le Soleil. C'est donc au diametre *D E* de l'Orbite Terrestre, qui passe par les points *D*, *E*, des Quadratures, qui est une de ces Tangentes, & qui exprime la somme des différences de tous les Sinus du demi-cercle, qu'il faut rapporter la somme des Inégalités apparentes du Soleil, qui resultent du mouvement semblable ou contraire de la Terre, pendant qu'elle est dans chacune des moitiés, superieure, ou inferieure, de son Orbite.

Je dis donc, comme le demi-cercle *DTE*, ou *DPE*, est à son diametre *DE*, ainsi $\frac{1}{15}$ d'accélération ou de retardement, qui a été trouvé pour le jour de Syzygie, ou environ 2' de degré, multipliées par le nombre de jours & d'heures d'une demi-revolution Lunaire, sera à la somme que l'on cherche.

Soit

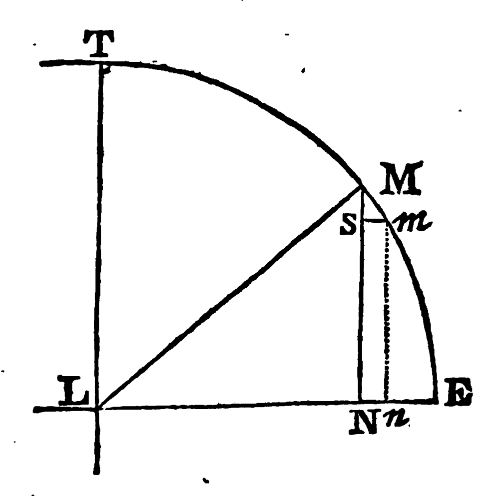


Soit le rapport du demi-cercle au diametre, comme 355 à 113×2, ou 355 : 226. La demi-revolution multipliée par 2′, devient la revolution entiere ; & parce qu'il s'agit ici de la revolution synodique, qui est de $29\frac{1}{2}$ jours, ou 29j 12^h 44′, on aura 355. 226 : : $29\frac{1}{2}. \frac{226\times29\frac{1}{2}}{355} = 18\frac{277}{355}$; c'est-à-dire, près de 18′ 47″ de degré, qui étant reduites en tems, feroient environ 1′ 15″ pour la somme d'accélération ou de retardement du Soleil, pendant l'espace de la moitié d'un mois syno-

nodique Lunaire. Mais comme ce Calcul est fondé sur les 2' d'Inégalité de mouvement, qui sont un peu plus de la 30me partie du chemin que le Soleil paroît faire en un jour dans l'Ecliptique, par son mouvement moyen; il est plus à propos dans cette occasion, de prendre tout d'un coup la 30me partie du mouvement moyen du Soleil, qui convient à $14\frac{3}{4}$ jours, ou à une demi-revolution, & qui est $\frac{14° 33' 12''}{30} = 29' 6''$; & faisant ensuite l'analogie ci-dessus, 355 est à 226, comme 29' 6'' est à un quatrieme terme, on trouvera 18' 31'' de degré, & 1' 14'' d'heure, qui ne différe de la quantité précédente que de 16'' de degré, & d'environ 1'' d'heure.

Par cette Théorie on aura pour un tems quelconque du mois Lunaire, & à tel point qu'on voudra de l'Orbite, l'Inégalité qui y répond; ou, reciproquement, l'Inégalité étant donnée on en tirera le moment correspondant, & le point de l'Orbite où se doit trouver alors la Planete secondaire. Car tout le reste demeurant comme dans la figure precedente; * Soit *M* le point de l'Orbite où se trouve la Planete entre la Syzygie *T*, & la Quadrature *E*. Ayant mené du centre de l'Orbite le rayon *LM*, & abaissé le Sinus *MN*, si l'on imagine que la Planete décrit l'Arc *Mm* infiniment petit, ou tel que l'Inégalité apparente au point *M*, est encore sensiblement la même en *m*, & que du point *m* on

* Fig. suiv.



on mene *mn*, *ms*, paralleles aux lignes *MN*, *LE*, il eſt évident qu'on formera le petit triangle *Mms*, ſemblable au triangle *MLN*. Donc *LM*. *MN* :: *Mm*. *ms*. Mais *ms* = *Nn* repréſente l'Inégalité partiale ou apparente qui répond à la vîteſſe ou Inégalité abſolue *Mm*, & n'eſt autre choſe que la projection de l'Arc *Mm* ſur le diametre *LE* vû du Soleil, ou ſur une égale portion de l'Orbe annuel. Donc on aura toûjours cette analogie. *Comme le rayon* (LM) *eſt au Sinus* (MN) *du complément de* TM, *ou au Sinus de l'arc compris entre le lieu* (M) *de la Planete*, & *la Quadrature* (E) *où l'Inegalité eſt à ſon* Minimum; *ainſi l'Inégalité abſolue*, & *telle qu'elle eſt à la Syzygie* (T)

ou à son Maximum, *est à l'Inégalité relative ou correspondante du point* M.

Je dois encore remarquer ici, que la méthode que nous avons employée * pour avoir la somme des Inégalités de tout le mois Lunaire, nous obligeroit en rigueur à faire une semblable correction par rapport aux 2′ ou 1′ 58″ d'heure, trouvée ci-dessus † pour l'Inégalité qui convient à chaque jour de Syzygie, c'est-à-dire, pour 24^h; savoir 12^h en-deçà, & 12^h au-delà du point synodique. Car on y suppose un mouvement uniforme pendant tout ce tems, & que l'Arc de l'Orbite circulaire décrit par la Planete, & qui est de 13° 10′ 35″ soit égal à sa corde, ce qui n'est pas exactement vrai. Mais comme, après avoir cherché leur différence en 100000mes parties du diametre, j'ai trouvé par l'analogie qu'elle ne donnoit pas 1″ de degré à retrancher de l'Inégalité de 24 heures, il seroit tout à fait inutile de s'y arrêter & d'en tenir compte.

Pour revenir à l'Inégalité repandue sur le mois Lunaire, il faut donc conclure que si la nouvelle hypothese étoit vraie, on devroit avoir alternativement d'une Quadrature à l'autre, une somme d'accélération ou de retardement de 18′ 31″ de degré sur le moyen mouvement du Soleil, & de 1′ 14″ d'heure sur le tems moyen.

Il ne faudroit pas s'étonner que quelques Astronomes du 16me siécle ‡, ou du commencement du 17me, & parmi lesquels se trou-

* p. 102. 103. † p. 98.
‡ Christman, Witichius, &c.

trouve le fameux *Wendelin*, eussent méconnu une Inégalité de tems de 1′ 14″, eux qui nioient totalement l'Inégalité des jours Solaires dans le cours de l'année, tout avouée qu'elle étoit des Anciens *, & malgré sa prodigieuse sensibilité en comparaison de celle dont nous venons de parler. Car la différence du tems moyen au midi vrai, va quelquefois, comme on sait, d'une saison à l'autre, à plus d'une demi-heure, & elle est par-là 25 fois plus aisée à remarquer, & à démontrer, que celle de 1′ 14″, qui naîtroit du mouvement de la Terre autour de la Lune, d'une Quadrature à l'autre. Il faut donc avouer qu'avant l'invention des Horloges à Pendule, il eût été impossible de s'assûrer si une pareille Inégalité venoit du Ciel, ou de l'Horloge. De sorte qne si le noble Genois dont il a été fait mention ci-dessus † avoit voulu s'obstiner à soûtenir son systême du mouvement de la Terre autour de la Lune, il auroit pû à cet égard défier tous les Astronomes de son tems de lui en démontrer la fausseté par Observation. Mais outre qu'il n'en est pas tout à fait de même de l'Inégalité du mouvement apparent, & des autres preuves qu'on verra dans la suite de ce discours, il n'y a pas lieu de croire aujourd'hui, qu'une irregularité de tems aussi periodique, & aussi considerable que celle que nous venons de trouver, eût échapé aux Astronomes qui sont venus depuis, & qui, avec le secours des Pendules, ont eu encore celui des

* Ptol. Alm. l. 3. c. 10. † p. 98.

des Quarts de cercle à Lunettes; ſur-tout en une partie ſi cultivée par eux, & ſur laquelle ils nous ont laiſſé des Tables d'Equation ſi exactes, & qui ſurpaſſent ſi fort en préciſion la quantité de 1′ 14″ dont il s'agit ici.

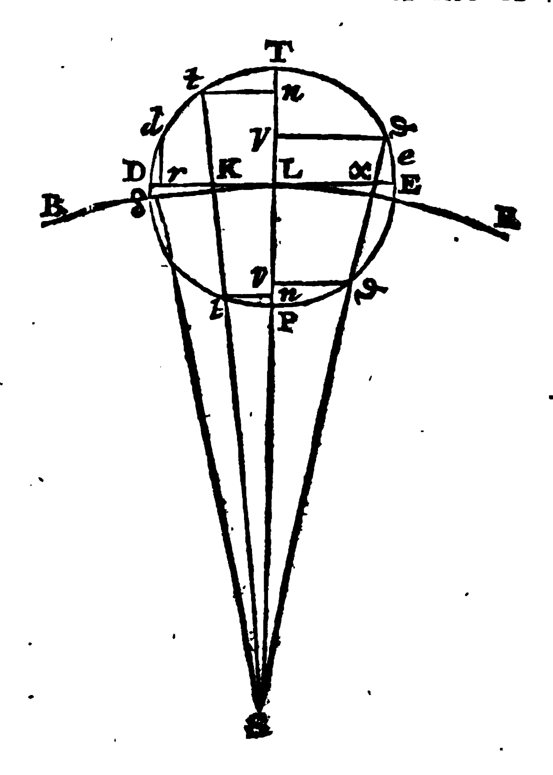
Je ne parlerai pas des Inégalités apparentes que produiroit le mouvement de la Terre autour de la Lune, dans ſes Syzygies, par rapport aux Planetes de Mars & de Venus. Ces Inégalités pourroient être cependant très ſenſibles, puiſque la premiere de ces Planetes ſe trouve dans certaines rencontres une fois plus près de nous que le Soleil, & la ſeconde deux fois plus près. Ce qui fourniroit alors une Inégalité double, ou triple de celle que nous avons déterminée pour le Soleil. Mais outre que le mouvement des Planetes eſt plus compliqué, & moins connu que celui du Soleil, il faut prendre garde que les rencontres dont je viens de parler n'arrivent que rarement, & après des intervalles de pluſieurs années. C'eſt pourquoi les preuves qu'on en pourroit tirer contre la nouvelle hypotheſe ſeroient par-là très défectueuſes, en comparaiſon de celles que nous avons données ci-deſſus.

Mais voici une autre eſpece d'Inégalité qui ne doit pas être paſſée ſous ſilence.

La revolution Lunaire vraye ou apparente autour de la Terre ne quadre pas avec la revolution annuelle ou ſolaire: il y a entre elles une ſorte d'incommenſurabilité, qui fait qu'une poſition quelconque de la Lune, ou plutôt de la Terre, comme nous le ſuppoſons ici, ſur ſon Orbite particuliere, & dans un

un certain tems, doit se compliquer & se combiner avec telle autre position quelconque qu'on voudra, de la Terre ou de la Lune sur l'Orbe annuel. Or deux situations différentes de ces Planetes à l'égard du Soleil, & par rapport à un même point de l'année, doivent apporter à la durée de l'année une variété qui surpasse de beaucoup celle qui pourroit naître de la différence des Observations. Car soit, par exemple, * la Terre en Syzygie *T*, ou *P*, sur la ligne *TS*, dans l'instant de l'Equinoxe, ou au commencement, ou à la fin d'une année, soit periodique, soit tropique, ou moyenne; elle verra le Soleil, *S*, en ♈, ou en ♋, ou en ♑, ou vis-à-vis une certaine fixe, dans le moment que la Lune le voit répondre au même degré de longitude reduit à l'Ecliptique. Mais l'année étant revolue, & la Lune se retrouvant au même lieu, *L*, de l'Orbe annuel *BR*, sur la ligne *LS*, d'où elle avoit vû le Soleil en ♈, par exemple, & où elle le voit de nouveau, la Terre ne se retrouvera pas sur la même ligne, *TLPS*; puisque le mois synodique, ni sa moitié ne mesurent pas exactement l'année, & n'en sont point partie aliquote; mais elle sera, par exemple, en deçà en *t*, ou au-delà en *9*. Donc au lieu de revoir le Soleil au premier degré d'♈, elle le verra au-delà, ou en deçà, de la quantité de l'angle *TSt*, ou *TS9*, & l'année sera trop longue, ou trop courte, de tout le tems que la Terre employe à décrire, par son mouvement composé, un Arc exprimé par le Sinus

* Fig. suivante.



tn, ou *vϑ*, ou par la partie *KL*, ou *Lx*, du diametre *DE*.

Pour ſavoir plus préciſément ce que peut produire cette nouvelle cauſe de retardement, ou d'accélération dans le mouvement apparent du Soleil, & dans la meſure du tems, ſuppoſons, comme ci-deſſus, la Terre & la Lu-

Lune sur une même ligne *TLPS*, à la premiere année, & au moment de l'Equinoxe, où le Soleil est vu en ♈. Soit ensuite la Terre à l'intersection ♌ des Orbites, ou, ce qui donne sensiblement le même point, en *D*, & en Quadrature, au commencement d'une autre année. L'angle au Soleil *DSL*, dont la Tangente, ou, ce qui revient encore ici au même, le Sinus ou la soûtendante n'est autre chose que le demi-diametre *DL*, de l'Orbite terrestre *TEPD*, exprimera le retardement, ou l'excès de durée de cette année sur l'année moyenne, qu'on n'a déterminée jusqu'ici que dans l'hypothese de la Terre au centre *L*, de l'Orbite *TEPD*. Or si l'on fait *SL* (22000,) est à *LD* (56,) comme le Sinus total est à un quatrieme terme; on trouvera la Tangente, ou le sinus *LD*, qui répond à un angle de 8 min. 45 sec. Il s'en faudra donc 8′ 45″, de degré que le Soleil ne soit arrivé au point où il devroit être, & qu'on n'ait l'Equinoxe où l'on devroit l'avoir. Ce qui est une différence assés sensible. Mais elle le sera bien davantage, si l'on convertit ces minutes en tems. Car comme il s'agit ici du mouvement annuel, où 8′ 45″ repondent à 3 heures 33 min. 7 sec. du tems moyen, il est évident qu'il s'en faudra à peu près ce tems que l'année Equinoxiale ne soit finie, lorsqu'elle devroit l'être, & par conséquent qu'elle sera plus longue d'autant, si on la compare à l'année Equinoxiale ordinaire, ou à celle qui avoit la Terre en *T*, ou en *P*, sur la ligne *TLPS*. Et parce qu'il se peut trouver une autre année où la Terre sera en

E,

E, lorſque la Lune étant en *L*, verra le Soleil en ♈, il eſt clair que celle-ci aura été plus courte d'un pareil intervalle. Ainſi deux années comparées entre elles pourront donner plus de 7 heures de différence.

Une ſemblable preuve n'auroit encore eu ſans doute que peu de force, & n'eût été que de pure ſpeculation chés les Anciens, du tems d'*Hipparque*, & de *Ptolomée*. Car avec leurs *Armilles* ou cerceaux de bronze, & par la methode dont ils ſe ſervoient, ils ne pouvoient guere déterminer les Equinoxes qu'à un quart de jour près: * ce qui eût emporté preſque toute l'Inégalité que nous venons de trouver. Mais avec les inſtrumens modernes, & par le moyen des hauteurs meridiennes du Soleil corrigées par la refraction, & par la parallaxe, & comparées avec la hauteur de l'Equinoxial, l'erreur ne ſauroit jamais aller à une heure de différence. Sans compter que l'Obſervation immediate peut tirer de grands ſecours de la détermination comparée priſe ſur la maſſe de toutes les revolutions qui ſe ſont écoulées depuis *Hipparque*. Sept heures de différence dans la durée de deux années ſeroient donc aujourd'hui une Inégalité très conſidérable, & très ſuſceptible d'Obſervation.

Il eſt vrai que les cas extrêmes qui donnent cette Inégalité ſi grande, ne ſauroient arriver que rarement; mais il y en a de moyens qui en approchent, qui ſont très frequens, & qui ſuffiſent pour la preuve dont il s'agit. L'Equinoxe de Mars de l'année prochaine 1728,

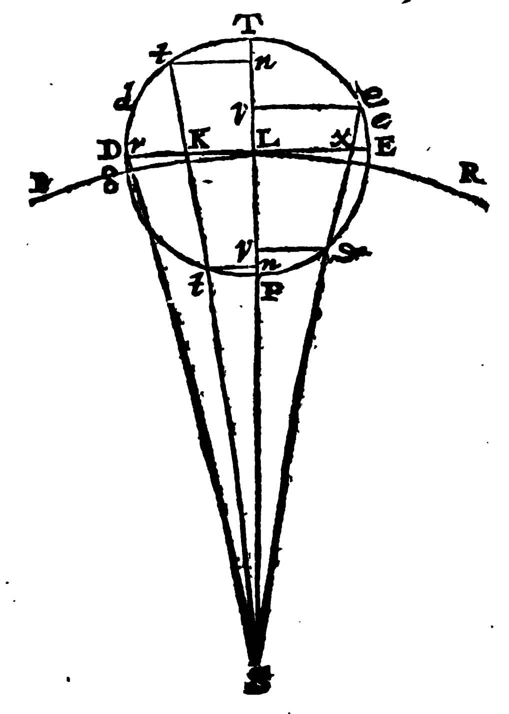
* Ptol. *Alm.* *l.* 3. c. 2.

1728, & celui de la ſuivante 1729, en fourniront un exemple. Car dans le premier, les Ephemerides † donnent le premier quartier de la Lune le 18, à 9ʰ 5′ du ſoir, & l'entrée du Soleil en ♈ le 20, à 9ʰ 12′ du matin, c'eſt-à-dire 35ʰ 20′ de diſtance l'un de l'autre; & dans le ſecond, l'entrée du Soleil en ♈ eſt le 20, à 3 heures 12 min. du ſoir, & le dernier quartier de la Lune le 21, à minuit 6′, à environ 32ʰ 56′ de diſtance. Ce qui, par l'hypotheſe, détermineroit la Terre en *e*, par exemple, dans le premier Cas, & en *d*, dans le ſecond, & donneroit ſelon la Théorie, & le Calcul ci-deſſus, environ 6 ¾ heur. de différence entre l'arrivée de l'Equinoxe du Printems des années 1728, 1729, par rapport au moment qu'il arriveroit pour la Lune, ou pour la Terre ſuppoſée en *L* à ſa place, ſelon la détermination qui a été reçûe juſqu'ici.

Ce Calcul exige ſeulement en rigueur, une correction qui eſt de peu de conſequence; mais que je ne veux pas omettre, de peur de laiſſer quelque ſcrupule ſur l'erreur qu'elle pourroit cauſer, ſi l'on ne ſavoit pas à quoi elle peut aller.

Nous avons évalué le tems que la Terre avoit à employer pour parvenir du point *D*, de la Quadrature, ou du rayon *SD*, mené du Soleil, au point *T*, de la nouvelle Lune, ou au rayon *ST*, comme ſi elle reſtoit immobile ſur le point *D*, de ſon Orbite, pendant qu'elle parcourt l'angle *DST*, ou la par-

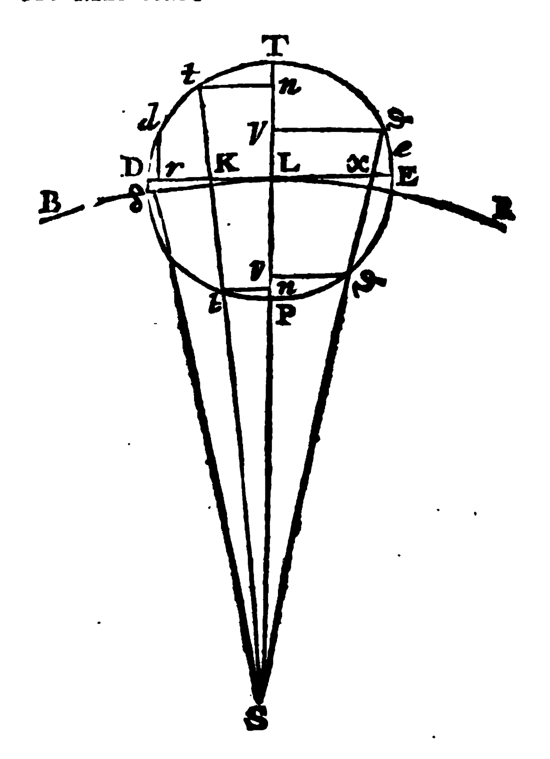
† *Ephem. de M.* Deſplaces.



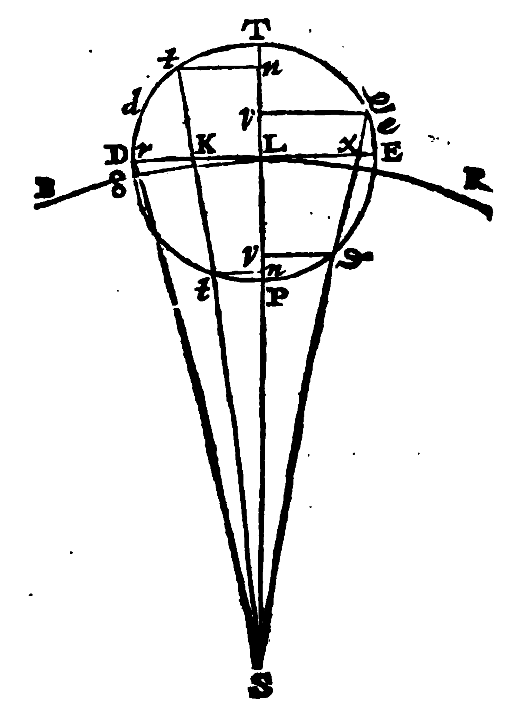
partie *DL*, par le mouvement annuel. Mais la Terre a son mouvement propre sur son Orbite de *D* vers *T*, lequel augmente d'autant le mouvement commun qui la porte vers ce même côté, & accourcit par conséquent de même le tems que nous avons compté qu'il lui falloit pour arriver au rayon *ST*. Il en sera de même, en sens contraire, de son

ſon mouvement composé, qui la porte de *SE* vers *SP*, & ainſi à proportion dans les cas moyens. Pour ſavoir donc de combien ce ſecond mouvement retarde, ou accélére l'arrivée de l'Equinoxe, ou de telle autre Epoque, dans le Cas donné, & pour rendre la queſtion plus ſimple, nous ſuppoſerons ce mouvement rapporté au diametre *DLE*, comme s'il étoit uniforme, quoi-que ſelon ce rapport il ne le ſoit pas : car il doit croître en raiſon des Sinus verſes *Dr*, pris de *D* vers *L*, pour tout l'angle *DSL*, & décroître dans le même ordre, de *L* vers *E*, pour tout l'angle *LSE*. Je dis donc, ſi la Terre parvient de *D* en *L*, par ſon mouvement annuel, en $3^h\ 33'\ 7''$, & par ſon mouvement propre & periodique, en $6^j\ 19^h\ 55'\ 46\frac{1}{2} = \frac{27^j\ 7^h\ 43'\ 6''}{4}$, en combien de tems y parviendra-t-elle par un mouvement composé de ces deux ? & je trouve par la méthode ordinaire employée à la ſolution de ces ſortes de Problemes, que c'eſt en $3^h\ 28'\frac{1}{2}$, qui feroient près de $5'$ moins que ci-deſſus. Mais comme la Terre n'eſt parvenue qu'au commencement du quart de ſon Orbite *DT*, & vers *d*, où le mouvement reduit à *DL* eſt très lent, dans le tems que par le mouvement annuel ſeul elle feroit arrivée en *L*, il eſt évident que cette correction ôte trop. Pour la rendre donc plus exacte, je remarque, 1° que dans le tems que le mouvement annuel peut porter la Terre de *DS* en

TS,



TS, c'est-à-dire, en 3^h 33′ 7″, elle parcourt par son mouvement periodique un Arc *Dd*, que les Tables donnent de 1 deg. 57′; 2° que le Sinus verse de cet Arc n'est pas la 1728me partie du rayon *DL*; 3° que par consequent le mouvement periodique de la Terre ne lui fait parcourir sur *DL*, dans le cas posé, tout au



au plus que la 1728me partie de l'eſpace que le mouvement annuel lui fait parcourir ſur la même *DL.* D'où il ſuit, & d'où l'on verra par la même méthode, que ce que cette compoſition de mouvement donne à retrancher du retardement ou de l'accélération trouvée ci-deſſus, ne va pas à une minute de tems.

Tout

Tout ce qu'on pourroit alleguer contre ces preuves, & nos Calculs, c'eſt qu'étant appuyés ſur l'hypotheſe de feu M. *Caſſini*, qui n'a fait la diſtance moyenne de la Terre au Soleil que de 22000 demi-diametres terreſtes, il en reſulte des Inégalités bien plus ſenſibles, en conſequence du mouvement de la Terre autour de la Lune, qu'elles n'auroient été, ſi nous avions ſuivi le ſentiment de quelques Aſtronomes célébres, qui ont cru cette diſtance beaucoup plus grande. M. *de la Hire*, par exemple, celui de tous qui l'a pouſſée le plus loin, la ſuppoſe dans ſes Tables de 34377 des mêmes demi diametres. Ces différentes déterminations viennent de la différente Parallaxe que ces Aſtronomes ont donnée au Soleil. M. *Caſſini* faiſoit cette Parallaxe de 10'', & M. *de la Hire* ne l'admettoit tout au plus que de 6''. Mais que s'enſuivroit-il de l'opinion de M. *de la Hire* ſur ce ſujet, en faveur du nouveau mouvement attribué à la Terre? 34377 demi-diametres ne font pas à beaucoup près une diſtance double de celle de 22000, ſur laquelle portent nos preuves; & il eſt aiſé de voir que quand ils la feroient, nous en tirerions encore des Inégalités ſuffiſantes pour être apperçues, & démontrées par les Aſtronomes modernes : puiſqu'elle donneroit pour les Syzygies dans le mois Lunaire, une différence de près de 2' de degré, & de 8'' de tems, par jour, des nouvelles aux pleines Lunes, & des pleines Lunes aux nouvelles; de 9' 15'' de degré d'une Quadrature à l'autre, & de 37'' de tems; & qu'à l'égard de l'Inégalité annuelle elle iroit

à $\frac{7}{2}^{h}$, ou 3^{h} $30'$. Car il eſt clair que ces Inégalités feroient toûjours en raiſon renverſée des diſtances, & en raiſon directe des Parallaxes.

Dira-t-on enfin que rien n'empêche que la diſtance du Soleil ne ſoit pouſſée encore plus loin qu'elle ne l'a été par M. *de la Hire*, & juſqu'au point de faire entierement diſparoître toute inégalité ſenſible de mouvement ou de tems, par rapport à l'Orbite de la Planete ſecondaire ? Que rien ne ſeroit plus conforme au progrès que l'Aſtronomie a fait ſur cette matiere ? Que les derniers Aſtronomes ont toûjours rencheri ſur ceux qui les avoient précédés, en faiſant la diſtance du Soleil plus grande, ou ſa Parallaxe, qui en eſt le fondement, plus petite ; & que cette Parallaxe pourra bien un jour nous échapper abſolument & ſe reduire à rien ?

Pour répondre à cette difficulté, qui eſt fondamentale & la plus forte qu'on puiſſe faire ſur ce ſujet, je remarquerai d'abord que la propoſition aſſés communément reçue, que les Aſtronomes les plus avancés ont toûjours fait la diſtance du Soleil à la Terre plus grande que ceux qui les avoient précédés, n'eſt ni exacte, ni vraye. *Ptolomée* qui vivoit dans le deuxieme ſiécle, a reduit la plus grande diſtance du Soleil à 1210 demi-diametres terreſtres, ayant devant lui *Hipparque* plus ancien de près de 300 ans, qui l'avoit faite de 1586, & *Poſſidonius* du tems de Pompée, de 13141 *.

On

* *Savoir de* 502000400 *Stades.* Plin. *L.* 2. *c.* 23. *Sect.* 21. *Sur quoi voyés* Ricc. *Alm.* t. 1. *p.* 111.

On peut juger de l'exactitude de *Possidonius* sur ces matieres par sa détermination de la grandeur de la Terre, si, approchante, selon feu M. *Cassini*, de celle qu'il avoit trouvée lui-même *. Après *Ptolomée*, *Albategnius* dans le 9me siecle, le Roi *Alphonse* dans le 13me, & enfin *Copernic* au commencement du 16me, ont encore diminué cette distance de plusieurs demi-diametres. Il est vrai qu'en général les Modernes font la distance du Soleil plus grande que ne la faisoient les Anciens, & nos prédécesseurs. Mais ce ne sont que les Modernes du dernier renouvellement de l'Astronomie, & depuis l'invention des Lunettes & des Pendules. Car *Ticho-Brahé*, *Longomontanus*, *Kepler*, *Lansberge*, *Galilée*, *Bouillaud*, *Riccioli*, & cent autres qui peuvent passer pour Modernes, & qui le sont assurément beaucoup à l'égard de *Possidonius*, ont fait la distance du Soleil de plusieurs milliers de diametres de la Terre, moindre que lui; la plûpart se sont peu écartés de la détermination de *Ptolomée*, & plusieurs sont demeurés au-dessous de celle d'*Hipparque*. Il ne s'agit donc que des Astronomes les plus récens, qui ont eû tous les secours & toutes les lumieres que nous avons aujourd'hui sur cette matiere. Or où est la grande variation de ces Astronomes sur la distance du Soleil, & dont on puisse esperer de plus en plus une augmentation sans bornes, & au gré de tout inventeur de systême qui en aura besoin? M. *de la Hire*, aussi grand Géometre que grand Astro-

* *Mem. de l'Acad.* 1701. *p.* 227. & suiv.

Aſtronome, & qui eſt celui de tous qui s'eſt le plus éloigné du commun ſentiment ſur ce ſujet, merite ſans doute qu'on faſſe une extrême attention à tout ce qu'il nous a laiſſé de déterminations Aſtronomiques. Mais, comme nous l'avons vu, il s'en faut beaucoup qu'il ait doublé la diſtance communément reçue, que nous avons adoptée, & qui eſt celle de feu M. *Caſſini*; & quand il l'auroit fait, ſon hypotheſe nous donneroit encore, comme nous venons de voir, une Inégalité plus que ſuffiſante pour démontrer l'incompatibilité du nouveau mouvement de la Terre avec les Obſervations.

Du reſte, ce n'eſt pas ſans fondement que nous avons donné la préférence à l'hypotheſe de M. *Caſſini*. On ſait les raiſons qui ont déterminé ce grand Aſtronome à faire la Parallaxe du Soleil de 10'', & l'on ignore celles qu'a eu M. *de la Hire* pour ne la faire que de 6''. C'eſt par des méthodes nouvelles, & auſſi ſolides qu'ingénieuſes, que *M. Caſſini* a détermiué la parallaxe de Mars. Car la regle de *Kepler* nous donnant aujourd'hui les rapports de diſtance de toutes les Planetes dont les revolutions autour d'un même centres ſont connues, il ſuffit de trouver la diſtance abſolue, ou la Parallaxe d'une d'entre elles, pour en conclure celle de toutes les autres. Or ces rapports de diſtance, indépendamment de toute meſure abſolue, font voir que la Parallaxe de Mars peut être plus que double de celle du Soleil, & par là d'autant plus ſuſceptible d'obſervation. C'eſt ce qui arrive lorſque cette Planete eſt dans ſon Perigée,

& dans son Perihelie tout à la fois; circonstance favorable, qu'on n'a pas manqué de saisir en 1672, & en 1704. Nos Memoires sont pleins des Observations réiterées, & des savantes recherches que feu M. *Cassini*, & après lui M. *Maraldi*, nous ont laissé sur ce sujet *. Tout s'y accorde à donner à Mars une parallaxe de 25 ou de 27'' tout au plus, d'où resulte celle de 10'' ou environ pour le Soleil. La plupart des Astronomes Anglois ont suivi les mêmes principes, & s'ils ont differé dans la consequence, c'est en faisant la Parallaxe du Soleil un peu plus grande, & la distance de cet Astre à la Terre un peu plus petite que ne l'a faite M. *Cassini*. M. *Halley* sur-tout, dans une Dissertation qu'il écrivit sur cette matiere en 1716 †, & où il montre que le passage de Venus par le Soleil, qui doit arriver en 1761, pourra donner la distance du Soleil à la Terre à une 500me partie près, s'en tient, en attendant, pour cette distance, à 16500 demi-Diametres Terrestres, & pour la Parallaxe, à 12 ½''. De sorte que si l'on venoit à recueillir les voix, il se trouveroit que depuis le commencement de ce siecle on a plutôt diminué la distance du Soleil, qu'on ne l'a augmentée.

On voit donc que s'il reste encore ici quelque incertitude, elle est renfermée entre des limites assés étroites, & telles du moins qu'on n'en sauroit tirer dequoi diminuer considérablement les Inégalités que nous avons trouvées,

* *Elémens de l'Astron. par feu M.* Cassini, *n.* 26, *pag.* 31. *Voyages de l'Acad. Et Hist. & Mem.* 1706, 1722, *&c.*

† *Transact. Philos. n.* 348. *p.* 454.

vées, & qui doivent être inſéparables de la nouvelle hypothese.

Nous avons éxaminé les ſuites du mouvement de la Terre autour de la Lune, en ſuppoſant les Orbites de ces Planetes circulaires & ſans excentricité, & leur mouvement uniforme dans tout ſon cours; il faut preſentement appliquer une partie de ce qui en a été dit, à leurs Orbites, & à leurs mouvemens ſuppoſés tels que les Obſervations nous les repreſentent.

L'excentricité, & la figure à peu près elliptique de l'Orbite de la Lune, & ſes différentes diſtances de la Terre, ſont la principale cauſe de l'inégalité de ſon mouvement; & l'on ſait que cette inégalité devient en partie optique ou ſimplement apparente, & en partie phyſique & réelle.

Une autre cauſe d'irrégularité dans la Lune, eſt ſa rencontre ſur une même ligne avec la Terre & le Soleil. Car, quelle que ſoit la raiſon d'un tel Phénomene, il eſt conſtant par les Obſervations modernes, que pluſieurs Corps Celeſtes ne ſauroient paſſer les uns près des autres, ſans que leur mouvement n'en ſoit troublé, & accéléré en raiſon directe de leurs proximités. Auſſi la Lune dans les Syzygies ou conjonctions, qui eſt le tems où nous la conſiderons preſque toujours dans ce Memoire, ſe meut-elle ſenſiblement plus vîte qu'en toute autre circonſtance, toutes choſes d'ailleurs égales.

Si à ces deux cauſes on joint les Nœuds de l'Orbite, leur mouvement, & les différentes latitudes de la Lune par rapport à l'E-

 clip-

cliptique, on aura les trois principales sources d'inégalité, auxquelles je crois qu'on peut rapporter toutes les autres, directement, ou indirectement, ou comme resultantes de leur combinaison.

Mais toutes ces inégalités de mouvement que nous venons d'attribuer à la Lune, cesseront de lui appartenir, ne seront qu'apparentes à son égard, & deviendront réelles à l'égard de la Terre, dès que la nouvelle hypothese de son mouvement autour de la Lune aura lieu. Et si ces inégalités appartiennent veritablement à la Terre, elles influeront donc sur le mouvement apparent du Soleil, & par-là devront être susceptibles d'Observation. J'avoue que la prodigieuse distance du Soleil en doit faire disparoître quelques-unes. Mais leur somme entre elles, qui doit revenir dans le cours reglé de certaines periodes, leur addition à l'Inégalité tirée du mouvement moyen, qu'elles rendront tantôt plus petite, & tantôt plus grande, en un mot leurs différentes rencontres, &, pour ainsi dire, leurs intercalations, ne sauroient manquer de produire des effets sensibles, lorsqu'on y voudra être attentif. Tout au moins feront-elles voir, qu'en établissant d'abord nos Calculs sur les moyens mouvemens de la Lune, & du Soleil, & sur l'uniformité de leurs revolutions dans des cercles, nous n'avons fait que prendre les choses sur le plus bas pied.

Car 1° cherchons, par exemple, la vîtesse periodique de la Terre, exprimée par la Formu-

mule $\frac{cT}{Ct}$, dans une nouvelle Lune, en supposant que les deux Planetes sont en même tems aussi près l'une de l'autre qu'elles puissent être, c'est-à-dire, que la Lune est dans son Perigée; nous trouverons au lieu d'une 30me comme ci-dessus *, plus d'une 26me, ou environ une 25me. C'est que le mouvement horaire moyen de la Lune, sur lequel nous avons fait nos Calculs, n'étant que de 32′ 56″ de degré, & son mouvement horaire vrai dans les Syzygies en Perigée, étant de 38′ 15″, on a au lieu du tems periodique de 27 jours, 7^h 43′ = 39343′, celui de 23 jours 12^h 34′ = 33874′ qu'il faut introduire dans la Formule, & qui donne $\frac{cT}{Ct} = \frac{56 \times 525969}{22000 \times 33874}$ $= \frac{29454264}{745228000} = \frac{1}{25 \frac{8871400}{29454264}}$. De sorte que le mouvement apparent du Soleil, dans une nouvelle Lune en Perigée, ou à peu près, comme il arrivera le 19me Decembre 1729, se trouveroit augmenté tout au moins de sa 26me partie. Par la même raison, & dans les mêmes circonstances, il seroit retardé d'autant dans la pleine Lune du 14e Avril de l'année 1737. Ce qui donneroit une 13me de différence entre deux pareilles Syzygies. Et au contraire, si la Lune se trouvoit dans son Apogée pendant les Syzygies, comme il doit ar-

* p. 100. 101.

arriver le 5e Decembre 1729, à la pleine Lune, & le 31e Mars 1737, à la nouvelle Lune, son mouvement horaire vrai n'étant alors que de 29′ 25″, on aura pour la revolution periodique qui doit entrer dans la Formule, 30 jours, 14^h 6′ = 44046′, qui donneroit $\frac{cT}{Ct}$

$$= \frac{56 \times 525969}{22000 \times 44046} = \frac{29454264}{969012000} = \frac{1}{32\,\frac{26475552}{29454264}}.$$

C'est-à-dire, moins qu'une 32me de vîtesse, ou d'Inégalité dans le mouvement apparent du Soleil, à chaque Syzygie, & qu'une 16me de différence entre les deux Syzygies.

Il en sera de même de l'Inégalité annuelle, si au lieu des distances moyennes, & des mouvemens uniformes, on prend les distances & les mouvemens qui resultent de l'Excentricité des Orbites, & de leur figure elliptique. Il est clair que l'accélération, ou le retardement de l'Equinoxe, ou de telle autre époque donnée, sera tantôt plus considerable, & tantôt moindre, par une combinaison, & par des corrections toutes semblables aux précédentes.

2° La distance de la Lune à la Terre dans son Apogée étant d'environ 61 demi-diametres Terrestres, la différence de distance de la Terre au Soleil pourra être en deux tems différens, par cette seule cause, deux fois de 61, c'est-à-dire de 122 demi-diametres Terrestres, qui sont près de la 180me partie de sa distance moyenne. Or, on sait que les diametres apparens du Soleil, qui vont depuis 31′ 38″ jusqu'a 32′ 44″, croissent ou décrois-

croissent en raison renversée de sa distance à la Terre, en vertu seulement de l'Excentricité, ou de la figure elliptique de l'Orbe annuel. C'est sur cette hypothese, du moins, que roulent toutes les Tables des diametres du Soleil, qui ont été dressés juqu'ici. Mais si le mouvement de la Terre autour de la Lune étoit vrai, il faudroit introduire de tems en tems une augmentation, ou une diminution de la 180me partie de 31′ 38″, ou de 32′ 44″, c'est-à-dire d'environ 10 à 11 secondes, par la seule rencontre des Syzygies. Comment cette difference auroit-elle échappé au Micrometre, dont la précision peut aller jusqu'à une demi-seconde?

3° La Terre, en consequence des Nœuds de son Orbite, & de sa Latitude par rapport à l'Ecliptique, laquelle sera, comme on l'a déterminée pour la Lune, tout au moins de 5 degrés, devra appercevoir le Soleil hors de l'Ecliptique, & lui attribuer une Latitude tantôt Boreale, & tantôt Australe, d'environ 50 secondes, lorsqu'elle se trouvera ellemême à sa plus grande Latitude, vers le Pole contraire. Et si c'est dans le tems des Solstices, elle pourra le voir de toute cette quantité au-delà des Tropiques. Car le Sinus de 5 degrés donne environ $\frac{1}{23}$ du demi-diametre *DL*; ce demi-diametre contient autour de 56 demi-diametres Terrestres, dont les $\frac{1}{23}$ en valent près de 5; le demi-diametre Terrestre vû du Soleil est la Soutendante d'environ 10″. Donc, &c. si au lieu de prendre $DL = 56$, on le prend de 61, & que le Soleil soit sup-

posé en même tems à sa plus petite distance, cette Latitude ira à près d'une minute.

Enfin toutes ces Inégalités venant à se compliquer les unes avec les autres, & avec celles qui nous étoient déja connues, elles produiroient des sommes, ou des restes tantôt plus grands, & tantôt plus petits : elles changeroient dans nos Tables de reduction du tems moyen au midi vrai, des diametres du Soleil, & de ses déclinaisons, le Signe additif en soustractif, & le soustractif en additif, toutes les fois qu'elles tomberoient sur le passage presque insensible de l'un à l'autre. En un mot elles jetteroient dans les détermination Astronomiques les plus constantes, un desordre qu'on n'auroit pas manqué d'y appercevoir, & que l'on n'y a pas apperçû.

On voit par-là, que s'il y avoit des habitans dans la Lune, ou dans une Planete Secondaire quelconque, ils auroient des ressources que les habitans des Planetes Principales n'ont pas pour se convaincre que leur globe est en mouvement. Et l'on peut regarder cet avantage comme une petite compensation de la grande difficulté qu'apporteroit à leur Astronomie le mouvement de plus qu'ils ont autour d'un centre, qui n'est pas celui du Tourbillon Solaire. Les habitans de la Lune, par exemple, toutes exceptions faites des mouvemens qui lui sont particuliers, devroient observer toutes les irrégularités que nous venons de remarquer par rapport à la Terre, dans la nouvelle hypothese. D'où il leur seroit aisé de conclure, qu'ils ne sont

que

que ſur un ſimple Satellite, dont nous occupons la Planete Principale.

A l'égard des Satellites qui ſont pluſieurs autour d'une Planete, tels que ceux de Jupiter & de Saturne, leurs *Facilités* à s'appercevoir qu'ils ne ſont que Satellites, par l'Inégalité du mouvement apparent du Soleil dans leurs Syzygies, ſont entre elles en raiſon renverſée de la grandeur de leurs Circulations autour de la Planete Principale. Car ſelon leurs diſtances, & leurs periodes connues, ou, plus généralement, ſelon la Regle de *Kepler*, les tems de leurs revolutions étant comme les Racines quarrées des Cubes de leurs distances, ou, ce qui revient au même, de leurs Périphéries, qui ſont les chemins parcourus, & ces chemins devant être comme les tems multipliés par les vîteſſes, on trouvera que leurs vîteſſes ſont entre elles reciproquement comme les Racines quarrées de leurs Périphéries, ou de leurs diſtances. D'où il eſt clair, qu'il doit naitre d'autant plus d'Inégalité dans le mouvement, & dans le tems vrai de chacune de ces Planetes, relativement aux Phaſes, & à la revolution apparente de celle qui occupe le centre de leur Tourbillon, que la Circulation ſe fait plus près de ce centre.

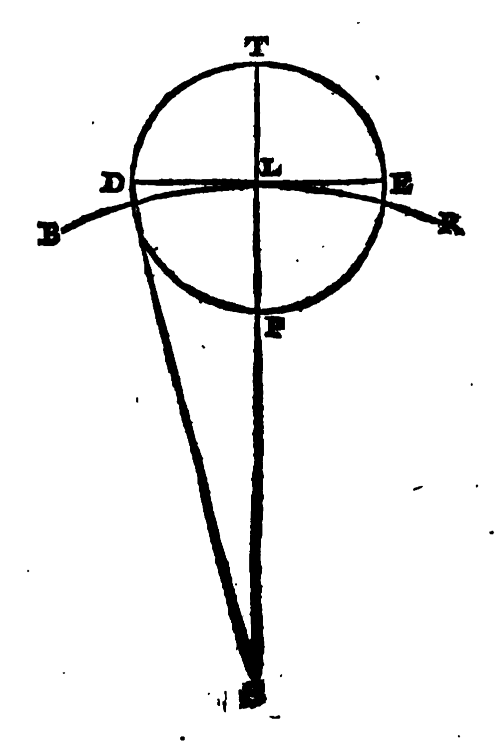
Ainſi les diſtances des Satellites de Jupiter, par exemple, à commencer par le premier, & priſes en diametres de Jupiter, étant $2\frac{5}{6}$, $4\frac{1}{2}$, $7\frac{1}{6}$, $12\frac{2}{3}$, ou, reduiſant à même denomination, & en 6mes de ce diametre, 17, 27, 43, 76; leurs vîteſſes ou leus Facilités ſeront

entre elles reciproquement, $\sqrt{76}$, $\sqrt{43}$, $\sqrt{27}$, $\sqrt{17}$, & à peu près comme les nombres $8\frac{7}{10}$, $6\frac{5}{10}$, $5\frac{1}{10}$, $4\frac{1}{10}$ :: 87, 65, 51, 41.

Quant à leurs Facilités absolues, & à l'Inégalité additive, ou soustractive, qui resulte de leur mouvement secondaire, rapporté au mouvement periodique de la Planete Principale, & au mouvement apparent du Soleil dans les Syzygies, on les trouvera par la Methode que nous avons employée * pour la Lune, & par la Formule $\frac{cT}{Ct}$, appliquée à l'un des quatre. Après quoi on aura celle des autres, ou par la même Formule, ou par l'analogie de leurs Facilités relatives. Nous ne considerons toujours que la revolution moyenne & uniforme de ces Planetes autour de leur Planete Principale, & nous ne touchons point aux irrégularités qui se tireroient de leurs Anomalies, qui sont peut-être fort semblables à celles de la Lune.

Cela posé, pour trouver, par exemple, la Facilité absolue du premier Satellite de Jupiter, par rapport aux Inégalités apparentes du mouvement Solaire à ses Syzygies, TLS, LPS, je fais c, où la distance, TL, du centre de revolution = $2\frac{1}{6}$ diametres de Jupiter = $62\frac{1}{5}$ demi-diametres Terrestres, dont je suppose que le diametre de Jupiter contient 22; C, ou sa distance moyenne, LS, de Jupiter au Soleil = $114424\frac{1}{7}$ demi-diametres.

* Ci-dessus, p. 100.

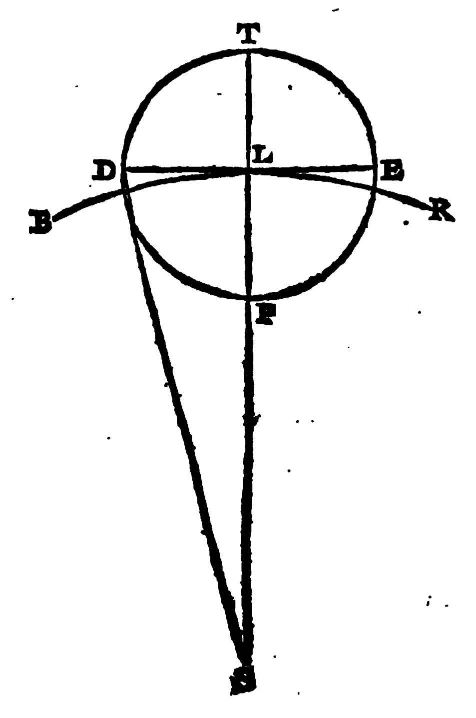


tres Terrestres, qui resultent de la Regle de *Kepler*, & de la supposition ci-dessus, que la distance moyenne de la Terre en contient 22000; $t = 1^j, 18^h, 28', 36'' = 2548'$; & T (Revol. Period.) $= 11^a, 10^m, 17^j, 12^h, 20', 25' = 6238820'$. D'où l'on tire $\frac{cT}{Ct} =$

$$\frac{62\frac{1}{3} \times 6238820}{114424\frac{1}{3} \times 2548} = \frac{388886447}{291552861} = 1\ \frac{97333586}{291552861}$$

$= 1\frac{1}{3}$; qui montre que la vîteſſe du premier Satellite de ſon Orbite ſurpaſſe la vîteſſe de Jupiter dans la ſienne, ou celle du mouvement apparent du Soleil vû de ce Satellite, de $\frac{1}{3}$ de ce mouvement. Deſorte que le premier Satellite de Jupiter doit voir ſon moyen mouvement du Soleil, qui eſt d'environ 12'' par heure, plus que doublé de $\frac{1}{3}$, c'eſt-à-dire en tout de 28'', dans les Conjonctions de ſa Planete Principale, au point *T*. Environ 4ʰ 50' après, en allant vers *E*, dans le 42ᵐᵉ degré de ſon Orbite, à compter du point *T*, le moyen mouvement du Soleil lui doit paroître doublé tout juste; parce que $\frac{cT}{Ct}$ y devient égale à ce mouvement; comme il eſt aiſé de voir par la Méthode ci-deſſus, p. 103 & 104. Mais à même diſtance de l'Oppoſition, en deçà de *P*, c'eſt-à-dire 4ʰ 50' avant que d'y arriver, dans le 139ᵐᵉ degré de ſon Orbite, cette égalité de $\frac{cT}{Ct}$ avec le mouvement moyen du Soleil rendra le Soleil ſtationnaire; parce que le mouvement propre du Satellite eſt contraire à celui de ſa Planete Principale dans tout le demi-cercle inferieur *DPE*. Et comme ce mouvement vû du Soleil, *S*, ou rapporté au diametre *DE*, augmente toujours juſqu'en *P*, où $\frac{cT}{Ct}$ devient $= 1\frac{1}{3}$, il faut que le So-

leil



leil lui paroisse retrograde en *P*, de la quantité $\frac{1}{7}$. Enfin les mêmes apparences devant arriver à distances égales de part & d'autre des Syzygies *T*, & *P*, il est clair que 4h 50′ après l'Opposition & de *P* vers *D*, dans le 222me degré de son Orbite, le Satellite retrouvera le Soleil stationnaire, comme il en reverra le mouvement doublé, 4h 50′ avant la Con-

jonction de sa Planete Principale avec le Soleil, en allant de D vers T, dans le 319me deg. de son Orbite; & tout cela en moins de deux en deux de nos jours.

Si nous eussions habité une semblable Planete, il n'y a pas d'apparence que nous nous fussions flatés long-tems de l'immobilité de notre habitation.

Les trois autres Satellites éprouveront de semblables Inégalités, en de pareils points de leurs Orbites, mais moindres, en raison de leurs moindres vîtesses, & des Racines reciproques de leurs distances.

Le second aura encore le Soleil retrograde dans les Oppositions de sa Planete Principale, d'environ la 18me partie du mouvement moyen du Soleil. Car $\frac{cT}{Ct} = \frac{99 \times 6238820}{114424\frac{1}{3} \times 5118}$ $= \frac{617643180}{585623056} = 1 \frac{32020124}{585623056} = 1 \frac{1}{18\frac{92}{320}}$ &c.

& il verra le Soleil stationnaire près de ce point, à environ 18 à 19 degrés de part & d'autre.

Au troisieme, la retrogradation manque totalement; il s'en faut d'environ la 12me partie de son moyen mouvement du Soleil, qu'il ne le puisse voir retrograder.

Au quatrieme, il s'en faut de plus d'un tiers. Ce n'est plus qu'une simple alteration apparente dans le mouvement Solaire, telle que la doit voir notre Satellite, la Lune, mais environ 18 fois plus grande.

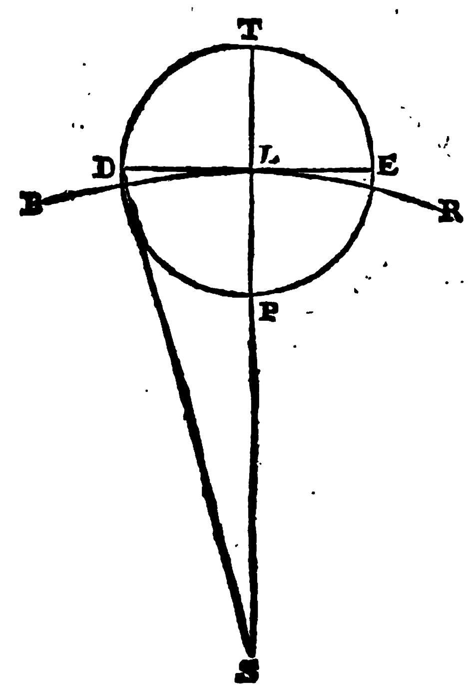
Com-

Comme toutes les Syzygies des trois premiers Satellites de Jupiter sont écliptiques, la superieure, en *T*, ou la Conjonction de la Planete Principale donnant au Satellite une Eclipse de Soleil toûjours totale avec demeure de deux ou trois de nos heures, & l'inferieure en *P*, ou l'Opposition une Eclipse de sa grande Lune, ou de Jupiter, toûjours partiale, en raison à peu près du disque du Satellite à celui de Jupiter; il est évident que l'accélération apparente du Soleil que nous avons donnée au 1er Satellite, par exemple, ne sauroit être visible, à la rigueur, qu'autour du point *T*, avant ou après la sortie de l'ombre. Et parce qu'il y a toûjours à compter tout au moins 1h 3 ou 4′ de part & d'autre du point *T*, & environ 10 deg. il suit que l'accélération visible du mouvement du Soleil sera un peu moins grande que nous ne l'avons calculée pour le point *T*. Mais en général la circonstance des Syzygies écliptiques, bien loin de diminuer la Facilité des Satellites pour s'appercevoir de leur mouvement propre autour d'un centre commun, *L*, doit au contraire l'augmenter : puisque les Eclipses font déterminer avec plus d'exactitude & le lieu, & le mouvement des Planetes, en fournissant à l'Observateur dequoi comparer, & rapporter à celle qu'on connoît mieux, ce que l'on a vû dans celle qu'on ne connoissoit pas si bien. Tout au moins les Eclipses partiales que les interpositions du Satellite produisent sur la Planete Principale, quand il arrive en *P*, doivent-elles l'aider à juger de sa Circulation autour d'elle, &

& lui donner par-là un ſpectacle aſſés ſingulier. Car outre la retrogradation ſenſible, qu'il peut appercevoir dans le Soleil, ſi c'eſt, par exemple, le premier Satellite de Jupiter, il doit voir courir ſon ombre comme une tache circulaire, ou ovale, & tantôt plus ou moins oblongue, pendant plus de deux heures, & en ſens contraire, ſur le diſque de Jupiter, dont elle n'occupe pas la 400me partie, quoi-qu'elle y paroiſſe 3 ou 4 fois auſſi grande que notre Lune; car le diſque de Jupiter, vû de ſon premier Satellite, y doit paroître plus de 1300 fois plus grand que ne nous paroît celui de la Lune. Il doit auſſi par-là, comme il eſt aiſé de le déduire des différentes diſtances, y réfléchir 38 fois plus de lumiere que ne nous en donne la Lune.

Quant aux Satellites de Saturne, ils devroient, ce ſemble, avoir des Inégalités encore plus marquées que les Satellites de Jupiter. Car leurs diſtances du centre commun n'étant pas plus grandes, ni même auſſi grandes dans les premiers, que celles des Satellites de Jupiter, ils ont cela de plus, que leur Planete Principale n'eſt pas tout à fait deux fois auſſi loin du Soleil que la leur, tandis que le tems de ſa revolution, qui eſt de près de 30 années, eſt beaucoup plus que double de celui de la revolution de Jupiter, qui n'eſt que de 12; ce qui devroit rendre ſa vîteſſe abſolue plus petite, & le rapport de *cT* à *Ct* d'autant plus grand. Mais l'avantage que les Satellites de Saturne ont à cet égard, ſe trouve ſurmonté par le plus de tems qu'ils employent à circuler dans de

moin-



moindres Orbites, & diminue encore le rapport precedent, en augment la valeur de *Ct*. Car il eſt clair, que ſi l'égalité croît en raiſon des tems employés par la grande Planete à faire ſa revolution, elle décroît en raiſon de ceux que la Planete Secondaire employe à faire la ſienne.

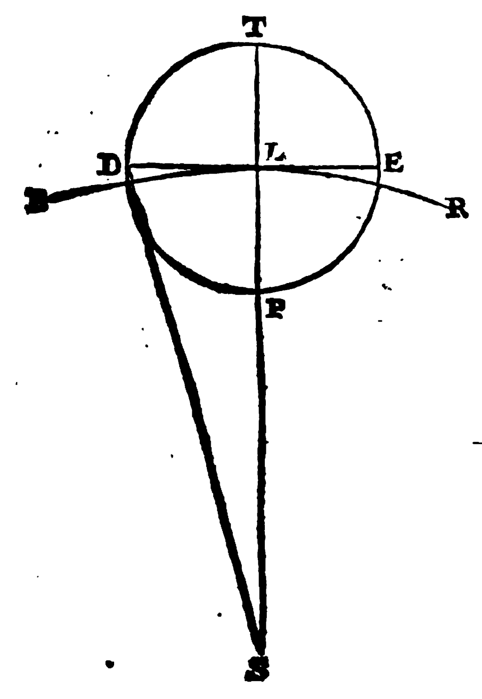
Auſſi le premier Satellite de Saturne qui n'eſt

n'eſt éloigné de ſon centre que d'environ le diametre de l'Anneau, ou de 43 demi-diametres Terreſtres, ne peut-il voir retrograder le Soleil, dans les Oppoſitions de la Planete Principale, que de la 6me partie de ſon mouvement moyen; une fois moins par conſéquent que le premier Satellite de Jupiter, qui le voit retrograder de $\frac{1}{3}$ ou $\frac{2}{6}$. Car la Formule nous donnant ici $c = 43$. $T = 10739^j\ 6^h\ 36' = 15464556'$, $C = 209836$, & $t = 11^j\ 21^h\ 19' = 2719'$; on a $\frac{cT}{Ct} = \frac{43 \times 15464556}{209836 \times 2719}$

$$= \frac{664976908}{570544084} = 1 \frac{1}{6 \frac{3947140}{94432824}}.$$

Par un ſemblable Calcul, on trouvera que le ſecond Satellite ne ſauroit voir de retrogradation ſenſible; puiſqu'elle ne peut guere être que de $\frac{1}{100}$. Le Soleil lui paroîtra donc ſtationnaire, pendant quelques heures, autour de l'Oppoſition, à environ 8 à 9 deg. de part & d'autre. L'Inégalité diminue encore au 3me, & au 4me; & enfin au 5me elle ſe reduit à moins que le tiers du mouvement moyen, & il s'en faut par conſequent de plus des 2 tiers de ce mouvement, qu'il puiſſe voir le Soleil retrograde.

Mais il y a encore ici une compenſation digne de remarque. Pendant que les Facilités, pour s'appercevoir de leur mouvement, par l'Inégalité, dans leurs jours de Syzygie, augmentent en raiſon reciproque des diſtances au centre commun, leurs Facilités en conſequence de l'Inégalité annuelle, qui peut reſul-



ſulter de l'incommenſurabilité de leurs revolutions avec celle de leur Planete Principale, croiſſent en ſens tout contraire, & en raiſon directe de ces mêmes diſtances. Car il eſt évident par la Théorie des pages 108. 109, & par l'exemple qui en a été donné pour la Terre, que l'année de chaque Satellite doit varier d'autant plus, qu'il peut ſe trouver plus

plus éloigné du rayon ſynodique *TS*, au commencement, ou à la fin de la revolution annuelle de ſa Planete Principale. Puiſque l'angle au Soleil *DST*, augmente par rapport à chaque Satellite en raiſon de ſa diſtance au centre *L*, & que l'Inégalité dont il s'agit eſt déterminée par la grandeur de cet angle. Ainſi les derniers Satellites & les plus éloignés de la Planete Principale auront l'avantage à cet égard, comme les premiers & les plus proches l'avoient à l'égard des Syzygies. Or je trouve ſur ce pied-là, & par la methode cideſſus, que le 4me Satellite de Jupiter peut voir differer deux de ſes années de près de 3 jours & $\frac{1}{2}$. * Car *L S* étant de 114424 $\frac{1}{5}$ demi-diametres Terreſtres, & *D L* de 279 = 13 $\frac{2}{3}$ diam. de Jupiter; on a par l'analogie du Sinus total *SL*, à la Tangente *LD*, l'angle au Soleil *TSD*, d'environ 8′ 26″. Ce qui donne environ 40 heures & $\frac{1}{2}$ au mouvement annuel, pour porter le Satellite de *D* en *L*. Et parce que la différence peut être doublée, lorſque ce Satellite ſe trouvera en *E*, au commencement, ou à la fin d'une autre revolution annuelle, on aura en tout 81h, ou 3 jours & 9 heures de différence entre les deux revolutions.

Par un ſemblable raiſonnement on trouvera que l'Inégalité annuelle du 5me Satellite de Saturne peut être d'environ 9 jours, ſur une année qui en vaut 30 des nôtres.

Le 1er Satellite de Jupiter, qui par ſa proximité du centre, & par le tems de ſa revolution, ne pourroit avoir qu'environ 18 heures d'Inégalité annuelle, ſe trouve encore en ceci

* Voy. la Fig. p. 139.

ci tout à fait inferieur à tous les autres, & a sensiblement *o* d'Inégalité, par la circonstance singuliere, & peut-être unique, de la commensurabilité de sa revolution avec celle de sa Planete Principale. Ce que l'on verra aisément si l'on compare entre eux les tems *T*, *t*, de la Formule ci-dessus, p. 131. 132; la division de l'un par l'autre donnant, à quelque seconde près, le rapport de 2448 à 1.

Je ne puis me dispenser ici d'avertir, qu'à l'égard de Jupiter & de ses Satellites, j'ai plutôt déterminé son diametre en consequence des Digressions & des distances de ses Satellites, que je n'ai déterminé leurs distances par le veritable diametre qu'on doit lui attribuer. Il est vrai cependant, que les distances des Satellites de Jupiter ont presque toûjours été données, & mesurées en diametres de la Planete, tant par feu M. *Cassini*, que par les Astronomes les plus modernes: & c'est aussi pour me conformer à cet usage, que je les ai exprimées de même * dans les Calculs precedens. Mais comme je n'avois besoin, pour le sujet que je traite, que des distances des Satellites au centre de leurs revolutions, & que d'ailleurs le diametre de Jupiter qui en resulte, differe peu de celui que les dernieres Observations lui donnent, je n'ai cherché qu'à bien déterminer ces distances. Car j'ai pris garde, que bien qu'il y ait une grande diversité † entre les Astronomes touchant le diametre de Jupiter, & que depuis M. *Huigens*

* p. 129. † *V.* Chr. Kitchii *Disquis. de Diam. Jov. in Misc. Berol. Contin.* 2. *p.* 150.

gens *, qui le fait de plus de 40 demi-diametres Terreſtres, il s'en trouve qui ne le font pas de 18, ou même de 17; ils s'accordent preſque tous néanmoins à donner les mêmes diſtances de ſes Satellites, en même proportion avec la Planete Principale, en même nombre de ſes diametres, & à peu près conformément à ce que feu M. *Caſſini* en avoit déterminé long-tems auparavant. Et cela ſans que les autres Elémens du Calcul, tels que les differentes diſtances moyennes qu'ils donnent de la Planete au Soleil, puiſſent rétablir l'analogie. Il eſt clair cependant que la diſtance des Satellites, celle du 4me, par exemple, ne ſauroit être ſujette aux mêmes apparences, & aux mêmes erreurs d'Optique, que le diametre de Jupiter. Car on ſait qu'une des principales difficultés pour déterminer le diametre de Jupiter, vient de l'extrême clarté, & d'une eſpece de rayonnement de cette Planete, qui font paroître ſon diſque un peu plus grand qu'il n'eſt. Or cette erreur doit influer d'autant moins ſur les Elongations du Satellite, qu'elles ſont plus grandes; parce qu'il n'eſt vû que comme un point lumineux, & que l'intervalle entre ce point & le diſque de la Planete, n'eſt diminué que par la ſeule clarté de ce diſque, & peut-être un peu par la ſienne propre, en raiſon arithmetique, & non autant de fois que cette diſtance contient de diametres de la Planete. Donc ſi M. *Caſſini* jugea le diametre apparent de Jupiter, dans ſa plus petite diſtance de la Terre, de

51'',

* *Coſmoth.* p. 101.

51'', qui donnent environ 22 demi-diametres Terreſtres, lorſqu'il détermina la diſtance du 4me Satellite de 12 $\frac{2}{3}$ diametres de Jupiter; & ſi l'on trouve que cette détermination, que je ſuppoſe exacte, revient à 279 demi-diametres Terreſtres; quand par des inductions ou des obſervations particulieres au diſque de Jupiter, je viendrai à augmenter ou à diminuer ſon diametre, je dois changer en raiſon inverſe le nombre de ces diametres que j'aſſigne à la diſtance du Satellite, ſans changer l'angle apparent de ſes Digreſſions. Donc ſi, toutes choſes demeurant d'ailleurs les mêmes, je ne fais le diametre de Jupiter que de 18 demi-diametres Terreſtres, par exemple, je dois dire que ſon 4me Satellite eſt éloigné de ſon centre de 15 $\frac{1}{2}$ de ſes diametres; ou au contraire, ſi je ſuppoſois avec M. *Huigens*, le diametre de Jupiter de 40 demi-diametres Terreſtres, il ne faudroit faire la diſtance de ſon 4me Satellite que d'environ 7 de ſes diametres, & toûjours de 279 demi-diametres Terreſtres, dans l'un & dans l'autre Cas. C'eſt ſur cette idée que je fais l'angle ſous lequel Jupiter ſeroit vû du Soleil à ſes moyennes diſtances, d'environ 40'', & de 22 demi-diametres Terreſtres, & que je ſuppoſe la plus grande Digreſſion de ſon 4me Satellite de 8' 26'', & de 279 demi-diametres Terreſtres. Et c'eſt moins par rapport au ſujet de ce Memoire, où une telle ſpéculation eſt peu eſſentielle, que je mets ici cette Remarque, que pour donner lieu à de nouvelles Obſervations, & à quelque éclairciſſement ſur cette matiere.

En

En attendant, j'ajoûterai qu'ayant obfervé plusieurs fois le paffage du centre de Jupiter, & celui de fon 4me Satellite dans fes plus grandes Digreffions, par les fils d'une excellente Lunette de 14 pieds, felon la Methode de *Borelli* *, le Calcul que j'en ai fait m'a redonné à peu près la diftance que j'ai adoptée ci-deffus.

Les Facilités des Satellites en vertu de leurs irregularités annuelles, quoi-que fort marquées en apparence, ne font pas cependant, à beaucoup près, auffi confiderables que celles qu'on tire de l'irregularité du mouvement apparent du Soleil aux Syzygies. Notre Lune a à peu près le même avantage à cet égard, que les derniers Satellites de Jupiter & de Saturne, qui font pourtant ceux qui en ont le plus. L'Inégalité annuelle du 4me Satellite de Jupiter eft, comme nous avons vû †, de 3 jours 9 heur. & celle du 5me de Saturne de 9 jours : celle de la Lune n'eft que de 7 heures dans le Cas le plus favorable ‡; mais comme fon année ne vaut que la 12me partie de l'année de Jupiter & de fes Satellites, & la 30me de celle de Saturne, les rapports de Facilité qui en refultent doivent être compofés des raifons directes de 7^h à $3^j\,9^h = 81^h$, & 7^h à $9^j = 216^h$, & des raifons inverfes de 1^a à 12^a, & 1^a à 30^a; d'où il fuit que la Facilité abfolue de la Lune à cet égard, fera à la Facilité du 4me Satellite de Jupiter $::\overline{7 \times 12}.\ \overline{81 \times 1} :: 84.\ 81 :: 28.\ 27.$ & à celle du 5me Satellite de Saturne $::\overline{7 \times 30}.\ \overline{216 \times 1} :: 210.\ 216 :: 35.\ 36.$

L'iné-

* *Theorica Mediceorum*, l. 2. c. 4.
† p. 140. ‡ p. 112.

L'inégalité annuelle des Satellites ne sauroit donc leur donner de preuve bien évidente de leur mouvement autour de la Planete Principale. Car, outre la difficulté en général d'avoir par observation le commencement précis de l'année, ou de telle autre époque, il est clair que cette sorte de preuve ne peut revenir que rarement, tant à cause de la longueur des années Solaires des Planetes Principales, que par le long intervalle, & le nombre de revolutions que peuvent exiger les retours des Satellites dans la position requise, selon la commensurabilité plus ou moins éloignée de leurs Orbites, & de leurs revolutions. Sans compter plusieurs circonstances, telles que l'obliquité de l'Ecliptique à l'axe de ces Planetes, & leurs Librations, si elles en ont comme la Lune, qui peuvent rendre leur année solaire très difficile à déterminer, si ce n'est par de grandes masses & de grandes Periodes. Au lieu que l'argument tiré du mouvement apparent aux Syzygies, se trouve par la grandeur de l'Inégalité, & par sa fréquence, très susceptible d'observation: Et rien n'est comparable à la retrogradation rapide que le premier Satellite de Jupiter voit dans le Soleil, en moins de deux en deux de nos jours.

Le premier Satellite de Jupiter demeurera donc, selon toute apparence, & toutes compensations faites, celui de tous les Corps Celestes qui nous sont connus, dont les habitans auroient la plus grande Facilité pour s'appercevoir du mouvement de leur Planete; & cela à cause du plus grand rapport de sa vîtesse propre à la vîtesse de sa Planete Principale, c'est-à-dire, par les mêmes circonstances, qui font la promp-

titude & la frequence de ses Eclipses dans l'Ombre de Jupiter, & qui l'ont rendu celui de tous les Corps Celestes qui donne à la Terre, & aux autres Planetes du Tourbillon, la plus grande Facilité pour connoître les Longitudes.

Tâchons, avant que de finir, d'approfondir encore un peu cette Théorie, & de la ramener à notre premier objet.

Tous les Satellites dont nous venons de parler, employent donc, comme on voit, d'autant moins de tems à faire leur revolution autour du centre commun & de la Planete Principale, qu'ils sont plus près de ce centre. La Planete Principale elle-même est soûmise en partie à cette Loi; je dis en partie, parce que la Regle de *Kepler*, invariablement observée entre les differentes Planetes d'un même Tourbillon, souffre quelque exception à la surface de celle qui en occupe le centre. Cette surface ne tourne pas en aussi peu de tems qu'elle devroit tourner en vertu de la Regle, & de sa petite distance du centre commun des revolutions. Mais toûjours est-il certain, qu'elle tourne en moins de tems qu'aucune des Planetes secondaires qui circulent autour d'elle. Le premier Satellite de Jupiter, par exemple, celui de tous dont le mouvement est le plus prompt, employe 42 heures à faire sa revolution autour de Jupiter. Jupiter, selon la Regle, devroit faire la sienne sur son propre centre en moins de 3 heures; il ne la fait qu'en un peu moins de 10, ce qui n'est pas encore le quart du tems employé par le premier Satellite, dont la distance du centre commun ne va pas à 3 diametres du globe de Jupiter. Le Soleil se trouve dans ce

cas,

cas, eu égard aux Planetes Principales qui tournent autour de lui. Sa surface devroit faire une revolution entiere sur son axe dans 3 heures ou environ, elle ne la fait qu'en 25½ jours. Mais la Planete de Mercure qui est la plus proche de toutes, & dont la distance n'est pas de 40 diametres Solaires, ne fait la sienne autour de cet Astre qu'en 2 mois & 28 jours. Ce qui est constant, c'est qu'il n'y a pas deux Corps Celestes dans l'Univers connu, qui fassent leurs revolutions en des tems égaux autour du même centre. Et c'est peut-être de toutes les absurdités du systême de *Ptolomée* la plus grande, que l'égalité parfaite de mouvement diurne, qu'il attribue à tous les Astres autour de la Terre de 24 en 24 heures, malgré la prodigieuse inégalité de leurs distances à ce centre commun.

Or je tire de là, si ce n'est une preuve, du moins une induction assés forte contre la nouvelle hypothese.

Car si la Terre tourne autour de la Lune, elle acheve donc sa revolution périodique autour d'elle, dans un tems précisément égal à celui que la Lune sa Planete Principale employe à tourner sur son propre centre. Ce qui est évident, puisque la Lune nous presente toûjours la même face, & un seul de ses hemispheres. Nous suivrions donc son mouvement autour du centre, comme si nous étions attachés à la circonference d'une même roue, dont elle representeroit le moyeu; & nous tournerions avec elle dans le même tems autour d'un centre commun, qui est le sien en ce cas, quoi-que nous en soyons éloignés

de plus de 100 de ses diametres. Je ne parle point de sa Libration, qui ne fait rien à mon sujet. Ce seroit donc là un exemple unique dans ce genre, une égalité de tems & de revolutions, entre la Planete Principale & son Satellite, où la suite des siecles n'auroit apporté ni laissé entrevoir la plus petite différence. Egalité suspecte, pour ne pas dire absolument contraire à la Loi générale, & à l'équilibre que gardent entre elles des couches du fluide si differentes, & si éloignées, dans un même Tourbillon.

Enfin nous ne devons pas omettre ici une circonstance de même nature que la precedente, & qui s'est peut-être déja presentée plusieurs fois à l'esprit du Lecteur; c'est que toutes les Planetes incontestablement Satellites & Secondaires sont beaucoup plus petites que la Planete Principale autour de laquelle elles tournent, & que c'est-là le cas où se trouve la Lune à l'égard de la Terre. Ce sont de ces preuves d'analogie & de convenance, qui ne sauroient jamais conclure au préjudice des preuves directes, mais qui doivent être admises quand elles concourent toutes au même but.

La preuve tirée de la petitesse du globe Lunaire, en comparaison du nôtre, ne sera donc pas d'un petit poids contre la nouvelle hypothese, après avoir été precedée des preuves directes & Astronomiques. Mais je suis fort trompé, s'il n'y a ici quelque chose de plus que la simple convenance. Car quoique nous ne sachions pas précisément ce qui détermine le Tourbillon d'une Planete à être
de

de telle ou de telle grandeur, & à avoir telle ou telle force pour entraîner les corps durs ou fluides, qui le rencontrent dans la sphere de son activité; nous pouvons cependant presumer avec beaucoup de vrai-semblance, que dans le conflict de deux Tourbillons voisins, celui d'une Planete 50 ou 55 fois plus grosse qu'une autre, comme est la Terre par rapport à la Lune, a dû l'emporter sur le Tourbillon de celle-ci, le détruire, ou le contraindre à circuler avec lui en second.

Ce que doit faire à cet égard la grandeur proportionnelle des Tourbillons dans le systême *Cartesien*, l'action respective des corps à raison de leurs masses le fera dans le systême *Newtonien*. Car bien que, selon les principes de ce systême, la densité du corps de la Lune soit plus grande que celle du globe Terrestre, & en raison à peu près de 11 à 9; cependant comme son volume est tout au moins 50 fois plus petit, & que les quantités de matiere propre, ou les masses de deux corps, sont entre elles en raison composée de leurs densités & de leurs volumes, la Lune demeurera toûjours de moindre masse que la Terre, & sa quantité de matiere propre ne sera à celle de la Terre tout au plus que comme 1 est à 40. Ainsi elle devra toûjours ceder à l'action du globe Terrestre. Mais si nous voulons pénétrer plus avant dans l'esprit de ce systême, qui n'est ici que la Théorie des *Forces Centrales*, nous trouverons que l'induction prise de la grosseur, ou de la masse de la Terre, à l'égard de celle de la Lune, peut devenir une veritable démonstration. Cette

Théorie bien entendue nous apprend qu'on ne peut pas dire en rigueur d'une Planete Principale, qui a une ou plusieurs Planetes Secondaires autour d'elle, qu'elles tournent l'une autour de l'autre. Car réellement elles ne tournent qu'autour de leur centre commun de Gravité. Et c'est ce centre, & non la Planete Principale, qui ne quitte jamais la Périphérie de l'Orbe annuel, & dont les rayons menés au Soleil ou au Foyer de cet Orbe qu'on suppose être une Ellipse, décrivent des Aires proportionnelles aux tems. Ainsi la Terre & la Lune, Jupiter & ses Satellites, le Soleil même & les Planetes de son Tourbillon, tournent reciproquement autour d'un pareil centre, soit qu'on les considere deux à deux, & séparément, ou en tel nombre qu'on voudra, & en total. Car il y a un centre commun général, qui est le seul point immobile du Tourbillon. Il faut donc entendre par un Corps Celeste quelconque qui tourne autour d'un autre, celui des deux qui est le plus éloigné du centre de Gravité commun, qui décrit une plus grande Courbe autour de ce centre, & qui, par cette courbe, renferme le second, & la courbe semblablement décrite par celui ci autour du même point. C'est-là, à parler exactement, ce qui constitue la Planete du second ordre & le Satellite. D'où l'on voit qu'il est essentiel à tout Satellite d'être plus petit, ou de moindre masse, que sa Planete Principale. Car les bras de levier qui sont les rayons descripteurs, & qui s'étendent de part & d'autre du centre de Gra-

Gravité commun, sont entre eux en raison renversée des masses, dont les centres propres sont à l'extremité de ces bras. Et ce qui rend comme insensible le mouvement de la Planete Principale autour du centre commun, par rapport au mouvement de ses Satellites, c'est la grandeur de sa masse, ou plutôt la petitesse du bras de levier qui lui repond, & le peu de distance qu'il y a de son centre propre au centre commun. Cela posé, & la superiorité de masse de la Terre une fois admise, il est évident que la Lune doit décrire une plus grande courbe autour du centre de Gravité commun; ou, pour parler le langage ordinaire, il est évident qu'elle doit se mouvoir autour de la Terre, lui être exterieure, & la renfermer dans la Périphérie qu'elle décrit, en un mot être son Satellite.

Ce n'est pas ici le lieu d'examiner comment ce balancement mutuel de la Lune & de la Terre pourroit concilier l'explication du Flux & Reflux de la Mer, dans les principes de *Galilée*, avec les Phases & les mouvemens Lunaires; c'est ce que je ferai peut-être dans une autre occasion. Il me suffit presentement d'avoir montré qu'on ne sauroit trouver aucune Loi de pesanteur, d'équilibre, ni de mouvement, dans l'Astronomie Physique, qui ne tende à subordonner la petite Planete à la grande, & à la faire tourner autour d'elle.

Voilà ce que j'ai pensé sur ce sujet, à l'occasion de la nouvelle Dissertation, qui établit pour principe le mouvement de la Terre autour de la Lune. L'Académie de Bor-
 deaux,

deaux, qui adjugea le prix à cet Ouvrage l'année derniere, & qui l'a rendu public avec éloge, nous avertit *, qu'*elle n'adopte pas les hypothèses de toutes les Dissertations qu'elle couronne. . .* & que *si elle n'adjugeoit le prix qu'à des systêmes nouveaux, etablis sur des preuves incontestables, elle auroit trop souvent le déplaisir de ne pouvoir pas le distribuer; ce qui rendroit insensiblement inutile l'objet qu'elle se propose d'avancer le progrès des Sciences, en excitant l'émulation des Savans.* J'ai donc cru que cette celebre Compagnie, en couronnant la Dissertation dont il s'agit, n'avoit pas seulement songé à en recompenser le merite, mais qu'elle avoit encore voulu inviter ceux qui la liroient, à éclaircir une question aussi curieuse & aussi interessante que celle du mouvement de la Terre autour de la Lune. Ce n'est du moins que dans cet esprit, que j'ai pris la plume contre cet article d'un Ouvrage dont je fais cas d'ailleurs, tant par lui-même, que par le sort qu'il a eu dans une Compagnie à qui j'ai l'honneur d'appartenir comme membre, & dont je suis plus interessé que personne du monde à faire respecter les suffrages.

* *Edition de Bordeaux.*

OBSERVATIONS SUR UNE PAIRE DE CORNES D'UNE GRANDEUR ET FIGURE EXTRAORDINAIRE.

Par M. le Chevalier HANS SLOANE.

IL y a plusieurs années que Monsieur *Doyly*, homme fort curieux, & dont une certaine Etoffe d'Eté porte le nom, trouva dans une Cave, ou Magasin, à *Wapping*, une paire de Cornes d'une grandeur extraordinaire, & d'une figure tout à fait étrange. Elles étoient assés gâtées, & les vers les avoient rongées fort avant dans la surface en divers endroits. Elles avoient été dans ce Magasin si longtems, que lorsque M. Doyly les acheta, personne ne put l'informer de quel pays elles étoient venues, ni en quel tems & de quelle maniere elles avoient été mises là. Elles ressembloient en diverses choses à des Cornes de Chevres, tellement que plusieurs personnes les prirent pour des Cornes d'un Animal de cette espece, qui devoit probablement être aussi grand en son genre, que le *Mouse-deer*, espece de Cerf de l'Amerique. La Société Royale ayant été informée de cette affaire,

faire, M. Hunt, alors leur Operateur, en fit un dessein, & M. le Docteur Hook lut un Memoire là-dessus à une des assemblées. Je crois que ce dessein & ce Memoire se sont perdus; mais je me souviens, qu'il conjectura que c'étoient les Cornes du *Sukotyro*, comme les Chinois l'appellent, ou *Sucotario*, bête très grande, & d'une figure tout à fait bizarre. *Nieuhof* fait mention de cette bête dans ses Voyages aux Indes Orientales *, & il en donne la figure & la description suivante: *Il est*, dit-il, *de la grandeur d'un grand Bœuf, ayant le museau approchant à celui d'un Cochon, deux oreilles longues & rudes, une queue épaisse & touffue. Les yeux sont placés perpendiculairement dans la tête, d'une maniere tout à fait différente de ce qu'ils sont dans d'autres Animaux. De chaque côté de la tête, tout proche des yeux, il sort une longue Corne, ou plutôt une Dent, non pas tout à fait aussi épaisse que la Dent d'un Eléphant. Il paît l'herbe, & est pris fort rarement.* Mais pour revenir, plusieurs personnes allerent voir ces Cornes chés M. Doyly, & il en refusa une bonne somme d'argent: mais quelque tems après l'ayant traité dans une maladie, fort à sa satisfaction, il m'en fit present.

Elles sont assés droites à une distance considérable de la base, & puis se courbant, elles vont insensiblement se terminer en pointe. Elles ne sont pas rondes, mais un peu plattes comprimées, avec des [illegible] ou sillons larges & transversaux sur leur surface, ondées par dessous. Elles ne sont pas tout à fait

* p. 360. de l'Edition Angloise.

fait de la même grandeur: en ayant mesuré une (*Fig.* 1,) le long de sa circonférence, depuis le point *A* de la base *AB* jusqu'au point *D*, j'en trouvois la longueur *ACD* de six pieds six pouces & demi, mesure d'Angleterre; depuis *B* jusqu'à *D*, mesurant en droite ligne, il y avoit quatre pieds cinq pouces & un sixieme. Le diametre de la base *AB* étoit de six pouces & trois quarts, & la circonférence d'un pied cinq pouces. Elle pesoit 21 livres 10 onces, & contenoit dans sa cavité cinq quartes d'eau. Dans l'autre, (*Fig.* 2,) la circonférence *ACD* étoit de six pieds quatre pouces, la ligne *BD* de quatre pieds sept pouces, le diametre de la base *AB* sept pouces, & sa circonférence un pied six pouces. Celle-ci pesoit 21 livres treize onces & demi, & contenoit dans sa cavité quatre quartes d'eau & demi ; mais elle en auroit contenu davantage, si elle n'avoit pas été fort rongée vers la base.

Le Capitaine d'un Vaisseau des Indes ayant vû ces Cornes, me dit qu'il avoit observé une grande espece de Bœufs dans les Indes, qui en portoient de semblables. Et plusieurs raisons me portent à croire que ce sont les Cornes d'une grande espece de Bœuf, ou de Vache, qui se trouve dans l'Ethiopie & d'autres Contrées au milieu de l'Afrique, & qui a été décrite par les anciens Ecrivains, quoi-que, ce qui doit paroître étrange, fort peu des Auteurs modernes en ayent fait mention.

Agatharchide le Cnidien, qui vécut autour de la CL. Olympiade, environ cent quatre-vingts ans avant la naissance de Jesus-Christ,

est le premier parmi les Anciens qui fasse mention de ce Bœuf, grand & carnacier; il en donne une description fort ample (dans les restes de son Traité de la Mer Rouge, conservé par Photius dans sa Bibliotheque *, & qui ont été pareillement imprimés avec sa Vie dans les *Geographiæ veteris Scriptores Græci minores*, publiés par M. *Hudson:*) & il paroîtra par ce qui suit, que la plupart des Auteurs qui ont vécu après lui, n'ont fait que le copier. (*A*) Je transcrirai ici tout le Chapitre où

* *p. 364. c. 39.*

REMARQUE.

(*A*) Cet Agatharchide fleurissoit principalement sous Ptolomée Philometor: plusieurs Ecrivains anciens font mention de lui, comme d'un Historien & Philosophe Peripateticien, M. le Clerc (Histoire de la Medecine, p. 387.) le range parmi les Medecins de ce tems-là, quoique ce n'étoit pas proprement sa profession, mais parce que dans son histoire il parle d'une maladie dont Hippocrate ni les autres Medecins qui l'ont precedé, n'ont rien dit. Nous sommes redevables de cette Observation à Plutarque, qui nous informe, sur l'autorité d'Agatharchide, *que les peuples qui habitent autour de la Mer Rouge, parmi d'autres maladies étranges auxquelles ils sont sujets, sont souvent tourmentés de certains petits Dragons, ou petits Serpens, qui se trouvent dans leurs jambes ou dans leurs bras, & leur mangent ces parties. Ces Animaux montrent quelquefois un peu la tête, mais sitôt qu'on les touche, ils rentrent, & s'enfoncent dans la chair, où s'y tournant de tous côtés, ils y causent des inflammations insupportables.* Plutarque ajoute, qu'avant le tems de cet Historien, ni même depuis, personne n'avoit rien vû de semblable en d'autres lieux. C'est certainement le Dragonneau ou Vena Medeni des Auteurs Arabes (dont voyés mon Histoire Naturelle de la Jamaïque, vol. I. Introd. pag. CXXVI. & Vol. II. pag. 190. Tab. 233.) qu'Agatharchide décrit ici, maladie qui subsiste encore aujourd'hui, non seulement parmi les Peuples dont il est parlé ici, mais aussi sur les Côtes de Guinée, & dans les parties méridionales de la Perse,

où il traite de cet Animal, selon la traduction de Laurentius Rhodomannus. *De Tauro Carnivoro. Omnium, quæ adhuc commemoravi, immanissimum & maximè indómitum est Taurorum genus, quod carnes vorat, magnitudine crassius domesticis, & pernicitate antecellens, insigniter rufum. Os ei ad aures usque deductum. Visus glauco colore magis rutilat quam Leoni. Cornua aliàs non secus atque aures movet, sed in pugna, ut firmo tenore consistant, facit. Ordo pilorum inversus, contra quam aliis animantibus. Bestias etiam validissimas aggreditur, & ceteras omnes venatur, maximeque greges incolarum infestos reddit maleficio. Solum est arcu & lancea invulnerabile. Quod in causa est, ut nemo id subigere, (quamvis multi id tentarint) valuerit. In fossam tamen aut similem ei dolum, si quando incidit, præ animi ferocia cisò suffocatur. Ideo rectè putatur, etiam a Troglodytis, fortitudine Leonis, & velocitate Equi, & robore Tauri præditum, ferroque cedere nescium.* Diodore de Sicile, dans le troisieme livre de sa Bibliotheque, n'a fait que copier Agatharchide, même jusqu'à se servir, à peu de chose près, de ses propres paroles: Il a ajoûté néaumoins les particularités suivantes; que ses yeux reluisent de nuit; qu'après avoir tué d'autres bêtes, il les devore; & que ni la force & le courage des Bergers, ni le grand nombre de Chiens, ne sont capables de l'effrayer quand il attaque des troupeaux de Bêtail. Le passage suivant qui a du rapport au même Animal, est tiré de Strabon *. *Sunt & ibidem* (in Arabia) *Tauri feri ac qui car-*

* *Geogr. l. XVI. p. 77. Ed. Casaub.*

carnem edant, nostros & magnitudine & celeritate longe superantes, colore rufo. Pline * paroît aussi avoir copié Agatharchide. Ses paroles sont: *Sed atrocissimos habet* (Æthiopia) *Tauros Sylvestres majores agrestibus, velocitate ante omnes, colore fulvos, oculis cæruleis, pilo in contrarium verso, rictu ad aures dehiscente juxta cornua mobilia, tergori duritia silicis omne respuens vulnus. Feras omnes venantur, ipsi non aliter quam fovea capti feritate semper intereunt.* Le même Auteur (dans le 45me Chapitre du VIIIe Livre de son Histoire naturelle) fait mention d'une espece de Bœufs d'Inde: *Boves Indici, quibus Camelorum altitudo traditur, cornua in latitudinem quaternorum pedum.* Il est très probable, que ces Bœufs d'Inde sont les mêmes avec ceux d'Ethiopie décrits ci-dessus, principalement si on suppose que les Copistes de Pline ont écrit *latitudinem*, au lieu d'*altitudinem. Solinus* † n'a fait que copier Pline, avec cette seule différence, qu'il les appelle *Indicos Tauros, Taureaux des Indes*, au lieu que Pline lui-même les décrit parmi les Animaux d'Ethiopie. Ceci ne doit pas pourtant paroître étrange, quand on considere aussi que l'Ethiopie a été comprise parmi les Indes par quelques Auteurs anciens. La description qu'Elien donne de ces Animaux ‡ est parfaitement conforme à celle d'*Agatharchide*, & il semble l'avoir empruntée de lui: Il en fixe la grandeur au double de la grandeur des Bœufs ordinaires de la Grece. Il y a un au-

* *Histor. Nat. lib. VIII. cap. XXI.*
† *Polyhist. l. II. cap. ... p. 58. Ed. Salmas.*
‡ *Histor. Anim. lib. XVII. c. 45.*

autre passage dans Elien *, qui semble avoir du rapport à cette grande espece de Bœufs d'Ethiopie, aussi-bien qu'aux grandes Cornes décrites ci-dessus. Ses paroles sont : *Ptolomæo secundo ex Indiá cornu allatum ferunt, quod tres amphoras caperet : unde conjicere possimus bovem illum, à quo ejusmodi tantum cornu extitisset, maximum fuisse*. *Ludolf* dans son Histoire d'Ethiopie †, parlant de ces grands Bœufs Ethiopiens, conjecture que ce sont les *Taurelephantes* que Philostorgius le Cappadocien ‡ dit avoir vû à Constantinople de son tems. Les paroles de Philostorgius, citées par Ludolf §, sont : *Habet & Terra illa maximos & vastissimos Elephantes ; imo & Taurelephantes, ut vocantur, quorum genus quoad cætera omnia bos maximus est, corio verò coloreque Elephas, & ferme etiam magnitudine.*

Il paroît des passages que je viens de citer, qu'il y a en Ethiopie (& selon toutes les apparences aussi dans les Contrées méditerranées de l'Afrique, où fort peu de Voyageurs ont jamais penetré) une très grande espece de Bœufs, pour le moins deux fois aussi grands que nos Bœufs ordinaires, avec des Cornes d'une grandeur proportionnée, quoi-qu'autrement ils en différent en bien des choses. Je ne saurois nier que les relations que les anciens Ecrivains nous ont laissé des choses extraordinaires, ne peuvent pas toûjours être passées sans restriction, le fabuleux y étant fort

* *Histor. Anim. lib. III. c. XXXIV.*
† *Lib* I. *c.* 10.
‡ *Lib* III. *c.* 11.
§ *Comment. ad Histor. Æthiop. p.* 145.

fort souvent mêlé avec ce qui est vrai. Mais quant à cette grande espece de Bœufs, il y a quelques Auteurs modernes, qui nous assûrent qu'il y a un pareil Animal dans ce pays-là, quoi-qu'aucun, que je sache, ne nous en aye donné une descripton aucunement satisfaisante. *Ludolf* dans son Histoire d'Ethiopie *, remarque qu'il y a dans ce pays-là des Bœufs d'une grandeur extraordinaire, deux fois aussi grands que les Bœufs de Hongrie & de la Moscovie; & qu'ayant montré quelques Bœufs d'Allemagne des plus grands à Gregoire Abyssinien; (les écrits & la conversation duquel lui fournissoient les Memoires pour cet Ouvrage) il en fut assûré, qu'ils n'étoient que d'une grandeur moyenne à comparer à ceux de son pays. Il est fait mention aussi dans divers endroits de Lettres des Jesuites, de la grandeur de ces Bœufs; & le même Ludolf † cite le passage suivant, tiré d'une Lettre d'*Alphonse Mendez*, Patriarche d'Ethiopie, datée le 1. Juin 1626: *Buoi grandissimi, di corne smisuramente grosse è lunghe, talmente que nella corna di ciascuno di esse potea capire un otre piccolo di vino*: c'est-à-dire, *des Bœufs très grands, avec des Cornes si longues & si épaisses, que chacune pourroit contenir un petit* uter *de Vin*. Bernier, dans sa relation des Etats du Grand-Mogol ‡, remarque que parmi plusieurs presens qui devoient être presentés par deux Ambassadeurs de l'Empereur d'Ethiopie, à *Aureng Zeb*, il y avoit une Corne de Bœuf prodigieuse, remplie de Civette; que l'ayant

* *Lib.* 1. *c.* 10.
† *Comment. in Hist. Æthiop.*
‡ *Tome II. p.* 43.

l'ayant mesurée, il trouva que la base avoit demi-pied en diametre. Il ajoûte que cette Corne, quoi-qu'elle fût apportée par les Ambassadeurs à *Dehli*, où le Grand-Mogol tenoit alors sa Cour, ne lui fut pas pourtant presentée, parce que se trouvant courts d'argent, ils avoient vendu la Civette longtems avant que de venir là.

Après tout, il me paroît fort probable, que les Cornes que j'ai dans ma Collection, décrites ci-dessus, comme aussi la Corne dont Bernier fait mention, sont les Cornes d'une très grande espece de Bœufs ou de Vaches, qui se trouve en Ethiopie, & autres Contrées méditerranées d'Afrique, & qui a tant de rapport au *Taureau* Carnivore, décrit par Agatharchide, Pline, & les autres Ecrivains anciens mentionnés ci-dessus, qu'il paroît que ce soit le même. Mais je ne saurois déterminer si c'est précisément le *Sucotorio*, ou *Sukotyro* de Nieuhof, la description qu'il donne de cet Animal n'étant pas assés étendue pour cela, quoi-qu'il y aye lieu de croire que ce soit le même. *Gesner* * parle, & nous donne la figure d'une Corne fort grande, qu'il dit avoir vû suspendue à une des colomnes dans la Cathedrale de Strasbourg, & qui paroît être de la même espece avec les Cornes en question. Il dit, que l'ayant mesurée le long de la circonférence exterieure, il trouvoit qu'elle avoit quatre verges romaines en longueur, & il conjecture que ç'avoit été la Corne d'un grand & vieux *Urus*, que vraisem-

* *Icon. Anim. Quadr. Ed.* 2. *Tigur.* 1560. *p.* 34.

ſemblablement on avoit ſuſpendue là à cauſe de ſa grandeur extraordinaire, peut-être deux ou trois cens années avant ſon tems. Finalement, quant aux Cornes qui ſe trouvent dans ma Collection, la conjecture qui me paroît la plus vrai-ſemblable, eſt, que du tems que les Anglois avoient un grand commerce à *Ormus*, elles furent portées là avec quelques autres marchandiſes, & enſuite envoyées ou apportées en Angleterre par quelque perſonne curieuſe.

OBSERVATIONS SUR LE MELANGE DE QUELQUES HUILES ESSENTIELLES AVEC L'ESPRIT DE VIN.

Par M. GEOFFROY le Cadet.

DANS les différentes operations que j'ai eû à faire ſur les Huiles Eſſentielles, j'en ai mêlé pluſieurs avec l'Eſprit de Vin; & l'examen de ce mêlange m'ayant fait connoître que ces deux liqueurs produiſoient un refroidiſſement aſſés ſenſible, j'ai crû que je pouvois communiquer mes Obſervations ſur ce

ce Phénoméne, qui m'a paru nouveau.

Comme l'Esprit de Vin est une Huile éthe-rée très inflammable, & que d'un autre côté les Huiles Essentielles sont des Soufres exaltés, si prêts à prendre feu, qu'il ne faut qu'un esprit acide pour les allumer subitement & avec explosion, ainsi que je l'ai fait voir l'année derniere; je ne pouvois présumer que le mêlange de ces Huiles avec l'Esprit de Vin dût occasionner aucune sorte de froid réel, puisque c'est joindre, pour ainsi dire, deux feux ensemble. J'eus donc recours au Thermometre qui donne en pareil cas la preuve la plus exacte & la plus décisive; & en le plongeant dans le mêlange de l'Esprit de Vin avec différentes Huiles Essentielles, je vis sa liqueur descendre très sensiblement. La singularité de ce fait meritant d'être confirmée par des experiences variées, je vais, dans la suite de ce Memoire, rendre compte de celles que j'ai faites.

Un Phénomene tout opposé, sur lequel j'ai donné des Observations en 1713, n'est pas moins surprenant; c'est que l'Esprit de Vin, qui paroîtroit devoir être temperé par le mêlange de l'Eau pure, s'échauffe au contraire très vivement avec elle, & fait monter la liqueur du Thermometre à une hauteur très considérable.

Ces deux Phénoménes méritent assûrément quelque attention; car il ne paroît pas naturel que des Soufres exaltés produisent du froid en s'unissant, & que l'eau jointe à l'un de ces Soufres, échauffe au lieu de refroidir. C'est aussi une singularité remarquable,

que

que l'eau ne produiſe pas ſur les Huiles Eſſentielles ce que j'ai fait voir qu'elle opere ſur l'Eſprit de Vin.

Avant que de riſquer des conjectures pour expliquer ces Phénomenes, je vais donner les faits tels que je les ai obſervés.

J'ai pris de l'Huile rectifiée de Terebenthine, je l'ai verſée ſur de l'Eſprit de Vin où elle a eû de la peine à ſe diſſoudre; quoi-que la bonne Terebenthine, toute groſſiere qu'elle eſt, s'y diſſolve parfaitement, mêlée à parties égales. L'une & l'autre blanchiſſent d'abord l'Eſprit de Vin, auquel elles s'uniſſent en les agitant enſemble, & la Terebenthine reſte toute entiere unie à l'Eſprit de Vin, auſſi-bien que la réſidence de ſon Huile Eſſentielle après la rectification; mais cette même Huile Eſſentielle rectifiée ne ſe joint à cet eſprit qu'en petite quantité, puiſque dans une once d'Eſprit de Vin, il ne peut s'en diſſoudre qu'un gros trois grains, & que le ſurplus s'en ſépare en ſe précipitant. On voit par-là, que plus une Huile eſt ſubtile, moins elle eſt diſpoſée à ſe joindre à l'Eſprit de Vin, & que cette union ſe fait plus aiſément avec des matieres ſulphureuſes plus groſſieres.

C'eſt en obſervant ce qui ſe paſſoit dans ces mêlanges, que je remarquai ce froid aſſés ſenſible dont j'ai parlé. Pour m'en aſſûrer avec exactitude, je plongeai un Thermometre dans chacune de ces liqueurs ſéparément, & je trouvai que dans l'une & dans l'autre il s'arrêtoit à la même hauteur. En effet, j'ai éprouvé que les liqueurs, qu'on appelle chaudes ou froides, à cauſe de leurs différentes pro-

proprietés pour l'usage interieur, ont toutes le même degré exterieur de chaud ou de froid, pourvû qu'elles ayent été suffisamment exposées à l'air libre. Je fis ensuite un mélange de deux onces d'Esprit de Vin & d'autant d'Huile rectifiée de Terebenthine, j'y plongeai le même Thermometre; & au moment que ces deux liqueurs s'unissoient, je vis descendre la liqueur du Thermometre d'une ligne & demie. Ayant fait un autre mélange avec une Huile moins rectifiée, à même poids, le Thermometre descendit de deux lignes à deux lignes & demie. Enfin dans le mélange de la Terebenthine elle-même avec l'Esprit de Vin à parties égales & au poids de deux onces chacun, le Thermometre descendit encore au-dessous.

Le mélange d'une once de Camphre avec une once du même Esprit de Vin, fit baisser la liqueur du Thermometre de quatre jusqu'à quatre lignes & demie.

En faisant le même essai sur d'excellent Baume de Copaü, mêlé avec l'Esprit de Vin, au poids de deux onces chacun, le Thermometre est descendu de trois lignes & demie, quoi-que dans ce mélange le Baume n'ait pas été entierement dissous, puisqu'il s'est séparé ensuite, pour la plus grande partie, d'avec l'Esprit de Vin.

L'Essence de Lavande mêlée de même avec l'Esprit de Vin, à parties égales, & au poids d'une once, s'y joint très intimément, & ne produit aucun changement au Thermometre.

L'Huile de Citron se dissout dans l'Esprit de

de Vin, presque aussi difficilement que l'Huile rectifiée de Terebenthine; & mêlée avec cet Esprit au poids d'une once chacun, elle fait baisser le Thermometre de deux lignes & demie.

L'Huile Essentielle d'Anis, qui, comme on le sait, a la proprieté de se figer en forme de Crystaux dans les tems froids, s'unit pour l'ordinaire assés intimément avec l'Esprit de Vin, & étant mêlée avec cet Esprit à même dose, elle fait baisser la liqueur du Thermometre de quatre à cinq lignes.

L'Essence de Limette, dont une once d'Esprit de Vin ne dissout que trois Dragmes & demie, fait descendre le Thermometre de trois lignes.

L'Huile Essentielle de Gerofle se mêle parfaitement avec l'Esprit de Vin, mais elle ne produit aucun changment à la hauteur du Thermometre.

Toutes ces différentes observations meritoient d'être comparées aux experiences dont j'ai parlé dans mon Memoire de 1713, du mêlange de l'Eau avec l'Esprit de Vin: je les ai repetées cette année, & j'ai plongé un Thermometre dans ce mêlange, qui en a fait monter la liqueur de treize lignes. J'ai fait aussi ces experiences sur d'autres liqueurs aqueuses, mais chargées de parties salines, pour observer ce qui en resulteroit. J'ai choisi d'abord l'Urine, qui est en même tems huileuse & saline, mais où l'Huile & le Sel nagent dans une grande quantité de flegme. En la mêlant avec l'Esprit de Vin, le Thermometre n'a monté que de dix lignes; ainsi la

par-

partie huileuse & saline paroît ôter, dans l'Urine, à la partie purement aqueuse, une faculté d'augmenter la chaleur, qui, mesurée par le Thermometre, se trouve de trois lignes.

Le mélange de l'Esprit de Vin avec le Vinaigre distillé à pareille dose, ou avec le Vin lui-même, a produit un effet semblable au precedent sur le Thermometre.

Sachant que le Sel Ammoniac mêlé avec l'eau simple, en rallentit le mouvement de fluidité, & qu'il fait baisser considérablement la liqueur du Thermometre, j'ai voulu voir quel seroit son effet en le mêlant avec l'Esprit de Vin. J'ai jetté un gros de ce Sel en poudre sur une once de cet Esprit, où le Thermometre étoit déja plongé; ce qui l'a fait descendre d'une ligne & demie. Mais comme une liqueur si spiritueuse est peu propre à dissoudre ce Sel, j'ai versé par dessus une once d'eau. J'avois lieu de croire que par cette addition de flegme les Sels étant plus dissous, ils feroient baisser encore la liqueur du Thermometre : cependant tout le contraire est arrivé, & la liqueur est remontée de sept lignes & demie; effet qu'on ne peut attribuer, à ce que je crois, qu'au mélange de l'Eau avec l'Esprit de Vin; & comme ce mélange, s'il eût été d'eau seule & sans l'addition précédente du Sel Ammoniac, auroit dû faire monter la liqueur du Thermometre à treize lignes & demie, on voit par cette experience, que la dissolution de ce Sel suspend l'effet du mêlange de l'eau seule, de la quantité de cinq lignes & demie. Cette dissolution

tion agit donc plus puiſſamment que l'Urine, qui, toute ſaline qu'elle eſt, laiſſe monter la liqueur du Thermometre juſqu'à la hauteur de dix lignes, quand on la mêle avec l'Eſprit de Vin.

Le Sel volatile Ammoniac étant plus aiſé à diſſoudre par l'Eſprit de Vin dont il eſt déja penetré, a fait deſcendre le Thermometre de trois lignes, au lieu que le Sel Ammoniac ſimple ne l'avoit fait deſcendre que d'une ligne & demie.

Il paroît par toutes ces Obſervations, que les liqueurs empreintes de Sels, étant mêlées avec l'Eſprit de Vin, cauſent un rallentiſſement du mouvement, & par conſéquent une diminution de chaleur; d'où il eſt naturel de conjecturer que les Huiles Eſſentielles étant chargées de parties ſalines, comme je l'ai fait voir, doivent rallentir le mouvement de l'Eſprit de Vin dans lequel on les mêle, & faire baiſſer par conſéquent la liqueur du Thermometre.

Pour rendre raiſon du Phénomene oppoſé, qui eſt la chaleur du mêlange de l'Eau avec l'Eſprit de Vin, il faut conſidérer que dans le mêlange de deux liqueurs, ou elles s'uniſſent en agiſſant l'une ſur l'autre, ou elles s'uniſſent ſans action. Or dans le mêlange de l'Eau avec l'Eſprit de Vin, ces deux liqueurs ſe penetrant mutuellement & avec beaucoup de vîteſſe, il arrive que les Soufres contenus dans l'Eſprit de Vin produiſent en ſe dévelopant une efferveſcence qui fait monter la liqueur du Thermometre de plus d'un pouce.

J'ai

J'ai fait remarquer que l'Huile Essentielle de Lavande & celle de Gerofle, ce qui peut aussi arriver à quelque autre, s'unissoient à l'Esprit de Vin, sans exciter ni chaud ni froid sensible, puisqu'il n'arrive aucun changement dans le Thermometre. On en peut inférer que ces liqueurs se mêlent ensemble sans action reciproque, comme l'Eau & le Vin, dont les parties en s'unissant ne font que se placer les unes auprès des autres : ainsi il n'arrive ni condensation ni raréfaction. Les Sels de ces sortes d'Huiles Essentielles, qui pourroient produire une espece de condensation, ne sont pas apparemment assés abondans ou assés dissous pour le faire ; & comme les Soufres ne se développent point, parce que les liqueurs mêlées n'ont aucune action l'une sur l'autre, ils ne produisent non plus aucune raréfaction.

A l'égard de l'Huile d'Anis qui se mêle assés intimément avec l'Esprit de Vin, & dont le mêlange fait descendre la liqueur du Thermometre de cinq lignes ou environ, il paroît que les Soufres étant fortement condensés par les Sels abondans dans cette Huile, ne peuvent se développer dans son union avec l'Esprit de Vin, qui est lui-même condensé par ces mêmes Sels ; ce qui produit le degré de froid qui fait descendre le Thermometre si considérablement.

Que l'eau ne produise pas dans son mêlange avec les Huiles Essentielles la même effervescence qu'avec l'Esprit de Vin, la raison en paroît assés claire. C'est que l'Eau & l'Huile Essentielle ne s'unissent jamais : quel-

que agitation qu'on leur donne, elles ne se penetrent point; & comme les Huiles Essentielles sont ou plus legeres ou plus pesantes que l'eau, elles s'en séparent, ou en surnageant, ou en se précipitant au fond.

L'Esprit de Vin au contraire, quoi-que plus leger que l'eau, en est facilement penetré. Outre l'experience qui doit nous en convaincre, il faut considérer qu'il est un Soufre d'une autre nature que les Huiles Essentielles; & j'ai fait voir dans mon Memoire de 1718 que le Soufre de l'Esprit de Vin le plus rectifié nage dans une très grande quantité de flegme, de même nature, de même poids & de même saveur que l'eau pure. Il n'est donc pas étonnant que l'Eau & l'Esprit de Vin s'unissent si parfaitement, & que ces deux liqueurs se penetrent mutuellement. Les Huiles Essentielles au contraire contiennent un Soufre beaucoup moins étendu par le flegme que ne l'est celui de l'Esprit de Vin; aussi sont-elles impenetrables à l'eau, & par conséquent incapables de se mêler avec elle.

TROI-

TROISIEME MEMOIRE SUR LA GONIOMETRIE PUREMENT ANALYTIQUE

Par M. DE LAGNY. *

APRÈS ce que j'ai donné dans les Memoires de 1724 & 1725, sur les mesures purement Géometriques & purement Analytiques des Arcs de Cercle & des Angles rectilignes mesurés par ces Arcs; il ne reste plus, pour épuiser entierement cette partie de la Goniometrie, qu'à ajoûter les trois articles suivans.

1° La Formule generale & exemplaire qui represente seule tous les Termes infinis en nombre de la Serie Goniometrique, & qui peut les former.

2° La Formule exemplaire d'approximation indéfinie, terminée à chaque Terme de la même Serie. Ensorte que l'on puisse toûjours sçavoir promptement & précisément à quel Terme on doit s'arrêter pour approcher de la valeur de l'angle cherché à moins d'une cent-milliéme, d'une millioniéme, d'une cent-millioniéme, &c. près, & en general à moins d'une partie aliquote quelconque de l'angle droit, & par

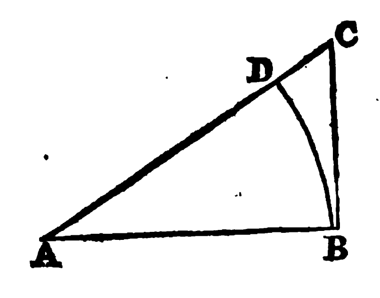
* 9 Juillet 1727.

par conséquent aussi l'arc à moins d'une partie aliquote quelconque du cercle, à moins de $\frac{1}{14}$ ou entre $\frac{1}{14}$ & $\frac{1}{a+1}$ de ce même cercle; on enfin suivant l'expression ordinaire, à moins d'un degré, d'une minute, d'une seconde, d'une tierce, &c. Ce second Article est essentiel pour la pratique.

3° Enfin il faut déterminer les *Maximum* & les *Minimum* du Calcul Goniometrique. Ce dernier Article est le plus curieux, par rapport à la Théorie. J'ajoûterai par occasion une nouvelle Méthode de Calcul integral pour les Series infinies & incomplexes, fondées sur la comparaison de l'ante-infinitieme terme avec l'Infinitieme. *Ce sera le sujet d'un autre Memoire.*

ARTICLE PREMIER.

Soit le rayon ou demi-diametre du Cercle $AB = 1$.



Soit l'Arc de Cercle $BD = 1x$ mesure de l'angle BAC, cherché médiatement ou immédiatement, & soit sa Tangente $BC = \frac{1}{r+1} = \frac{1}{R}$. *Voyés la Figure ci à côté.* Je suppose que, suivant les préparations préliminaires don-

données dans les Memoires de 1725, cet angle cherché est toûjours moindre que la sixieme partie de l'angle droit, ou que de 15 degrés, & que par conséquent R est toûjours necessairement plus grand que $2 + \sqrt{3}$. Cette Remarque est necessaire pour déterminer le *Maximum* du Calcul Goniometrique, parce que c'est le Cas où le rayon étant $= 1$, la Tangente est $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ ou $2 - \sqrt{3}$. Et c'est la plus grande Tangente qui soit possible dans le Triangle subsidiaire.

Or en substituant $r + 1$, & ses puissances au lieu de R, & de ses puissances, j'aurai cette Equation en Serie toute positive, sans aucun mêlange des Signes + & —, comme il y en a dans ma premiere & ancienne Serie, j'aurai, dis-je, cette nouvelle Equation, qui est en ce sens plus commode pour le Calcul, savoir $x = \frac{3rr + 6r + 2}{1 \times 3 R^3} + \frac{7rr + 14r + 2}{5 \times 7 R^7} + \frac{11rr + 22r + 2}{9 \times 11 R^{11}}$, &c. à l'infini, ou $x = \frac{3rr + 6r + 2}{3 R^3} + \frac{7rr + 14r + 2}{35 R^7} + \frac{11rr + 22r + 2}{99 R^{11}}$, &c. à l'infini.

Je dis presentement, que si l'on désigne par $a + 1$, l'Exposant de chaque terme de cette Serie, l'on aura cette derniere Equation en Formule exemplaire.

$$x = \frac{\underline{4a+3}\left\{ rr + \underline{8a+6}\left\{ r + \underline{2} \right.\right.}{\underline{4a+3}\times\underline{4a+1}\times R^{\underline{4a+3}}},$$

$$\text{ou } x = \frac{\underline{4a+3}\left\{ rr + \underline{8a+6}\left\{ r + \underline{2} \right.\right.}{\underline{16aa+16a+3}\,R^{\underline{4a+3}}}.$$

Car en substituant dans cette derniere Formule exemplaire les valeurs de a, successivement égale à o, à 1, à 2, à 3, &c. à ∞, l'on aura successivement tous les Termes de la Serie ci-dessus, $\frac{3rr+6r+2}{3R^3} + \frac{7rr+14r+2}{35R^7} + \frac{11rr+22r+2}{99R^{11}}$, &c. à l'infini: Ainsi supposant $a=0$, l'on aura

$4a+3=3$
$8a+6=6$
$16aa+16a+3=3.$

Et par conséquent le premier Terme sera $\frac{3rr+6r+2}{3R^3}$. Ensuite supposant $a=1$, l'on aura

$4a+3=7$
$8a+6=14$
$16aa+16a+3=35=16+16+3.$

Et par conséquent le second Terme sera $\frac{7rr+14r+2}{35R^7}$.

Et

Et ſuppoſant $a=2$, l'on aura

$$4a+3=11$$
$$8a+6=22$$
$$16aa+16a+3=99=64+32+3.$$

Et par conſéquent le 3me Terme ſera $\frac{11rr+22r+2}{99R^{11}}$, & ainſi de ſuite à l'infini.

Enfin ſi l'on ſuppoſe $a=\infty$, l'on aura

$$4a+3=4\infty+3$$
$$8a+6=8\infty+6$$
$$16aa+16a+3=16\infty^2+16\infty^1+3.$$

Et par conſéquent le penultieme ou l'ante-infinitieme terme ſera $\dfrac{\underline{4\infty+3}\left\{rr+\underline{8\infty+6}\left\{r+\underline{2}\right.\right.}{16\infty^2+16\infty^1+3\times R^4\ \underline{\infty+2}}$

& l'infinitième ſera $\dfrac{4\infty+7\left\{rr+\underline{8\infty+14}\left\{r+\underline{2}\right.\right.}{\underline{16\infty^2+48\infty^1+35}\times R4\ \underline{\infty+3}}$

REMARQUE I.

Chacun de ces deux Termes eſt infiniment petit, parce que le Dénominateur dans chacun eſt infiniment plus grand que le Numerateur correſpondant, & d'ailleurs ces deux Termes ſont *indéfiniment* égaux, n'y ayant d'inégalité dans les Numerateurs & les Dénominateurs que par des Infiniment petits du 1er & du 2d genre. Il eſt vrai (dans un ſens de calcul infinitaire) que ces deux derniers Termes, ſavoir

l'ante-infinitieme & l'infinitieme, sont chacun infiniment petits; mais il n'est pas moins vrai, dans ce sens, que le pénultieme terme est au dernier comme R^4 est à 1 indéfiniment.

REMARQUE II.

Il est absolument impossible d'integrer analytiquement, exactement & en general la Formule exemplaire ci-dessus, par aucune Equation d'un degré fini & déterminé, non plus que ses deux Converses, lorsque x étant exprimé par

$$x = \frac{\overline{4a+3}\left\{rr + \overline{8a+6}\left\{r + \overline{2}\right.\right.}{\overline{16aa+16a+3} \times R^{\overline{4a+3}}},$$

supposé donné avec le rayon, l'on demande la Tangente, ou que x étant supposé donné avec la Tangente, l'on demande le rayon; c'est-à-dire que le rapport du rayon à la Tangente d'un Arc étant donné, ou en nombres ou en Equation numerique finie & déterminée quelconque, il est impossible de trouver une Equation numerique qui exprime le rapport de ce rayon & de cette Tangente à l'Arc correspondant. Il est par conséquent impossible de resoudre ce Probleme géometriquement par l'intersection de deux Courbes Géometriques; & de même le rapport du rayon à l'Arc étant donné ou supposé donné en nombres quelconques ou en Equation numerique quelconque, il est impossible de déterminer ni en nombres ni en Equation numerique quelconque la Tangente correspondante à cet Arc, ni le rap-

rapport de cet Arc à la circonference entiere. Enfin il eſt de même impoſſible (le rapport de l'Arc à ſa Tangente étant donné ou ſuppoſé donné) de trouver en nombres ni en Equation numerique quelconque le rapport du rayon à cette Tangente, ni de l'Arc à la circonference entiere.

* DEMONSTRATION.

Il eſt impoſſible de déterminer exactement & analytiquement par une ſeule & même Equation d'un degré déterminé, les rapports des Tangentes des Arcs ſimples aux Tangentes des Arcs doubles, triples, quintuples, &c. des Arcs ſous-doubles, ſous-triples, ſous-quintuples, &c. ni à plus forte raiſon les rapports en general en raiſon donnée quelconque de nombre à nombre. Car il faut une Equation ou Formule du 2d degré pour les Tangentes des Arcs doubles ou ſous-doubles; il faut une Equation ou Formule du 3me degré (même dans le Cas irréductible) pour les Tangentes des Arcs triples & ſous-triples en general; il faut une Equation du 5me degré pour les Tangentes des Arcs quintuples & ſous-quintuples, &c. Il faudroit donc une Equation Tranſcendante ou de l'infinitieme degré, pour reſoudre par elle ſeule les rapports du Rayon à toutes ces Tangentes à l'infini, ou en general le rapport de la Tan-

* Cette Démonſtration, le Corollaire & les Remarques juſqu'à la page 186 incluſivement, auroient beſoin d'un plus grand éclairiſſement, que l'Auteur donnera ſéparément des Memoires de l'Académie, dans un Traité exprès.

Tangente de l'Arc $1x$ à la Tangente de l'Arc $\frac{ax}{b}$. Or une Equation de l'infinitieme degré eſt une Equation abſolument impoſſible. Donc le rapport de l'Arc à l'Arc d'un même Cercle étant donné en general, comme de a à b, il eſt abſolument impoſſible de déterminer par aucune Equation finie & déterminée le rapport des Tangentes des deux Arcs x & $\frac{bx}{a}$, & reciproquement, &c. Mais ſi l'on pouvoit intégrer en general la Serie repreſentée dans la Formule exemplaire ci-deſſus par une Equation d'un degré fini quelconque, on trouveroit par une ſeule & même Equation ou Formule exacte, les rapports du rayon & de la Tangente quelconques, & à plus forte raiſon le rapport compoſé de ces deux lignes droites aux Arcs correſpondans à ces Tangentes, & reciproquement, &c. Ce qui vient d'être démontré impoſſible. Donc ni la Serie ci-deſſus, ni la Formule exemplaire qui la repreſente, ne peuvent être intégrées. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Il n'y a que les Problemes qui peuvent ſe reduire en Equations analytiques finies & déterminées, qui puiſſent être reſolus géometriquement, par l'interſection des lignes Courbes géometriques. Donc la rectification des Arcs de Cercle en general par le rayon & par leurs Tangentes eſt impoſſible géometriquement,

ment, comme elle est impossible analytiquement.

REMARQUE III.

La ligne circulaire seule, à l'exclusion de toutes les autres especes de lignes courbes à l'infini, a cette proprieté, que tout Arc de Cercle étant pris où l'on voudra sur la circonférence entiere, égal à un autre Arc quelconque du même Cercle, ces deux Arcs sont en même tems égaux & parfaitement semblables, à cause de la parfaite uniformité de la courbure du Cercle. La ligne droite a aussi cette même proprieté commune avec le Cercle, à cause de la parfaite uniformité de situation de tous ses points.

Il suit de-là, que la rectification exacte & Géometrique d'aucun Arc de Cercle en particulier, n'est pas plus possible que la rectification de tout autre Arc en general. Or on vient de démontrer l'impossibilité de cette rectification en general. Elle est donc également impossible dans tout Arc en particulier, puisqu'il est impossible de concevoir aucune raison de difference à cet égard entre deux Arcs d'un même Cercle, d'ont l'un seroit supposé rectifiable, & l'autre ne le seroit pas, ni même aucun autre Arc qui ne seroit pas précisément à ce premier Arc, comme nombre à nombre.

REMARQUE IV.

Cette espece de Démonstration métaphysique

que & Tranſcendante, n'eſt en ſoi ni moins exacte, ni moins certaine, ni moins convainquante que celle des trois Propoſitions ſuivantes, leſquelles ſont pourtant reçûes generalement, & approuvées par tous les Géometres, comme étant bien démontrées.

I.

Ayant déterminé arbitrairement (comme on le peut toujours) le Logarithme d'un nombre premier quelconque, autre que l'unité, par exemple du nombre 10; il eſt abſolument impoſſible de déterminer exactement, ni en nombres rationnels, ni en nombres irrationnels, le Logarithme d'aucun autre nombre premier à celui qu'on a pris d'abord. Par exemple, il eſt impoſſible d'exprimer exactement le Logarithme du nombre 7; on ne peut qu'en approcher indéfiniment par des Series rationnelles.

Remarqués que la Courbe Logarithmique n'eſt nullement uniforme, comme l'eſt le Cercle dans ſa courbure.

II.

La Triſſection de l'angle eſt un Probleme qu'on ne peut reſoudre par le Cercle & la ligne droite.

III.

L'invention des deux Moyennes proportionnelles entre deux lignes données, eſt éga-

également impoſſible par le Cercle & la ligne droite.

COROLLAIRE II.

Il ne reſte donc rien à ſouhaiter ſur la rectification des Arcs de Cercle, & ſur la meſure des angles qui en dépendent neceſſairement, ſi ce n'eſt de déterminer le plus ſimplement, le plus promptement, le plus exactement, & le plus generalement qu'il ſoit poſſible, les limites d'approximation de chaque terme de la Serie, puiſque l'integration parfaite de cette Serie eſt impoſſible. Et voici la Formule generale & exemplaire des limites de cette approximation.

ARTICLE II.

THEOREME.

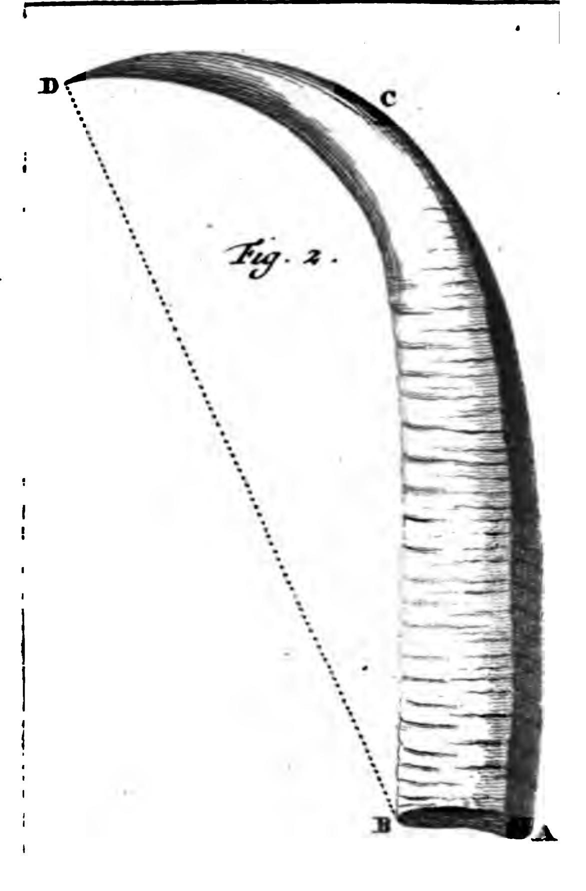
Si à la ſomme de tant de Termes qu'on voudra de la Serie Cyclometrique & Goniometrique ci-deſſus, dont le dernier Terme fini eſt donné, & peut toujours être repreſenté par la Formule exemplaire ci-deſſus, dans laquelle $\overline{a+3}$ *repreſente l'Expoſant du dernier terme dans ſon ordre naturel* $\dfrac{\overline{4a+3}\left\{rr+\overline{8a+6}\left\{r+2\right.\right.}{\overline{16aa+16a+3}\times R^{\overline{4a+3}}}$, *ſi, dis-je, l'on ajoûte à cette ſomme, la valeur* $\dfrac{1}{\overline{4a+5}\times R^{\overline{4a+5}}}$, *on aura les limites d'approximation que l'on cherche.*

DEMONSTRATION.

La Démonstration se tire aisément de la Serie primitive de rectification des Arcs par leurs Tangentes, le rayon étant exprimé constamment par R, toûjours plus grand, ou non plus petit, que la Tangente T exprimée par $\frac{1}{R}$, & l'Arc correspondant par x, on a $x = \frac{1}{R^1} - \frac{1}{3R^3} + \frac{1}{5R^5} - \frac{1}{7R^7} + \frac{1}{9R^9} - \frac{1}{11R^{11}}$ &c. suivant ce que j'ai démontré dans les Memoires de 1719. Or joignant deux à deux les Termes de cette Serie, il en resulte une nouvelle Serie, savoir $x = \frac{3RR-1}{3R^3} + \frac{7RR-5}{35R^7} + \frac{11RR-9}{99R^{11}}$, &c.

Enfin supposant $r + 1 = R$, & substituant cette valeur dans les Numerateurs, on a cette derniere Serie toute composée de termes positifs, $\frac{3rr+6r+2}{3R^3} + \frac{7rr+14r+2}{35R^7} + \frac{11rr+22r+2}{99R^{11}}$, &c.

Or par la construction & la nature même de la premiere de ces trois Series, à quelque Terme en nombre pair qu'on s'arrête, la somme de tous ces Termes approche de la valeur de l'Arc par défaut; mais si l'on y ajoûte le terme immediatement suivant, la som-


D
C
Fig. 2.
B
A

somme en approchera par excès : c'est-à-dire,

que $x > \frac{3rr + 6r + 2}{3R^3}$ & $x < \frac{3rr + 6r + 2}{3R^3} + \frac{1}{5R^5}$

& de même $x > \frac{3rr + 6r + 2}{3R^3} + \frac{7rr + 14r + 2}{35R^7}$,

& le même Arc $x < \frac{3rr + 6r + 2}{3R^3} + \frac{7rr + 14r + 2}{35R^7}$

$+ \frac{1}{9R^9}$, & ainsi de suite à l'infini.

Donc les limites d'approximation sont en general exprimées par $\frac{1}{\overline{4a + 5} \times R^{\overline{4a + 5}}}$, ajoûté à la somme d'un nombre fini quelconque de Termes de la 2de ou de la 3me Serie d'une part, & cette même somme de l'autre. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Ainsi soit la somme de tous ces Termes $= \frac{b}{c}$ qui est indéfiniment peu moindre que l'Arc qui sert de mesure à l'angle cherché ; si l'on y ajoûte $\frac{1}{\overline{4a + 5} \times R^{\overline{4a + 5}}}$, la somme sera plus grande que l'Arc, & la différence entre ces deux sommes peut devenir indéfiniment petite, & elle devient d'abord aussi petite qu'on peut le souhaiter dans la Goniometrie pratique & sensible. Il faut se souvenir que le rayon étant $= 1$, la Tangente est toûjours moindre que $\frac{1}{2 + \sqrt{3}}$ suivant

ce

ce que j'ai démontré dans les Memoires de 1725. Je prends pour exemple le premier & le plus simple des Triangles rectangles en nombres ; savoir, 3, 4, 5, dont je veux trouver l'angle aigu opposé au petit côté 3.

Comme ce petit côté 3 est plus que la moitié de l'hypothenuse 5, le Probleme se reduit au premier de mes deux Theoremes, en supposant le rayon constant $= 1$, & la Tangente

$= \frac{4 - 3}{4 + 3} = \frac{1}{7}$; ce qui donne $r = 6$ & $R = 7$.

Cette Tangente $\frac{1}{7}$ est la Tangente de l'angle qui sert de complément à l'angle cherché pour le demi-droit ou 45 degrés.

J'ai donc pour premier Terme de la Serie

$\frac{3rr + 6r + 2}{3R^3} = \frac{146}{1029}$, & pour limite $\frac{1}{4a + 5 \times R^{4a + 5}}$

$= \frac{1}{5R^5}$ puisque $a = 0$. Or $\frac{1}{5R^5} = \frac{1}{5 \times 16807}$

$= \frac{1}{84035}$. Et je suis assûré que l'arc cherché

immédiatement est entre $\frac{146}{1029} +$ & $\frac{146}{1029} +$

$\frac{1}{84035}$ du rayon, ce qui me donne 8° 7′ 48″, &c. & par conséquent l'angle cherché médiatement est de 36° 52′ 11″, &c. il n'y a qu'environ une tierce de différence. J'ai ces 8° 7′ 48″, &c. par une Regle de trois ou par simple soustraction, sans aucune Table de Sinus, Tangentes & Secantes, ou par la seule Table contenue dans une petite page impri-

primée à la fin des Memoires de 1725, p. 455.

Le ſecond Terme $\frac{7rr + 14r + 2}{35R^7}$ donne $\frac{338}{28.824.005}$, & la ſomme de ces deux premiers Termes approche de la veritable valeur de l'Arc cherché ou de l'angle cherché, auquel cet Arc ſert de meſure, cette ſomme, dis-je, en approche à moins de $\frac{1}{9R^9}$; c'eſt-à-di-re, à moins de $\frac{1}{363.182.463}$; & ainſi de ſuite à l'infini, enſorte que lorſque $\frac{1}{\overline{4a+5} \times R^{\overline{4a+5}}}$ ſerá plus petit que la partie aliquote quelconque du rayon à laquelle on s'eſt fixé, le Problême ſera pleinement & parfaitement reſolu. Et comme en pouſſant le Calcul juſqu'à moins d'une minute du dixieme genre près, j'ai démontré dans les Memoires de 1725 que cette minute du dixieme genre étoit entre $\frac{1}{34.644.566.880.952.299.166}$ & la $\frac{1}{34.644.566.880.952.299.167}$ du rayon; pour ſavoir juſques à quel Terme de la Serie il faut pouſſer le Calcul pour trouver la valeur de l'angle cherché, à moins d'une minute du dixieme genre près, il n'y a dans ce Cas qu'à égaler le Dénominateur $\overline{4a+5} \times R^{\overline{4a+5}}$

au

au Dénominateur 34. 644. 566. 880. 952. 299. 166, & l'on trouvera que c'eſt entre le 6me & le 7me Terme. La Regle eſt generale ; & c'eſt ce que l'on verra plus ſenſiblement dans l'uſage de la grande Table Goniométrique, qui ſera expliquée dans un autre Memoire.

REMARQUE.

Les Numerateurs de la Serie ci-deſſus, ſont 146, 338, 530, 722, 914, 1106, 1298, &c. dont les Expoſans ſont

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. &c.

Et les Dénominateurs, ſont

$3R^{3}$, $35R^{7}$, $99R^{11}$, $195R^{15}$, $323R^{19}$, $483R^{23}$, $675R^{27}$, &c dont les Expoſans ſont

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. &c.

C'eſt une progreſſion reglée, dont j'ai expliqué la formation dans les Memoires de 1725, p. 423 & ſuiv.

SUI-

SUITE DES MEMOIRES DE MATHEMATIQUE ET DE PHYSIQUE,

Tirez des Regiſtres

DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES,

DE L'ANNÉE M. DCCXXVII.



A AMSTERDAM,

Chez PIERRE MORTIER.

M. DCCXXXII.

Avec Privilege de N. S. les Etats de Hollande & de West-Frise.

HISTOIRE

DE

CE QUI A OCCASIONNÉ ET PERFECTIONNÉ

LE RECUEIL DE PEINTURES

DE

PLANTES ET D'ANIMAUX

SUR DES FEUILLES DE VELIN, CONSERVÉ DANS LA BIBLIOTHEQUE DU ROI.

Par M. DE JUSSIEU.

LEs Arts & les Sciences ſont ſouvent redevables de leurs perfections à des circonſtances qui paroiſſent avoir été des effets du pur hazard: on en jugera par le merite d'un Ouvrage que l'Art de broder a occaſionné, & par le fruit que la Botanique peut en tirer.

La Broderie étoit ſi en uſage ſous les Regnes de Henri IV & de Louis XIII, qu'on ne ſe contentoit pas d'en porter ſur les habits, elle faiſoit auſſi l'ornement des meubles que l'on vouloit rendre plus ſomptueux. L'ha-

L'habileté des Ouvriers consistoit à imiter, par le mêlange de l'Or & de l'Argent, des Soyes & des Laines de différentes couleurs, la varieté des plus belles fleurs qu'ils connoissoient alors : de-là vint la necessité des Desseins de fleurs, auxquels s'appliquerent ceux qui voulurent exceller dans cet Art de representer avec l'aiguille les Plantes au naturel.

On ne vit paroître en aucun tems plus de livres de fleurs gravées d'après nature. Hoefnagel, Sweerts, Theodore de Bry, Vande Pas, ou *Passæus*, Langlois, Lafleur & Vallet, en mirent au jour à l'envi les uns des autres : & la plûpart de ceux à qui ces livres étoient utiles, les faisoient enluminer pour avoir sous leurs yeux des modeles à choisir.

Le luxe de cette mode sur les habits devint bientôt si grand, que les fleurs ordinaires ne paroissant plus suffisantes, on en chercha d'étrangeres, qu'on cultiva avec soin, pour fournir aux Brodeurs de nouveaux Desseins.

C'est une obligation que la Botanique eut à la vanité du sexe; car il fallut pour l'entretenir, établir en divers endroits du Royaume, des Jardins de fleurs rares & singulieres, apportées des Païs les plus éloignés.

Jean Robin fut le premier qui se distingua à Paris par la culture des fleurs de ce genre, qu'il élevoit pour ce motif dans un Jardin, qui au commencement lui étoit propre, & qui devint par la suite en quelque façon celui de Henri IV & de Louis XIII, depuis que ces Princes entrant dans sa curiosité, lui eurent donné des appointemens avec le ti-

titre, tantôt de leur Botanifte, & tantôt de leur Simplifte.

C'étoit en ce Jardin que Pierre Vallet * Brodeur ordinaire de ces deux Rois, alloit copier d'après la nature les fleurs de la nouveauté defquelles il vouloit fe fervir pour varier fes ouvrages. Nous avons même encore de lui, fous les Titres de *Jardin du Roi Très-Chrétien Henri IV*, & de *Jardin du Roi Très-Chrétien Louis XIII*, deux éditions d'un volume *in folio* de Plantes cultivées par Robin, la derniere defquelles eft imprimée à Paris en 1623, & dediée à la Reine de Medicis. Il indique dans cet ouvrage à ceux qui en veulent enluminer les Plantes, les couleurs qu'ils doivent employer pour imiter le plus parfaitement leur coloris naturel. Et il y a apparence que c'étoit fur de pareilles inftructions que tant d'Enlumineurs s'appliquoient à colorier les livres de Brunsfellius, de Mathiole & de Fuchs, dont il nous refte encore tant d'exemplaires défigurés, par le peu de rapport que les couleurs qu'on y a appliquées, ont avec la verité des Plantes dont ils reprefentent les traits.

Le nombre des étrangeres augmentant par les acquifitions qu'en faifoit tous les jours le Botanifte Royal, & ne pouvant plus fuffire feul aux foins de leur recherche & de leur culture, il obtint du Roi que Vefpafien Robin fon fils devint fon adjoint. Il s'étoit acquis fous fon Pere beaucoup de reputation dans ce fait, & nous en avons des preuves par

* Il étoit d'Orleans.

par un Catalogue Latin qu'il fit imprimer en 1624, d'environ 1800 Plantes qu'ils cultivoient tous les deux dans ce Jardin qu'ils avoient en commun.

Mais l'établissement qui deux années après se fit au Fauxbourg St. Victor, d'un Jardin Royal, dans la vûe de l'instruction des Etudians en Medecine, donna occasion à une telle augmentation de Plantes étrangeres que Guy de la Brosse Medecin y plaçoit par la faveur du Roi & de ses Ministres, que tous les Jardins des Curieux s'en ressentirent. On les vit bientôt se parer de presque toutes celles que cet industrieux Botaniste tiroit, non seulement de toutes les parties de l'Europe, mais encore du Canada, des Isles Antilles, & des Indes Orientales où nos François établissoient des Colonies.

Les Graveurs même, qui auparavant, & lorsque les belles fleurs étoient rares, n'en avoient pû donner des figures que par parties, trouvant ces sortes de Plantes plus multipliées, en representerent depuis cet établissement encore de plus entieres.

Pierre Firens fut un de ceux qui, après Vallet, les fit graver par Daniel Rabel en un plus grand volume, & avec toutes leurs parties, dans un livre *in folio* imprimé à Paris en 1632, sous le nom de *Theatrum Floræ*.

Et Guy de la Brosse, dans le dessein de faire connoître la superiorité du Jardin du Roi, se servit de la main d'Abraham Bosse pour representer en un volume *in folio*, du double plus grand, les Plantes singulieres qu'il y éle-

élevoit, & qui manquoient aux autres Jardins.

C'étoit un ouvrage d'une grande entreprise, de l'échantillon duquel nous avons cinquante Planches; dans ce nombre il y a certaines especes, qu'aucun Botaniste depuis lui ne peut se vanter d'avoir possedées. Ces cinquante Planches, que feu M. Fagon son neveu maternel sauva long-tems après des mains d'un Chaudronnier, auquel les heritiers de la Brosse qui connoissoient peu leur merite les avoient livrées, étoient les restes de près de quatre cens autres qui étoient déja gravées.

Cette curiosité de fleurs se nourrissoit non seulement par la multiplication de ces sortes de livres de Desseins, mais encore par un commerce ouvert qui se faisoit à Paris avec les autres Villes de l'Europe, de Semences, de Racines, de Bulbes & de Pieds de Plantes rares que les Curieux se communiquoient, instruits par des Catalogues imprimés contenant celles qu'ils possedoient, pour apprendre à leurs correspondans ce qui leur manquoit, & ce qu'ils étoient en état de leur fournir en échange.

Les Princes même se faisoient honneur de ce commerce curieux. Gaston de France Duc d'Orleans qui fut un de ceux-là, commença d'abord à élever des Plantes rares au Luxembourg, à l'endroit où est aujourd'hui le Jardin de Madame la Princesse; & pour n'être pas privé de ce plaisir pendant les longs séjours qu'il faisoit à Blois, il y éleva aussi un Jardin pour lequel il semble avoir eû une prédi-

lection, si l'on en juge par les trois différentes Editions qui se sont faites du Catalogue des Plantes qu'il y cultivoit.

Les avis que ce Prince fait donner au public dans ceux de 1653 & 1654, du dessein qu'il avoit d'acquerir par argent ou par échange tout ce qui lui manquoit, font foi de la passion qu'il avoit pour cette partie de l'Histoire naturelle. Mais cette passion est bien plus marquée par la dépense de l'entretien de Mrs. Brunier, Laugier, Morisson & Marchant, quatre celebres Botanistes qu'il pensionnoit pour contribuer à l'embellissement de son Jardin.

Il ne se contenta pas d'y voir croître les Plantes rares de la France, & celles qu'on y apportoit des Païs les plus éloignés; il voulut encore que son Cabinet fût orné des Desseins & des Peintures qu'il en faisoit faire d'après le naturel.

Entre plusieurs Dessinateurs & Peintres en Miniature, qu'il avoit employés pour ce sujet, aucun ne réussit mieux que Nicolas Robert *, dont personne n'a pu égaler le pinceau.

Il dépeignoit ces Plantes chacune sur une feuille de Velin de la grandeur d'un *in folio*, avec une telle exactitude, que la moindre petite partie y est exprimée dans sa perfection: & lorsqu'il se presentoit quelque Oiseau ou quelque autre Animal dans la Ménagerie du Prince, il les peignoit sur de semblables feuilles, ensorte que Gaston se trouva insensiblement

* De Langres.

ment avoir un affés grand nombre de ces miniatures pour en pouvoir former divers porte-feuilles, dont la vûe frequente lui servoit d'une noble recréation.

Ces porte-feuilles après la mort de ce Prince, qui arriva le 3 Fevrier 1660, parurent à M. Colbert un objet digne de la curiosité de Louis XIV, qui étoit connoisseur & amateur des belles choses; ce qui porta ce Ministre à lui en proposer l'acquisition, & de faire créer en faveur d'un aussi excellent Sujet la Charge de Peintre du Cabinet, autant pour lui tenir lieu de quelque recompense, que pour l'engager à continuer un projet aussi avancé.

Ainsi Robert, flatté par la liberalité du Roi, s'attacha si fidelement à son objet, que par un travail assidu, d'environ vingt ans qu'il vécut encore, on vit paroître un Recueil de figures d'Oiseaux & de Plantes, aussi singulieres par leur rareté que par la beauté & l'exactitude de leurs Desseins.

On peut juger par le tems que cet excellent homme mettoit à rendre parfaites ces feuilles, & par le prix que Louis XIV lui en donnoit, à l'exemple de Gaston, car elles lui coûtoient cent livres piece, qu'il n'y avoit guere qu'un Prince qui pût soûtenir la continuation d'un tel ouvrage.

Si cet habile Peintre, jaloux de la curiosité de son Maître, qui seul vouloit posseder les pieces de la main d'un homme unique en ce genre, a été affés fidele pour n'en peindre dans ce goût pour qui que ce soit, il n'a pas laissé de se copier lui-même, d'une maniere

niere qui, sans le rendre coupable, a fait connoître à toute l'Europe son talent.

C'a été en gravant de sa main à l'eau forte, des Oiseaux, des Couronnes, des Vases & des Bouquets de fleurs de différente grandeur & propres aux Brodeurs. Ce dernier Recueil a pour titre, *Icones variæ ac multiformes florum appressæ ad vitam*, qui se vend aujourd'hui chés Poilli à l'image St. Benoît.

Ses peintures même d'Oiseaux & de Plantes, qui dans le grand dessein qu'avoit M. Colbert de faire travailler l'Académie Royale des Sciences à une Histoire generale des Plantes & des Animaux, servirent à l'execution de ce projet, ont été recherchées dans la suite par l'exactitude & la correction du Dessein qu'il s'étoit rendues familieres.

C'est pour cela que l'on trouve dans quelques Cabinets certaines de ses copies si fidelement executées, qu'on les prendroit pour ses originaux. Elles sont l'ouvrage de M. le Roi & de Mademoiselle Perraut ses éleves, qu'il formoit pour la miniature; cette derniere l'a possedée assés bien pour en donner aux Princesses de la Cour des *Leçons*, qu'elle a appellées *Royales* dans un petit livre *in* 12, imprimé à Paris.

Voilà comme un travail & un talent qui n'avoient eû d'abord de la part de Robert que la curiosité & la broderie & les fabriques d'ouvrages de laine & de soye en vûe, sont devenus par le goût de deux grands Princes, le fondement d'un Recueil de pieces d'Histoire naturelle qui sont uniques.

Ni la mort de Robert arrivée en 1684, ni celle

celle du Ministre qui l'avoit produit au Roi, ne firent pas cesser l'ouvrage : le Sr. Joubert, Peintre ordinaire de M. le Prince de Condé, devint aussi celui du Cabinet du Roi ; & comme il étoit plus habile à peindre des païsages, qu'à representer des Plantes, il se servit de différentes mains, & se reposa enfin de ce soin sur le Sr. Aubriet, qu'il avoit en partie formé dans la miniature.

Celui-ci, excité par le zele ardent qu'avoit pour la Botanique feu M. Fagon Professeur des Plantes au Jardin Royal & Medecin alors de la Reine, au lieu d'environ douze feuilles que son predecesseur avoit coûtume d'en presenter au Roi chaque année, en livra d'abord une trentaine, qui sous les yeux de M. Fagon acqueroient une nouvelle perfection.

La Ménagerie de Versailles qui se remplissoit alors de tous les animaux les plus rares, amenés des païs les plus éloignés, & surtout d'un nombre prodigieux d'Oiseaux singuliers, fournissoit au nouveau Peintre de nouveaux sujets de perfectionner son talent.

Mais quel accroissement ne reçut point alors ce Recueil, lorsque cet illustre amateur de la Botanique & des autres parties de l'Histoire naturelle, parvenu à la Charge de Premier Medecin de Louis XIV, se fut declaré le protecteur des Botanistes ! Le Sr. Aubriet gratifié d'un logement au Jardin Royal, & assûré de la survivance de Joubert, pouvoit à peine suffire pour tout ce qui y arrivoit de curieux, sous les auspices de celui que le Roi en venoit de faire le Sur-Intendant.

Celui-ci tâcha de faire revivre en ce Pein-

tre le genie & le goût naturel, qui avoit rendu Robert sans égal ; à quoi ne contribua pas peu l'attention qu'eut M. de Tournefort à lui faire tirer d'après nature toutes les parties détachées de chaque Plante, d'une maniere si exacte, qu'elles ont depuis servi à établir les classes & les genres dont est formé le systême des Elémens de ce celebre Botaniste.

M. Fagon jugea même qu'en donnant ce Peintre à M. de Tournefort, lorsque Louis XIV l'envoya dans le Levant, pour y faire des recherches utiles à la Botanique, il pourroit non seulement se perfectionner dans ce genre de Dessein, à la vûe des Plantes étrangeres, telles qu'elles sont sur les lieux; mais encore y faire une provision d'esquisses, qui à son retour lui fourniroient une ample matiere pour augmenter considerablement ce Recueil. En effet, le nombre des miniatures qu'il y a ajoûtées dans l'espace d'environ vingt-cinq ans, excede de beaucoup celui de Robert.

M. le Premier Medecin, qui voyoit avec plaisir l'utilité de ce travail, qui se continuoit à la vûe & à la satisfaction du Roi, se proposant d'y donner un arrangement qui servît de regle à ceux qui dans la suite travailleroient à cet ouvrage, obtint de Louis XIV, d'être pendant quelque tems dépositaire de tous ces volumes: mais la mort de ce Prince qui arriva en 1715, ne lui ayant pas permis de les garder plus long-tems, il les remit au Cabinet du Roi, d'où par ordre de feu M. le Duc d'Orleans, alors Regent, ils furent

rent transportés à la Bibliotheque du Roi entre les mains de M. l'Abbé de Louvois Bibliothequaire du Roi.

M. l'Abbé Bignon son successeur dans cette charge, touché de la cessation de cet ouvrage, par un amour du progrès des Sciences & des Arts qui lui est naturel, & dont il a donné tant de preuves, a fait son possible pour faire continuer cet œuvre; & si par la circonstance des affaires du tems, il n'a pas encore pu y réussir, au moins est-il entré dans les vûes de M. Fagon, & a jugé qu'afin que ce trésor fût de quelque utilité au public, il étoit important d'arranger ces miniatures par les classes & les genres auxquels elles peuvent se rapporter : ce qui au premier coup d'œil doit être également instructif pour les amateurs des Plantes & des Oiseaux, qui en voudront savoir les caracteres, & utile à ceux qui seront chargés du soin de faire peindre dans la suite les especes ou les nouveaux genres qu'on voudra y ajoûter.

DE LA POUSSÉE DES TERRES

CONTRE

LEUR REVETEMENT,

ET

DE LA FORCE DES REVETEMENS

QU'ON LEUR DOIT OPPOSER.

Par M. COUPLET.

SECONDE PARTIE. *

Où l'on examine la Poussée des Terres contre des Revêtemens dont les surfaces sont graveleuses & inégales, & où l'on détermine les épaisseurs que les Revêtemens doivent avoir pour leur résister.

DANS la premiere Partie de ce Mémoire, j'ai toujours regardé les Revêtemens comme des corps parfaitement polis, & dans cette hypothese, l'effort des Terres a dû être horizontal, c'est-à-dire perpendiculaire à la surface polie & verticale du Revêtement contre laquelle elles poussoient, & par conséquent apploqué à un levier égal aux deux tiers de

* 11 Janvier 1727.

de la hauteur du Revêtément. *Comme je l'ai fait voir.*

Mais si l'on veut considérer les Revêtemens comme des corps graveleux, la poussée des terres ne sera plus horizontale, c'est-à-dire perpendiculaire à la hauteur du Revêtement, mais perpendiculaire aux grains ou inégalités du Revêtement sur lesquels cet effort se fera.

Et pour-lors la Poussée des Terres ne sera plus appliquée au levier vertical, égal aux deux tiers de la hauteur du Revêtement, mais à un levier incliné qui sera beaucoup plus court.

Comme les Revêtemens sont composés de pierres ou briques, chaux & sable, qui ne donnent jamais des surfaces polies, je crois qu'il est nécessaire d'examiner quelle sera la Poussée des Terres contre ces surfaces graveleuses & inégales, & de donner la construction des Revêtemens capables de résister à l'effort des Terres qui poussent contre ces surfaces.

Cet examen est d'autant plus nécessaire, qu'il se trouve une différence notable entre l'épaisseur des Revêtemens que nous avons regardé comme polis, & celle de ceux dont les surfaces sont graveleuses & inégales; & que l'épaisseur de ces nouveaux revêtemens graveleux, comme ils le sont tous, approche plus de celle que l'expérience a fait connoître à nos plus habiles Ingénieurs & Architectes, quoi-qu'ils n'ayent pas déterminé quelle est la quantité du Revêtement employée pour faire équilibre avec l'effort des Terres, ni con-

nu ce qui leur restoit pour la solidité du Revêtement.

Mais comme les Terres prennent différens talus, nous avons examiné les Terres sur tous ces différens talus, & nous avons déterminé les bases des Revêtemens qui leur conviennent.

Pour cela nous avons premierement consideré les Terres comme des grains ou petits boulets qui sont chacun appuyé sur trois autres grains, ce qui forme des Tetraëdres.

Suivant cette hypothese de l'arrangement des Terres, nous avons examiné deux différens talus, savoir celui qui est formé par la face du Tetraëdre, & celui qui est formé par l'arrête du même Tetraëdre.

Secondement, nous avons consideré les Terres comme des grains appuyés, chacun sur quatre autres grains, ce qui forme des pyramides dont les bases sont quarrées, & nous avons examiné le talus formé par les faces de ces pyramides quarrées.

Quoi-que le talus de la face de la pyramide quarrée soit égal à celui qui est formé par l'arrête du Tetraëdre, cependant les Terres qui sont sur la face de la pyramide quarrée, poussent davantage que celles qui sont sur un talus formé par l'arrête du Tetraëdre.

Et comme les Terres qui sont sur un talus formé par la face du Tetraëdre, poussent encore autrement que celles qui sont sur l'arrête du Tetraëdre, & sur la face de la pyramide quarrée, j'ai examiné ces trois différentes poussées, & j'ai cherché les bases des Revêtemens qu'il faut opposer à ces trois especes

peces de pouffées, & j'ai donné des Tables où l'on trouve les bafes de ces Revêtemens pour les trois talus différens.

THEOREME I.

La hauteur, la bafe & la longueur d'un talus formé par les faces d'un Tetraëdre, font entre elles comme $\sqrt{8}$, 1 & 3.

DEMONSTRATION.

* Si du fommet A du Tetraëdre l'on abaiffe une perpendiculaire AN fur fa bafe BCD, elle fera la hauteur du Tetraëdre, & celle des talus formés par fes faces; & le point N fera le centre de gravité de fa bafe BCD.

Maintenant fi par le point N l'on tire DNM, l'on aura $MN = \frac{MD}{3}$.

Ainfi en faifant $MN = 1$, l'on aura $MD = 3$ & $ND = 2$.

Enfin fi par le point M l'on tire MA, cette ligne fera la longueur du talus formé par la face BAC du Tetraëdre, laquelle ligne MA étant $= MD$, fera $= 3$. Cela pofé, puifque le triangle ANM eft rectangle, l'on aura

$$AN = \sqrt{AM^2 - MN^2} = \sqrt{9-1} = \sqrt{8}.$$

Donc la hauteur AN, la bafe MN, & la longeur MA du talus formé par la face BAC du

* Fig. 1.

Car puisque nous avons trouvé la hauteur AN, la base ND, & la longueur AD entre elles, comme $\sqrt{2}$... 1... & $\sqrt{3}$, nous aurons la base ND par cette analogie,

$\sqrt{2} : 1 :: a : \frac{a}{\sqrt{2}}$, dont le quatrieme terme $\frac{a}{\sqrt{2}}$ sera la valeur de la base $ND = AH$; l'on aura de même la longueur AD du talus de l'arrête par cette analogie $\sqrt{2} : \sqrt{3} :: a : \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ dont le quatrieme terme sera la valeur de la longueur AD du talus formé par l'arrête du Tetraëdre.

Ainsi la hauteur, la base, & la longueur d'un talus formé par l'arrête d'un Tetraëdre, seront exprimées par a, $\frac{a}{\sqrt{2}}$, & $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

THEOREME III.

* *La hauteur, la base & la longueur du talus formé par la face de la pyramide quarrée, sont entre elles* :: $\sqrt{2}$, 1, & $\sqrt{3}$, *comme dans l'arrête du Tetraëdre.*

DEMONSTRATION.

Soit un grain A appuyé sur quatre autres grains, si du centre A de ce grain l'on tire des lignes AB, AC, AE, AG, aux centres des

* Fig. 24

des quatre grains qui soûtiennent le grain A, & si l'on tire les lignes EB, BC, CG, GE, c'est-à-dire, si l'on joint par des lignes droites les centres des grains qui se touchent, toutes ces lignes droites seront égales, & formeront une pyramide qui aura pour base le quarré $BCGE$, & pour faces les quatre triangles équilatéraux ABC, ACG, AGE, AEB.

Maintenant si du sommet A l'on tire une perpendiculaire AN sur la base, le point N sera le milieu de cette base, & la perpendiculaire AN sera la hauteur de la pyramide.

Enfin si du point N, milieu du quarré qui sert de base à la pyramide, l'on tire ND au milieu de BC, & si l'on tire AD, il est évident que AD sera la longueur du talu formé par la face ABC, & ND sera le fruit ou la base de ce talu.

Puisque les lignes AB, BC, BE, &c. qui joignent les centres des grains qui se touchent, sont égales, si l'on fait chacune de ces lignes $= 2$, l'on aura $BD = \frac{BC}{2} = 1$.

On aura aussi $DN = \frac{DF}{2} = \frac{BE}{2} = 1$.

Et à cause du triangle rectangle ADB, l'on aura $AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{4-1} = \sqrt{3}$.

Et à cause du triangle rectangle AND, l'on aura $AN = \sqrt{AD^2 - DN^2} = \sqrt{3-1} = \sqrt{2}$.

Donc $AN : ND : AD :: \sqrt{2} : 1 : \sqrt{3}$, c'est-à dire que la hauteur AN, la base ND,

&

& la longueur *AD* du talu formé par la face *ABC* de la pyramide composée de cinq grains, sont : : $\sqrt{2}$: 1 : $\sqrt{3}$, comme la hauteur, la base & la longueur du talus formé par l'arrête du Tetraëdre. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE.

Si l'on fait la hauteur $AN = a$, l'on aura la hauteur *AN*, la base *ND*, & la longueur *AD* du talus formé par la face de la pyramide quarrée $= a$, $\frac{a}{\sqrt{2}}$, $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$, comme dans le Corollaire du Théoreme II.

THEOREME IV.

La pesanteur du grain A *est à l'effort qu'il fait suivant la direction* AM *du talus formé par la face* BAC *du Tetraëdre, commme* $\sqrt{2}$ *est à* 1.

DEMONSTRATION.

* Soit tirée *NQ* parallele au talus *MA*, & *NP* parallele à l'arrête *AD* du Tetraëdre, l'on aura un parallelogramme *APNQ*, qui aura pour diagonale la verticale *AN*. Ainsi en exprimant la pesanteur du grain *A* par cette diagonale verticale *AN*, elle se décomposera en deux forces exprimées par *AP* & *AQ*.

Mais

* Fig. 2.

Mais la force AQ eſt entierement ſoûtenue par le grain Q. Donc il ne reſte au grain A que la force AP ſuivant la longueur AM du talus formé par la face BAC du Tetraëdre: ainſi la peſanteur du grain A eſt à l'effort qu'il fait ſuivant $AM :: AN : AP$.

Mais $AP = \frac{2AM}{3}$. Car à cauſe des paralleles AD, PN, l'on aura $AP : AM :: ND : MD :: 2 : 3$. Ce qui donne $AP = \frac{2AM}{3}$. Ainſi la peſanteur du grain A eſt à l'effort qu'il fait ſuivant $AM :: AN : \frac{2AM}{3}$.

Mais par le Théoreme I. $AN : AM :: \sqrt{8} : 3 :: 2\sqrt{2} : 3$, & par conſéquent $AN : \frac{2AM}{3} :: 2\sqrt{2} : 2 :: \sqrt{2} : 1$. Donc la peſanteur AN du grain A eſt à l'effort AP, ou $\frac{2AM}{3}$ qu'il fait ſuivant la longueur AM de la face du Tetraëdre :: $\sqrt{2} : 1$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

THEO-

THEOREME V.

La pesanteur d'un grain A *est à l'effort qu'il fait sur chacun des trois grains qui le soûtiennent* :: $\sqrt{6}$: 1, *& cet effort se fait toûjours suivant l'arrête d'un Tetraëdre.*

DEMONSTRATION.

* Soit tirée *NP* parallele à *AD* qui passe par les centres des boulets de l'arrête du Tetraëdre, & *NQ* parallele à *AM*, l'on aura un parallelogramme *APNQ*, qui aura pour diagonale la verticale *AN*.

Ainsi en exprimant la pesanteur du grain *A* par cette diagonale verticale *AN*, elle se décomposera en deux forces exprimées par *AP* & *AQ*.

Mais la force *AP* étant dans le plan du triangle *ABC*, est entierement soûtenue par les grains des deux arrêtes *AB*, *AC*, ensorte qu'il ne reste au grain *A* que la force *AQ* pour presser le grain *Q* dans la direction de l'arrête *AD*.

Mais $AQ = \frac{AD}{3}$. Car à cause des paralleles *MA*, *NQ*, l'on aura *AQ* : *AD* :: *MN* : *MD* :: 1 : 3. Ce qui donne $AQ = \frac{AD}{3}$.

Donc la pesanteur d'un grain *A* est à l'effort

* Fig. 1.

fort qu'il fait sur un grain Q qui le soûtient $:: AN : \frac{AD}{3}$.

Mais puisque par le Théoreme II. $AN : AD :: \sqrt{2} : \sqrt{3}$, l'on aura $AN : \frac{AD}{3} :: \sqrt{2} : \frac{\sqrt{3}}{3}$, c'est-à-dire, la pesanteur AN d'un grain A : l'effort AQ ou $\frac{AD}{3} :: \sqrt{2} : \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Mais $\sqrt{2} : \frac{\sqrt{3}}{3} :: \sqrt{18} : \sqrt{3} :: \sqrt{6} : 1$.

Donc la pesanteur du grain A est à l'effort qu'il fait suivant l'arrête AD sur le grain Q qui le soûtient $:: \sqrt{6} : 1$.

Et comme le grain A presse également les trois grains G, Z, Q qui le soûtiennent, il s'ensuit que la pesanteur du grain A est à l'effort qu'il fait sur chacun des grains qui le soûtiennent $:: \sqrt{6} : 1$, & que cet effort est toujours suivant les arrêtes d'un Tetraëdre. *Ce qu'il falloit démontrer.*

THEO-

THEOREME VI.

* *La pesanteur d'un grain* A *appuyé sur quatre autres grains de la pyramide quarrée, est à l'effort qu'il fait suivant la longueur* AD *du talus formé par la face de la même pyramide* $:: \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} : 1$ *ou bien* $:: 1 : \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$.

DEMONSTRATION.

Si l'on tire *NP* parallele à la longueur *AF* de la face *AGE*, & *NQ* parallele à la longueur *AD* de la face ou talus formé par la face *ABC*, l'on aura un parallelogramme *APNQ*, qui aura pour diagonale la verticale *AN*, & dont le côté *AP* sera $= \frac{AD}{2}$. Car *NP* étant parallele à la ligne *AF*, & coupant *FD* en deux parties égales, coupera aussi *AD* en deux également.

Ainsi exprimant la pesanteur du grain *A* par la diagonale verticale *AN*, elle se décomposera en deux forces *AQ*, *AP*. Mais la force *AQ* étant dans le plan du triangle *AGE*, est soûtenue par les grains *G*, *E*. Donc il ne reste au grain *A* que la force *AP* suivant la longueur *AD* du talus formé par la face *ABC*.

Ainsi la pesanteur du grain *A* est à l'effort qu'il

* Fig. 2.

qu'il fait, suivant $AD :: AN : AP$: ou bien :: $AN : \frac{AD}{2}$.

Mais par le Théoreme III, $AN : AD : \sqrt{2} : \sqrt{3}$, & par conséquent $AN : \frac{AD}{2} :: \sqrt{2} : \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Donc la pesanteur AN est à l'effort AP ou $\frac{AD}{2}$ que le grain A fait suivant la longueur AD du talus formé par la face $ABC :: \sqrt{2} : \frac{\sqrt{3}}{2} :: \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} : 1$ ou :: $1 : \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

COROLLAIRE POUR LES THEOREMES IV, V & VI.

* Puisque nous regardons les Revêtemens comme des corps graveleux, c'est-à-dire, des corps dont les surfaces sont inégales & grenées, telles que des murailles bâties de pierres, chaux & sable, les doivent avoir; il est évident que ces Revêtemens présenteront aux sables qu'ils doivent retenir, une surface sur les grains de laquelle les grains de sable s'appuyeront, comme le grain A s'appuye sur le grain Q, lorsque les Terres présentent au Revêtement un talus formé par l'arrête d'un Tetraëdre, comme dans la figure premiere, & comme le grain A s'appuye sur les grains G & Z, lorsque les Terres présentent au Revê-

* Fig. 1.

vêtement un talus formé par la face d'un Tetraëdre, c'eſt-à-dire, quand un grain *A* appuyé ſur trois grains, eſt appuyé ſur deux grains *G* & *Z* du côté du Revêtement, (*fig.* 1.)

* Et comme le grain *A* s'appuye ſur les grains *B* & *C*, (*fig.* 2,) lorſque les Terres préſentent au Revêtement un talus formé par la face d'une pyramide quarrée, c'eſt-à-dire, lorſqu'un grain *A* appuyé ſur quatre grains *B*, *C*, *G*, *E*, eſt appuyé ſur deux grains *B*, *C*, du côté du Revêtement, & par deux autres grains *G*, *E*, du côté du terreplain.

† Mais le grain *A* qui eſt appuyé ſur trois grains *G*, *Z*, *Q*, fait ſur le grain *Q* qui le ſoûtient du côté du Revêtement, un effort qui eſt à ſa peſanteur : : 1 : $\sqrt{6}$ ſuivant le Theoreme V, & cet effort ſe communique juſqu'au grain *D* du Revêtement ſuivant l'arrête du Tetraëdre, lorſque le Revêtement eſt du côté de cette arrête; & comme chaque grain qui ſe trouve dans les arrêtes aboutiſſantes au Revêtement, fait contre le Revêtement le même effort que le grain *A*, il s'enſuit que tous les grains qui ſont dans le triangle *ADH*, c'eſt-à-dire, entre le talus naturel *AD* des Terres & le Revêtement *HD*, font contre le revêtement un effort qui eſt à leur peſanteur totale : : 1 : $\sqrt{6}$.

‡ Le même grain *A* qui s'appuye ſur deux grains *G*, *Z*, du côté de la face du Tetraëdre, faiſant des efforts qui ſe communiquent par les arrêtes *AC*, *AB* juſqu'au Revêtement qui ſeroit du côté de la face du Tetraëdre, fait

* Fig. 2. † Fig. 1. ‡ Fig. 1.

fait un effort composé suivant la longueur *APM* de cette face qui est à sa pesanteur :: 1 : $\sqrt{2}$, suivant le Theoreme IV ; & comme tous les grains qui sont dans des faces de Tetraëdre communiquantes au Revêtement font contre le Revêtement le même effort suivant la longueur de la face du Tetraëdre, il s'ensuit que tous les grains qui sont entre le Revêtement & le talus *ABC* que les Terres prennent naturellement du côté de la face du Tetraëdre, font contre le Revêtement un effort total qui est à leur pesanteur totale :: 1 : $\sqrt{2}$, lorsque le Revêtement est du côté de la face du Tetraëdre.

* Lorsque le grain *A* est appuyé sur quatre grains *B*, *C*, *G*, *E*, c'est-à-dire, sur deux grains *B*, *C* du côté du Revêtement, & sur deux grains *E* & *G* du côté du terreplain du Rempart, il fait deux efforts suivant les arrêtes *AB*, *AC* de la pyramide quarrée, qui se communiquent jusqu'au Revêtement ; & de ces deux efforts il en résulte un suivant la longueur *AD* de la face de la pyramide quarrée, qui est à la pesanteur du grain *A* :: $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$: 1 suivant le Theoreme VI : & comme tous les grains qui sont sur le talus *ABC* font le même effort contre le Revêtement qu'on suppose du côté de ce talus, il s'ensuit que la pesanteur de tous les grains qui poussent contre le Revêtement, c'est-à-dire, qui sont entre le Revêtement & le talus formé par la face de la py-

* Fig. 2.

pyramide quarrée, eſt à l'effort total qu'ils font contre ce Revêtement, comme $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} : 1$.

AVERTISSEMENT I.

Nous exprimerons toûjours la peſanteur des Terres ou Sables dont le terreplain du Rempart eſt formé & chargé, par leur profil.

AVERTISSEMENT II.

* Soient les Terres *ADH* qu'il faut ſoûtenir par un Revêtement *HDB*, ſi par l'extremité *B* de la baſe du Revêtement l'on tire une ligne *BO*, cette ligne *BO* diviſera le Revêtement en deux parties *HFB*, *FDB*, & les Terres en deux parties *OFH*, *ADFO*.

Or il eſt évident que la partie *ADFO* des Terres ne fera aucun effort pour renverſer le Revêtement, puiſqu'elle s'appuyera ſur la partie *FDB* du Revêtement, comme elle s'appuyeroit ſur un pareil volume de Terre, mais qu'au contraire elle feroit effort pour retenir cette partie *FDB* du Revêtement, en cas que l'autre partie *HFB* voulût l'entraîner avec elle en cas de renverſement.

Donc il ne faut point comprendre la partie *ADFO* des Terres dans celles qui font effort pour renverſer le revêtement, mais ſeulement la partie *OFH*.

Et ſi l'on veut ſe mettre dans le cas le plus deſavantageux, c'eſt-à-dire, dans le cas où le Re-

* Fig. 3.

Revêtement eſt plus facile à renverſer, il faut ſuppoſer que la partie *HFB* du Revêtement n'eſt pas liée avec l'autre partie *FDB*, & que par conſéquent le Revêtement caſſera ſuivant *FB*, & qu'il n'y aura que la partie *HFB* qui ſera renverſée, parce que l'autre partie *FDB*, eſt, comme nous l'avons dit, retenue par les Terres *ADFO*. Au lieu que ſi nous le faiſions caſſer ſuivant l'horizontale *DB*, le Revêtement ſeroit plus difficile à renverſer, puiſque la partie *HFB*, contre laquelle pouſſent les Terres, ſeroit obligée d'entraîner avec elle la partie *FDB*, & de vaincre la réſiſtance des Terres *ADFO*.

En un mot le Revêtement ſera toûjours plus difficile à caſſer horizontalement que parallelement au talus *AD* des Terres; car ſi l'on veut le faire caſſer ſuivant une ligne horizontale *FR*, il eſt évident que pour-lors les Terres *OFTZ* feront effort pour retenir la partie *TFR*, & pour empêcher que le Revêtement ne caſſe ſuivant *FR*, de la même maniere que la partie *ADFO* des Terres retenoit la partie *FDB* du Revêtement.

Donc le Revêtement ſera toûjours plus facile à caſſer ſuivant *FB*, ou ſuivant *TR* parallelement au talus *AD* des Terres, car pour-lors les Terres ne feront aucun effort pour le retenir.

C'eſt ſuivant cette hypotheſe, que j'ai réſolu les Problemes ſuivans.

PROBLEME I.

Déterminer l'énergie des Terres pour renverser le Revêtement.

SOLUTION.

* Soit *ADH* le profil des Terres qu'il faut soûtenir.

HDB le Revêtement qui les doit soûtenir.

Et *AD* le talus quelconque que les Terres prendroient pour se soûtenir elles-mêmes sans Revêtement.

Par l'extrémité *B* de la base du Revêtement, soit tirée *BO* parallele au talus *AD* des Terres : cette ligne divisera les Terres *ADH* en deux parties *ADFO*, *OFH*, dont la premiere *ADFO* ne contribuera point à renverser le Revêtement, puisqu'elle se soûtiendra sur la partie *FDB* du Revêtement, de la même maniere qu'elle se soûtiendroit sur des Terres mises en sa place.

Il n'y aura donc que la partie *OFH*, qui fera effort pour renverser le Revêtement, en le cassant suivant la ligne *FB*.

Maintenant soit la hauteur *AN* des Terres, comme aussi celle *HD* du Revêtement..... $= a$

La base *ND* du talus que prennent les Terres.. $= b$

Le talus *AD*...................................... $= c$

La base *DB* du Revêtement............ $= x$

A cause des triangles semblables *AND*, *FDB*,

* Fig. 36

FDB, l'on aura $ND : DB :: AN : FD$, c'est-à-dire, $b : x :: a : FD = \frac{ax}{b}$, & par conséquent $HF = a - \frac{ax}{b} = \frac{ab - ax}{b}$.

Et à cause des paralleles *OB*, *AD*, l'on aura $AO = DB = x$, & par conséquent l'on aura $OH = AH - AO = b - x$.

Multipliant cette valeur de *OH*, qui est $b - x$, par la moitié de la valeur de *HF*, c'est-à-dire, par $\frac{ab - ax}{2b}$, le produit $\frac{abb - abx - abx + axx}{2b}$ $= \frac{abb - 2abx + axx}{2b}$ sera la surface du triangle *OFH*, c'est-à-dire, le profil des Terres qui poussent pour renverser le Revêtement, par lequel profil nous exprimerons toûjours la pesanteur des Terres.

Soit cette pesanteur des Terres à l'effort qu'elles font parallelement à leur talus $AD :: f : \varphi$, l'on aura l'effort desdites Terres *OFH*, par cette analogie $f : \varphi :: \frac{abb - 2abx + axx}{2b} : \frac{\varphi abb - 2\varphi abx + \varphi axx}{2bf}$, dont le quatrieme terme sera l'effort que les Terres *OFH* font contre le Revêtement *HDB*, parallelement à leur talus *AD*.

Mais cet effort étant réuni au centre de gravité *P* du triangle *OFH*, & se faisant suivant *PV*, parallele au talus *AD*, est appliqué au bras de levier *BV* tiré du point d'ap-

d'appui B perpendiculairement ſur PV.

Il faut donc chercher ce levier BV, pour le multiplier par l'effort que nous avons trouvé ſuivant PV.

Soit BL parallele à NA, les triangles rectangles AND, LVB feront ſemblables, l'on aura donc $AD : ND :: LB : BV$.

Mais $AD = c$, $ND = b$, & $LB = SF$, & à cauſe que PV paſſe par le centre de gravité P du triangle OFH, & qu'elle eſt parallele à ſon côté OF, $SF = \frac{HF}{3} = \frac{ab - ax}{3b}$.

Ainſi l'analogie $AD : ND :: LB : BV$ ſe change en celle-ci..... $c : b :: \frac{ab - ax}{3b} : BV$.

D'où l'on tire $BV = \frac{abb - abx}{3bc} = \frac{ab - ax}{3c}$.

Multipliant cette valeur du levier BV par l'effort des Terres OFH, qui lui eſt appliqué, le produit $\frac{b^3 - 3bbx + 3bxx - x^3}{2bf} \times \frac{\varphi aa}{3c}$ ſera l'énergie des Terres OFH, qui font effort pour renverſer le Revêtement. *Ce qu'il falloit trouver.*

PRO-

PROBLEME II.

Trouver l'énergie d'une masse de Terre AI, *dont le terre-plain du Rempart seroit chargé.*

SOLUTION.

* Soit comme dans le Probleme précédent, la hauteur QL des Terres .... $= a$
La base LX de leur talus ou QH..... $= b$
La longueur QX de ce talus............ $= c$
La base ZX du Revêtement.............. $= x$
Si par l'extrémité Z du Revêtement, l'on tire AZ parallele au talus QX, l'on aura AQ.............................. $= ZX = x$
Et par conséquent AH......... $= b - x$

Cela posé, il est évident que de toutes les Terres dont on pourra charger le terreplain, il n'y aura que celles qui seront sur AH qui feront effort pour renverser le Revêtement, puisque celles qui seront sur AQ se soutiendront avec les Terres $ADXQ$ sur la partie DZX du Revêtement, comme elles se soûtiendroient sur un pareil volume de Terre.

Soit pris le parallélogramme AI pour le profil des Terres qui sont sur AH, & soit la hauteur de ce parallélogramme $= d$. Sa surface par laquelle il faut exprimer la pesanteur des Terres dont il est le profil, sera $= \overline{b - x} \times d = db - dx$.

Soit comme dans le Probleme précédent, la pe-

* Fig. 4.

pesanteur des Terres à l'effort qu'elles font suivant ou parallelement au talus QX, dans le rapport de f à φ, l'on aura l'effort des Terres, dont AI est le profil, par cette analogie, $f:\varphi::bd-dx:\frac{\varphi bd-\varphi dx}{f}$, dont le quatrieme terme est l'effort que les Terres, dont AI est le profil, font contre le Revêtement.

Mais cet effort étant réuni au centre de gravité P du profil parallélogrammique AI, & agissant suivant PY, est appliqué au bras de levier ZY tiré du point d'appui Z perpendiculairement sur PY, ainsi il faut trouver ce bras de levier ZY.

Pour cela soit tirée SZ parallele à QL, les triangles rectangles semblables QLX, SYZ donneront $QX:LX::SZ$, ou $CD:ZY$.

Mais $QX=c$, $LX=b$.

Et à cause que PY passe par le centre de gravité P du parallélogramme AI, & est parallele au talus QX ou AD, le côté AH du parallélogramme est coupé en deux parties égales, comme aussi HD en deux parties égales; ce qui donne $CD=\frac{HD}{2}$.

Mais HD que nous avons trouvé dans le Probleme précédent sous le nom de $HF=\frac{ab-ax}{b}$. Donc $CD=\frac{ab-ax}{2b}$.

Donc l'analogie $QX:LX::SZ$, ou $CD:ZY$, devient celle-ci, $c:b::\frac{ab-ax}{2b}:ZY=\frac{ab-ax}{2c}$.

Mul-

Multipliant cette valeur $\frac{ab-ax}{2c}$ du levier ZY par l'effort $\frac{\varphi bd-\varphi dx}{f}$ des Terres qui chargent la partie AH du terreplain, le produit $\frac{\varphi adbb-2\varphi adbx+\varphi adxx}{2cf}$ sera l'énergie des Terres dont le terreplain du Rempart est chargé, laquelle Formule se reduit à $\frac{\overline{b-x}^2\times\varphi ad}{2cf}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

PROBLEME III.

Trouver l'énergie du Revêtement triangulaire HDB *qui doit soûtenir les Terres qui font effort pour le renverser.*

SOLUTION.

* Soient comme dans les Problemes précédens, la hauteur HD du Revêtement, comme la hauteur AN des Terres............. $= a$

La base BD du Revêtement........... $= x$

La base ND du talus des Terres....... $= b$

A cause des triangles rectangles semblables AND, FDB, l'on aura $FD = \frac{ax}{b}$ & $HF = a - \frac{ax}{b} = \frac{ab-ax}{b}$, & la surface du trian-

* Fig. 8.

triangle $HFB = \frac{HF \times DB}{2} = \frac{abx - axx}{2b}$.

Or de tout le Revêtement HDB, il n'y a que la partie HFB qui résiste à l'effort des Terres OFH qui poussent pour renverser le Revêtement.

C'est donc l'énergie de cette partie qu'il faut trouver: Pour cela soit la pesanteur de la maçonnerie à celles des Terres dans le rapport de p à ϖ.

Si la partie HFB étoit de Terre, l'on exprimeroit sa pesanteur par sa surface $\frac{abx - axx}{2b}$; mais comme elle est de maçonnerie dont nous avons supposé la pesanteur à celle de la Terre dans le rapport de p à ϖ, l'on aura sa pesanteur par cette analogie $\varpi : p :: \frac{abx - axx}{2b} : \frac{pabx - paxx}{2b\varpi}$, dont le quatrieme terme sera la pesanteur de la partie triangulaire HFB du Revêtement.

Comme cette partie HFB du Revêtement ne peut être renversée que sur le point d'appui B, & que sa pesanteur est réunie à son centre de gravité Q, cette pesanteur est appliquée à un bras de levier BC pour s'opposer à l'effort que font les Terres pour la renverser.

Donc si l'on multiplie la pesanteur $\frac{pabx - paxx}{2b\varpi}$

de

de cette partie *HFB* du Revêtement par son bras de levier $BC = \frac{2BD}{3} = \frac{2x}{3}$,

Le produit $\frac{pabxx - pax^3}{3bw}$ sera l'énergie de la partie *HFB* du Revêtement qui peut être renversé par l'effort des Terres. *Ce qu'il falloit trouver.*

REMARQUE.

* Si le Revêtement n'avoit point de fruit, c'est-à-dire, que sa face extérieure *GB* fût parallele à la face intérieure *HD*, il faut remarquer que,

1°. Si l'on suppose le point d'appui du Revêtement en *B*, pour-lors l'énergie du parallélogramme *HFBG* sera à celle du triangle *HFB* :: $2 \times \frac{1}{2} : 1 \times \frac{2}{3}$, c'est-à-dire :: $1 : \frac{2}{3}$, ou :: $3 : 2$.

Car la surface du parallélogramme *GF* est à celle du triangle *HFB* :: $2 : 1$.

Et le levier du même parallélogramme *GF* est à celui du triangle *HFB* :: $\frac{1}{2} : \frac{2}{3}$.

Ainsi multipliant ces deux analogies par ordre, l'on aura l'énergie du parallélogramme *GF* à celle du triangle *HFB*, comme $2 \times \frac{1}{2} : 1 \times \frac{2}{3}$ ou :: $3 : 2$.

2°. Si le point d'appui n'étoit point en *B*, mais que les points d'appui du parallélogramme *GF*, & du triangle *HFB* fussent écartés du

* Fig. 2.

du point B de $\frac{1}{3}$ de leur base, il arriveroit que le parallélogramme & le triangle auroient même énergie.

Car le levier du parallélograme seroit à celui du triangle :: $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6} : \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$ ou $\frac{2}{6}$, c'est-à-dire :: 1 : 2.

Ainsi multipliant par ordre la premiere analogie de la Remarque, & celle-ci, l'on aura

l'énergie du parallélogramme GF
à l'énergie du triangle HFB,
comme 2×1
est à.... 1×2.

C'est-à-dire, l'énergie du parallélogramme égale à celle du triangle.

Donc il est indifférent d'opposer aux Terres qui veulent ébouler, ou le parallélogramme GF, ou le triangle HFB, lorsqu'on veut que le point d'appui soit éloigné du point B de $\frac{1}{3}$ de leur base BF.

PROBLEME IV.

Trouver la base BD *du Revêtement triangulaire* HDB *qui doit faire équilibre avec la Poussée des Terres, sur le point d'appui* B.

SOLUTION.

* Comme le Revêtement & les Terres doivent faire équilibre sur le point d'appui B, il faut que leurs énergies soient égales sur ce même appui B.

Mais

* Fig. 3.

Mais nous avons trouvé dans le Probleme premier l'énergie des Terres

$$= \frac{b^3 - 3bbx + 3bxx - x^3}{2bf} \times \frac{\varphi aa}{3c}.$$

Et nous avons trouvé dans le Probleme troisieme l'énergie du Revêtement triangulaire $= \frac{pabxx - pax^3}{3b\pi}$.

Ce qui donne cette égalité

$$\frac{b^3 - 3bbx + 3bxx - x^3}{2bf} \times \frac{\varphi aa}{3c} = \frac{pabxx - pax^3}{3b\pi}$$

D'où l'on tire $\frac{\sqrt{\pi\varphi abb}}{\sqrt{2fcp} + \sqrt{\varphi\pi a}} = x$ qui est la base demandée. *Ce qu'il falloit trouver.*

PROBLEME V.

Trouver l'énergie d'un Revêtement quelconque, c'est-à-dire, d'un Revêtement qui n'est ni triangulaire ni parallélogrammique, sur un point d'appui quelconque.

SOLUTION.

* Soit $HXZT$ un Revêtement qui n'est ni triangulaire ni parallélogrammique, dont le sommet HT soit parallele au talus naturel QX des Terres.

Soit la hauteur HX du Revêtement, & cel-

* Fig. 4.

celles QL des Terres.......................... $= a$

La base ZX du Revêtement............ $= x$

La base LX du talus naturel des Terres.. $= b$

La longueur QX de ce talus............ $= c$

Par l'extrémité extérieure Z de la base du Revêtement, soit tirée AZ parallele au talus QX des Terres.

Par le point H, sommet du Revêtement, soit tirée HO parallele au talus TZ du Revêtement.

Par le point T, sommet du talus du Revêtement, soit tirée TF parallele à la hauteur AX du Revêtement.

Enfin par le point B, où OH rencontre AZ, soit tirée BK parallele à la base ZX du Revêtement.

Toutes ces paralleles donneront le triangle HDB, semblable & égal au triangle TMZ, & le triangle HKB semblable & égal au triangle TFZ. Ce qui donnera $KB = FZ$, & $HD = TM$.

Soit $KB = y$, & XO égale à la base du Revêtement que nous avons trouvé & déterminé dans le Probleme IV, c'est-à-dire

$= \frac{\sqrt{\varpi \varphi abb}}{\sqrt{2fcp} + \sqrt{\varpi \varphi a}}$; pour-lors à cause des triangles semblables QLX, DXZ, l'on aura $LX : QL :: ZX : DX$, c'est-à-dire, $b : a :: x : DX$

$= \frac{ax}{b}$, ce qui donne $HD = HX - DX = a$

$- \frac{ax}{b} = \frac{ab - ax}{b}$.

Et à cause des triangles semblables QLX, DKB,

DKB, l'on aura $LX : QL :: BK : DK$, c'eſt-à-dire, $b : a :: y : DK = \frac{ay}{b}$, ce qui donne HK ou $HD + DK = \frac{ab - ax + ay}{b}$.

Et à cauſe des triangles ſemblables HXO, HKB, l'on aura $HK : KB :: HX : XO$, c'eſt-à-dire, $\frac{ab - ax + ay}{b} : y :: a : \frac{\sqrt{\pi\varphi abb}}{\sqrt{2fcp} + \sqrt{\pi\varphi a}}$.

Ce qui donne $y = \frac{\overline{b - x} \times \sqrt{\pi\varphi a}}{\sqrt{2fcp}} = BK$ ou FZ.

Multipliant cette valeur de y ou de BK ou FZ par la valeur $\frac{ab - ax}{2b}$ de $\frac{HD}{2}$, le produit $\frac{\overline{bb - 2bx + xx} \times a\sqrt{\pi\varphi a}}{2b\sqrt{2fcp}}$ ſera la ſurface du triangle HDB ou de ſon égal TMZ.

Si le Revêtement étoit de terre, j'exprimerois la peſanteur de ſa partie TMZ par cette ſurface que je viens de trouver; mais comme il eſt de maçonnerie, dont la peſanteur eſt à celle de la Terre dans le rapport de p à π, l'on aura la peſanteur de cette partie TMZ du Revêtement par l'analogie ſuivante. $\pi : p :: \frac{\overline{bb - 2bx + xx} \times a\sqrt{\pi\varphi a}}{2b\sqrt{2fcp}} : \frac{\overline{bb - 2bx + xx} \times pa\sqrt{\pi\varphi a}}{2\pi b\sqrt{2fcp}}$, dont le quatrieme terme eſt la peſanteur de cette partie TMZ du

Revêtement, & se réduit à $\frac{\overline{b-x}^2 \times pa\sqrt{\pi\varphi a}}{2\pi b\sqrt{2fcp}}$.

Comme cette partie TMZ ne peut être renversée qu'autour du point Z, sa pesanteur réunie à son centre de gravité est appliquée à un bras de levier $\pi Z = \frac{2FZ}{3} = \frac{\overline{b-x} \times 2\sqrt{\pi\varphi a}}{3\sqrt{2fcp}}$.

Ainsi multipliant cette valeur $\frac{\overline{b-x} \times 2\sqrt{\pi\varphi a}}{3\sqrt{2fcp}}$ du levier πZ par la pesanteur $\frac{\overline{bb-2bx+xx} \times pa\sqrt{\pi\varphi a}}{2\pi b\sqrt{2fcp}}$, le produit $\frac{\overline{b^3-3bbx+3bxx-x^3} \times paa\pi\varphi}{6b\pi fcp} = \frac{\overline{b^3-3bbx+3bxx-x^3} \times a^2\varphi}{6bfc}$ sera l'énergie du triangle TMZ qui se réduit à $\frac{\overline{b-x}^3 \times aa\varphi}{6bfc}$.

Voyons maintenant quelle est l'énergie de la partie parallelogrammique $HDMT$ du Revêtement.

Puisque nous avons trouvé $FZ = \frac{\overline{b-x} \times \sqrt{\pi\varphi a}}{\sqrt{2fcp}}$,

&

& que nous avons fait $ZX = x$, nous aurons

$$FX = ZX - FZ = x - \frac{\overline{b-x} \times \sqrt{\pi\varphi a}}{\sqrt{2fcp}}.$$

Multipliant cette valeur de FX par la valeur $\frac{ab-ax}{b}$ de HD, le produit résultant $\frac{abx-axx}{b}$ $- \frac{\overline{b-x} \times a\sqrt{\pi\varphi a}}{b\sqrt{2fcp}}$ sera la surface du parallelogramme $HDMT$.

Comme ce parallelogramme est un profil de maçonnerie, nous aurons la pesanteur de la maçonnerie dont il est le profil, par cette analogie, $\pi : p :: \frac{abx - axx}{b} - \frac{\overline{b-x}^2 \times a\sqrt{\pi\varphi a}}{b\sqrt{2fcp}}$ est au quatrieme terme $\frac{pabx - paxx}{\pi b} - \frac{\overline{b-x}^2 \times ap\sqrt{\pi\varphi a}}{\pi b\sqrt{2fcp}}$ qui est la pesanteur de la maçonnerie, dont le parallelogramme $HDMT$ est le profil.

Mais cette pesanteur, étant réunie au centre de gravité ou milieu du parallelogramme $HDMT$, est appliquée au bras de levier EZ ou $\frac{XF}{2} + FZ = \frac{x}{2} - \frac{\overline{b-x} \times \sqrt{\pi\varphi a}}{2\sqrt{2fcp}}$ +

$$+\frac{\overline{b-x}\times\sqrt{\overline{\pi\varphi a}}}{\sqrt{2fcp}}=\frac{x}{2}+\frac{\overline{b-x}\times\sqrt{\pi\varphi a}}{2\sqrt{2fcp}}.$$

Multipliant cette valeur du bras de levier EZ par la pesanteur $\frac{pabx-paxx}{\pi b}-\frac{\overline{b-x}\times ap\sqrt{\pi\phi a}}{\pi b\sqrt{2fcp}}$ du parallelogramme $HDMT$, le produit $=\frac{pabxx-pax^3}{2\pi b}-\frac{\overline{b-x}^3\times aa\phi}{4bfc}$ sera l'énergie du parallelogramme $HDMT$, sur un appui placé en Z.

Ajoûtant cette énergie avec celle du triangle TMZ sur le même appui Z, la somme $\frac{pabxx-pax^3}{2b\pi}-\frac{\overline{b-x}^3\times aa\phi}{12bfc}$ sera l'énergie du Trapeze $HDZT$ qui peut être renversé autour de l'appui Z par la poussée des Terres.

Si l'on veut un autre appui que le point Z, il est évident que ce point d'appui sera dans la ligne DZ, qui est l'endroit par lequel le Revêtement peut être cassé.

Soit donc cet appui dans un point quelconque V de la ligne DZ, de telle sorte que l'on ait $l:g::DZ:VZ$. Si de ce nouvel appui V, l'on tire la verticale VG, l'on aura aussi $l:g::ZX:GZ$. C'est-à-dire, $l:g::x:GZ=\frac{gx}{l}$.

Or le point d'appui étant en V, les leviers πZ,

πZ, EZ auxquels étoient appliquées les pesanteurs des deux parties du Revêtement, seront racourcis de la quantité $GZ = \frac{gx}{l}$.

Il faudra donc de l'énergie du Revêtement que nous avons trouvé sur l'appui Z, retrancher le produit de la pesanteur du Revêtement, ou plutôt du Trapeze $HDZT$, par ce racourcissement $\frac{gx}{l}$ de levier; mais ajoûtant ensemble la pesanteur du parallelogramme $HDMT$, & celle du triangle TMZ, la somme $\frac{pabx - paxx}{\pi b} - \frac{\overline{b-x}^2 \times ap\sqrt{\pi\phi a}}{2\pi b\sqrt{2fcp}}$ sera la pesanteur du Trapeze $HDZT$, laquelle étant multipliée par le racourcissement $\frac{gx}{l}$ des leviers, donnera

$$\frac{pabgxx - pagx^3}{\pi bl} - \frac{\overline{b-x}^2 \times apgx\sqrt{\pi\phi a}}{2\pi bl\sqrt{2fcp}}$$ pour le produit qu'il faut retrancher de l'énergie que nous avons trouvé sur le point Z.

Enfin la soustraction étant faite, le reste

$$\frac{pabxx - pax^3}{2\pi b} - \frac{\overline{b-x}^3 \times aa\phi}{12bfc} - \frac{pabgxx + pagx^3}{\pi bl}$$

$$+ \frac{\overline{b-x}^2 \times apgx\sqrt{\pi\phi a}}{2\pi bl\sqrt{2fcp}}$$ sera l'énergie d'un Re-

vê-

vêtement quelconque, ſur un appui quelconque ſuivant les conditions énoncées. *Ce qu'il falloit trouver.*

PROBLEME VI.

Trouver la baſe d'un Revêtement quelconque, dont l'énergie ſoit à celle des Terres qui pouſſent naturellement contre lui, plus celle dont le terre-plain du Rempart ſeroit chargé, dans le rapport de m, *à* n; *& que ce rapport d'énergie ſe faſſe ſur un point d'appui quelconque* V; *& que la baſe* XO *de la partie triangulaire du Revêtement, c'eſt-à-dire, le fruit ſoit* $= \frac{\sqrt{\pi\varphi abb}}{\sqrt{2fcp} + \sqrt{\pi\varphi a}}$ *qui eſt la baſe d'un Revêtement triangulaire qui peut faire équilibre ſur l'extrémité de ſa baſe avec le terreplain ſeulement, ſuivant le Probleme IV.*

SOLUTION.

* Nous avons trouvé dans le Probleme V. l'énergie du Revêtement ſur un point quelconque $V = \frac{pabxx - pax^3}{2\pi b} - \frac{\overline{b-x}^3 \times aa\varphi}{12bfc}$

$$- \frac{pabgxx + pagx^3}{\pi bl} + \frac{\overline{b-x}^2 \times apgx\sqrt{\pi\varphi a}}{2\pi bl\sqrt{2fcp}}.$$

Et nous avons trouvé dans le Probleme pre-

* Fig. 4.

premier l'énergie des Terres qui pouſſent contre le Revêtement $= \frac{\overline{b-x}^3 \times \varphi aa}{6bfc}$.

Et nous avons trouvé dans le Probleme ſecond l'énergie des Terres dont le terreplain du Rempart ſeroit chargé $= \frac{\overline{b-x}^2 \times \varphi ad}{2cf}$.

Mais ſuivant l'énoncé de ce Probleme, l'énergie du Revêtement doit être à l'énergie des Terres & de la maſſe dont le terreplain ſeroit chargé, dans le rapport de m, à n, ce qui donne cette analogie $\frac{pabxx - pax^3}{2\pi b} - \frac{\overline{b-x}^3 \times aa\varphi}{12bfc} - \frac{pabgxx + pagx^3}{\pi bl} + \frac{\overline{b-x}^2 \times apgx\sqrt{\pi\varphi a}}{2\pi bl\sqrt{2fcp}} : \frac{\overline{b-x}^3 \times \varphi aa}{6bfc} + \frac{\overline{b-x}^2 \times \varphi ad}{2cf} :: m : n$.

D'où l'on tire

$$x = \frac{\sqrt{\begin{array}{l} 6f\varphi p\pi ncbbl \times \overline{l - 2g} \times \overline{2am + an + 5md} \\ - 9bbmnldg\pi\varphi\sqrt{2acp\pi f\varphi} \\ + \frac{f\varphi p\pi ca}{2} \times \overline{3bgn}^{2} + \overline{3ld\pi\varphi mb}^{2} \end{array}} - lb\pi\varphi \times \overline{2am + an + 3md} - \frac{1}{2}nbg\sqrt{18fpc\pi\varphi a}}{6fpcln - aln\pi\varphi - 12cfgnp - gn\sqrt{18fpc\pi\varphi a} - 2alm\pi\varphi}$$

pour la base du Revêtement proposé. *Ce qu'il falloit trouver.*

POUR LA FACE DE LA PYRAMIDE TRIANGULAIRE OU TETRAEDRE.

COROLLAIRE I.

Si les grains sont arrangés de maniere qu'un grain soit appuyé sur trois autres grains, comme dans le Tetraëdre, & que le talus soit formé par la face du Tetraëdre, la hauteur étant appellée a, la base du talus formé par la face du Tetraëdre sera $= \frac{a}{2\sqrt{2}}$, & la longueur du talus sera $= \frac{3a}{2\sqrt{2}}$, suivant le Théoreme I, Corollaire I.

Ainsi

Ainsi dans la formule de la base que nous avons trouvée dans le Probleme VI, il faudra substituer $\frac{a}{2\sqrt{2}}$ en la place de b qui exprimoit la base du talus.

Et substituer $\frac{3a}{2\sqrt{2}}$ en la place de c qui exprimoit la longueur du talus.

Comme nous avons trouvé dans le Théoreme IV & ses Corollaires, que la pesanteur des Terres qui sont sur le talus formé par la face du Tetraëdre, étoit à l'effort qu'elles faisoient contre le Revêtement suivant ledit talus, dans le rapport de $\sqrt{2}$ à 1;

Il faudra substituer $\sqrt{2}$ & 1 en la place f & φ que nous avions pris pour le rapport de la pesanteur des Terres, à l'effort qu'elles font contre le Revêtement suivant leur talus.

Ces substitutions étant faites, la Formule du Théoreme précédent se changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{\left\{\begin{array}{l}\frac{9}{8}p\pi na \times \overline{ll - 2lg} \times \overline{2am + an + 6md} \\ + \frac{27}{32}p\pi aaggnn + \frac{9}{8}lldd\pi\pi mm \\ - \frac{9}{8}amnldg\pi\sqrt{3p\pi}\end{array}\right\}} - \frac{l\pi}{2\sqrt{2}} \times \overline{2am + an + 3ma} - \frac{nag}{4\sqrt{2}}\sqrt{27p\pi}}{9pln - ln\pi - 18gnp - gn\sqrt{27p\pi} - 2lm\pi}$$

Ce

Ce qui donne la baſe d'un Revêtement avec un talus.

1°. En ſuppoſant que le talus, ou plutôt que la partie triangulaire formée par le talus, peut faire équilibre avec la Pouſſée des Terres ſur l'extrémité de ſa baſe.

2°. Que le Revêtement total a une énergie ſur un point d'appui quelconque, laquelle énergie eſt à l'énergie des Terres qui pouſſent contre le Revêtement, plus l'énergie d'une maſſe de terre dont le terreplain du Rempart ſeroit chargé dans le rapport de m, à n.

COROLLAIRE II.

Si l'on fait encore $m = n$, c'eſt-à-dire, ſi l'on ſuppoſe que l'énergie du Revêtement ſur l'appui quelconque V, eſt égale à l'énergie que les Terres ont contre le Revêtement plus l'énergie d'une maſſe dont le terreplain du Rempart ſeroit chargé; ce qui dirigera l'effort compoſé de la peſanteur du Revêtement, de la Pouſſée des Terres du terreplain, & de celles qui chargeroient ce terreplain vers le point quelconque donné V;

La Formule précédente ſe changera en celle-ci.

$$x = \frac{\sqrt{\left\{\begin{array}{l}\frac{1}{8} p \pi a \times \overline{ll - 2lg} \times \overline{3a + 6d} \\ + \frac{3}{32} p \pi a a g g + \frac{1}{8} l l d d \pi \pi \\ - \frac{1}{8} a l d g \pi \sqrt{3 p \pi}\end{array}\right\}} - \frac{l \pi}{2\sqrt{2}} \times \overline{a + d} - \frac{a g}{4\sqrt{2}} \sqrt{3 p \pi}}{3 p l - l \pi - 6 g p - g \sqrt{3 p \pi}}$$

qui nous donne la baſe d'un Revêtement, telle

1°. Que la partie triangulaire formée par le talus ſuffit ſeule pour faire équilibre avec les Terres du terreplain.

2°. Que l'effort compoſé de la peſanteur du Revêtement, de la Pouſſée des Terres du terreplain, & de la maſſe de terre dont ce terreplain ſeroit chargé, eſt dirigé vers un point quelconque donné *V*.

COROLLAIRE III.

Fig. 4. Si l'on vouloit de plus que l'effort compoſé de la peſanteur du Revêtement, de la Pouſſée des Terres du terreplain, & de la maſſe de terre dont le terreplain ſeroit chargé, fût dirigé vers l'extrémité *Z* de la baſe du Revête-

ment,

ment, le point d'appui V tomberoit en Z. Ce qui donneroit $ZV = 0$, & par conféquent $g = 0$, puifque nous avons fait $DZ : VZ :: l : g$.

Subftituant donc o en la place de g dans la Formule du Corollaire II, elle fe changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{\tfrac{1}{3}p\pi a \times \overline{3a + 6d} + dd\pi\pi} - \frac{a\pi - d\pi}{2\sqrt{2}}}{3p - \pi}.$$

Ce qui donne la bafe d'un Revêtement avec un talus, telle

1°. Que la partie triangulaire formée par le talus fuffit feule pour faire équilibre avec la Pouffée des Terres du terre-plain.

2°. L'effort compofé de la pefanteur du Revêtement, de la Pouffée des Terres du terreplain, & de la pouffée de la maffe de terre dont ce terreplain feroit chargé, eft dirigé vers l'extrémité Z de la bafe du Revêtement.

COROLLAIRE IV.

Si l'on fuppofe encore que le terreplain n'eft chargé d'aucune maffe de terre, il faudra faire la hauteur d de cette maffe $= 0$, & pour-lors la Formule du Corollaire III, fe changera en celle-ci, $x = \dfrac{\sqrt{aa\pi}}{\sqrt{24p} + \sqrt{8\pi}}$.

Ce qui donne la bafe d'un Revêtement, qui fuffit précifément pour foutenir l'effort des Terres du terreplain feulement, & par conféquent

séquent ce Revêtement doit être triangulaire, puisque nous avons fait ensorte que la partie triangulaire du Revêtement fût seule capable de faire équilibre avec la Poussée des Terres.

COROLLAIRE V.

Si l'on suppose que le terreplain n'est chargé d'aucune masse de terre, & que l'on veuille conserver le reste de l'hypothese du Corollaire I, on aura la base du Revêtement tel,

1°. Que la partie triangulaire formée par le talus du Revêtement, puisse faire équilibre avec la Poussée des Terres sur un appui situé à l'extrémité de sa base.

2°. Que l'énergie du Revêtement entier sur un point d'appui *V* donné quelconque soit à l'énergie des Terres dans le rapport de *m*, à *n*, l'on aura la base de ce Revêtement en substituant o en la place de la hauteur *d* de la masse qui charge le terreplain dans la Formule du Corollaire I.

Ce qui la changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{\tfrac{9}{8} p \varpi n a \times \overline{ll - 2lg} \times \overline{2am + an} + \tfrac{27}{32} p \varpi aaggnn} - \frac{l\varpi}{2\sqrt{2}} \times \overline{2am + an} - \frac{nag}{4\sqrt{2}} \sqrt{27 p \varpi}}{9pl\varpi - ln\varpi - 18gpn - gn\sqrt{27p\varpi} - 2lm\varpi}$$

qui donne la baſe du Revêtement demandé.

COROLLAIRE VI.

Si outre $d = 0$, comme dans le Corollaire V, l'on vouloit encore que le point d'appui V fût à l'extrémité Z de la baſe du Revêtement, c'eſt-à-dire, que g qui exprime VZ, fut $= 0$, pour-lors la Formule du Corollaire V ſe changera en celle-ci, $x = \frac{\sqrt{\frac{1}{4}m\pi aa + n\pi aa}}{\sqrt{9pn} + \sqrt{2m\pi + n\pi}}$.

Ce qui donne la baſe d'un Revêtement avec le talus, enſorte que

1°. La partie triangulaire formée par le talus ſuffit ſeule pour réſiſter à la Pouſſée des Terres.

2°. L'énergie du Revêtement ſur l'extrémité Z de ſa baſe eſt à l'énergie du terreplain dans le rapport de m à n.

POUR L'ARRESTE DU TETRAEDRE.

COROLLAIRE I.

Si les Terres ſont arrangées de maniere qu'un grain ſoit appuyé ſur trois autres grains, comme dans le Tetraëdre, mais que le talus ſoit formé par l'arrête du Tetraëdre;

La hauteur du Revêtement étant toujours $= a$, comme celle des Terres;

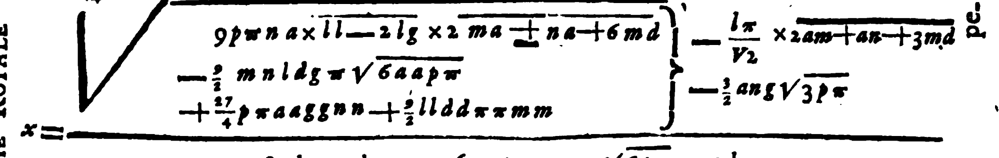
La baſe du talus formé par l'arrête du Tetraë-

traëdre sera $= \frac{a}{\sqrt{2}}$, & la longueur du talus sera $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$, comme nous l'avons vû dans le Corollaire I du Théoreme II.

Ainsi dans la formule des bases que nous avons trouvé dans le Probleme VI, il faudra substituer $\frac{a}{\sqrt{2}}$ en la place de b, qui exprimoit la base du talus des Terres, & substituer $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ en la place de c qui exprimoit la longueur de ce talus.

Comme nous avons trouvé dans le Théoreme V, & ses Corollaires, que la pesanteur des Terres qui sont sur un talus formé par l'arrête d'un Tetraëdre, est à l'effort qu'elles font contre le Revêtement suivant ledit talus dans le rapport de $\sqrt{6}$ à 1, il faudra substituer $\sqrt{6}$ & 1 en la place de f & φ que nous avions pris pour exprimer le rapport de la pesanteur des Terres à l'effort qu'elles font contre leur Revêtement suivant leur talus.

Ces quatre substitutions étant faites, la formule générale des bases que nous avions trouvé dans le Probleme VI, se changera en celle-ci, qui ne conviendra plus qu'au Revêtement qui soûtiendra des Terres sur un talus formé par des arrêtes de Tetraëdre.



$$x = \frac{\sqrt{\left.\begin{matrix} 9p\pi na \times \overline{ll - 2lg} \times 2\,\overline{ma \pm na + 6md} \\ - \frac{9}{2} mnldg\pi\sqrt{6aap\pi} \\ + \frac{27}{4} p\pi aaggnn + \frac{9}{2} lldd\pi\pi mm \end{matrix}\right\}} - \frac{l\pi}{V2} \times \overline{2am + an + 3md} - \frac{3}{2} ang\sqrt{3p\pi}}{18pln - ln\pi - 36gnp - 3gn\sqrt{6p\pi} - 2lm\pi}$$

qui nous donne la base du Revêtement telle que

1°. La partie triangulaire du Revêtement formée par le talus peut seule faire équilibre avec la Poussée des Terres du terreplain sur un appui placé à l'extrémité de sa base.

2°. L'énergie du Revêtement entier sur un point donné quelconque V est à l'énergie du terreplain plus l'énergie de la masse dont le terreplain seroit chargé dans le rapport de m à n.

COROLLAIRE II.

Si l'on fait $m = n$, c'est-à-dire, si l'on fait l'énergie du Revêtement sur l'appui quelconque V égale à l'énergie des Terres du terreplain plus l'énergie de la masse dont ledit terreplain seroit chargé, ce qui dirigera l'effort composé de la

pe-

pesanteur du Revêtement, de la poussée du terreplain, & de la masse dont il est chargé, vers le point quelconque donné V;

La Formule précédente du Corollaire I pour l'arrête du Tetraëdre, se changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{\left.\begin{array}{l} 3p\pi a \times \overline{ll - 2lg} \times \overline{a + 2d} \\ - \frac{1}{2} aldg\pi\sqrt{6p\pi} \\ + \frac{3}{2} p\pi aagg + \frac{1}{2} lldd\pi\pi \end{array}\right\}} - \frac{l\pi}{\sqrt{2}} \times \overline{a + d} - \frac{1}{2} ag\sqrt{3p\pi}}{6pl - l\pi - 12gp - g\sqrt{6p\pi}}$$

qui donne la base d'un Revêtement telle que

1°. La partie triangulaire formée par le talus suffit seule pour faire équilibre avec la poussée du terreplain sur un appui placé à l'extrémité de sa base.

2°. L'effort composé de la pesanteur du Revêtement, de la Poussée des Terres du terreplain, & de la masse dont il est chargé, est dirigé vers le point quelconque donné V.

COROLLAIRE III.

Si l'on vouloit que l'effort composé de la pesanteur du Revêtement, de la pous-

ſée du terreplain, & de la maſſe dont il eſt chargé, fût dirigé vers l'extrémité Z de la baſe du Revêtement, le point d'appui V tomberoit en Z. Ce qui donneroit $ZV = o$, & par conſéquent $g = o$, puiſque nous avons fait $DZ : VZ :: l : g$.

Subſtituant donc o en la place de g dans la Formule du Corollaire II précédent, elle ſe changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{\left.3p\pi a \times \overline{a+2d} + \tfrac{1}{2}dd\pi\pi\right\}} - \frac{\pi}{\sqrt{2}} \times \overline{a+d}}{6p+\pi}$$

qui eſt la baſe d'un Revêtement telle que

1°. La partie triangulaire formée par le talus ſuffit ſeule pour faire équilibre avec la pouſſée du terreplain ſur un point d'appui ſitue à l'extrémité de la baſe dudit talus.

2°. L'effort compoſé de la peſanteur du Revêtement, de la pouſſée du terreplain, & de la maſſe dont il eſt chargé, eſt dirigé vers l'extremité Z de la baſe du Revêtement.

COROLLAIRE IV.

Si outre $m = n$, & $g = o$, comme dans le Corollaire précédent, l'on ſuppoſe encore $d = o$, c'eſt-à-dire, que le terreplain n'eſt chargé d'aucune maſſe, la Formule du Corollaire III ſe changera en celle-ci,

$x = \frac{\sqrt{\pi aa}}{\sqrt{12p} + \sqrt{2\pi}}$ qui eſt la baſe d'un Revê-

vêtement qui suffit pour soûtenir l'effort du terreplain seulement sur un appui placé à l'extrémité de la base dudit Revêtement ; & comme ce Revêtement doit contenir une partie triangulaire, capable de faire équilibre avec la poussée de ce même terreplain, sur un appui placé à cette même extrémité de base, il s'ensuit que ce Revêtement est triangulaire.

COROLLAIRE V.

Si l'on suppose que le terreplain n'est chargé d'aucune masse de terre, & que l'on veuille conserver le reste du Corollaire I du présent Article pour l'arrête du Tetraëdre, on aura la base du Revêtement, en substituant o en la place de la hauteur d de la masse qui charge le terreplain dans la Formule du Corollaire I.

Ce qui la changera en celle-ci,

$$x = \frac{\left.\sqrt{\begin{array}{l} 9p\varpi na \times \overline{ll - 2lg} \times \overline{am + an} \\ + \frac{27}{4} p\varpi aaggnn \end{array}}\;\right\} \begin{array}{l} - \frac{l\varpi}{\sqrt{2}} \times \overline{2am + an} \\ + \frac{3}{2} ang\sqrt{3p\varpi} \end{array}}{18pln - ln\varpi - 36gnp - 3gn\sqrt{6p\varpi} - 2lm\varpi}$$

qui donne la base du Revêtement demandé.

COROLLAIRE VI.

Si outre $d=o$, l'on vouloit encore que le point d'appui V fût à l'extrémité Z de la base du Revêtement, l'on auroit $VZ=o$, & par conséquent $g=o$, puisque nous avons fait $DZ:VZ::l:g$.

Substituant donc o dans la Formule précédente du Corollaire V, elle se changera en celle-ci, $x = \frac{\sqrt{\varpi aa \times \overline{2m+n}}}{\sqrt{36np}+\sqrt{4m\varpi+2n\varpi}}$ qui est la base d'un Revêtement tel que

1°. La partie triangulaire suffit seule pour résister à la Poussée des Terres.

2°. L'énergie du Revêtement entier sur l'extrémité Z de sa base est à l'énergie du terreplain dans le rapport de m à n.

POUR LA FACE DE LA PYRAMIDE QUARRÉE.

COROLLAIRE I.

Si les Terres sont arrangées de maniere qu'un grain soit appuyé sur quatre autres grains, comme dans les pyramides quarrées, le talus des terres sera formé par la face de cette pyramide.

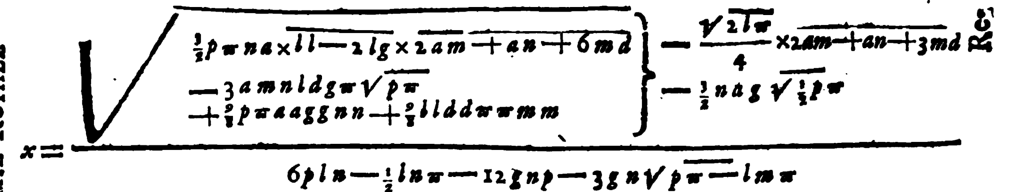
Pour-lors la hauteur du Revêtement & celle des terres étant a, la base du talus des terres

res fera $\frac{a}{\sqrt{2}}$, & la longueur de leur talus fera $= \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$, fuivant le Théoreme III.

Ainfi dans la Formule générale des bafes que nous avons trouvé dans le Probleme VI, il faudra fubftituer $\frac{a}{\sqrt{2}}$ en la place de b qui exprimoit la bafe du talus des terres, & $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ en la place de c qui exprimoit la longueur de ce talus.

Comme nous avons trouvé dans le Théoreme VI & fes Corollaires, que la pefanteur des Terres qui font fur un talus formé par la face de la pyramide quarrée, eft à l'effort qu'elles font contre un Revêtement fuivant ledit talus, dans le rapport de 1 à $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ il faudra fubftituer 1 & $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ en la place de f & φ, que nous avions pris pour exprimer le rapport de la pefanteur des Terres à l'effort qu'elles font contre leur Revêtement fuivant leur talus.

Ces quatre fubftitutions étant faites, la Formule générale des bafes que nous avons trouvé dans le Probleme VI, fe changera en celle-ci, qui ne conviendra plus qu'aux Revêtemens qui foûtiennent les Terres fur un talus formé par des faces de pyramides quarrées,



$$x = \frac{\sqrt{\left.\begin{array}{l}\frac{3}{2}p\varpi na \times \overline{ll - 2lg} \times \overline{2am + an + 6md} \\ - 3amnldg\varpi\sqrt{p\varpi} \\ + \frac{9}{8}p\varpi aaggnn + \frac{9}{8}lldd\varpi\varpi mm\end{array}\right\}} - \frac{\sqrt{2l\varpi}}{4} \times \overline{2am + an + 3md} - \frac{3}{2}nag\sqrt{\frac{1}{2}p\varpi}}{6pln - \frac{1}{2}ln\varpi - 12gnp - 3gn\sqrt{p\varpi} - lm\varpi}$$

qui eſt la baſe d'un Revêtement tel que

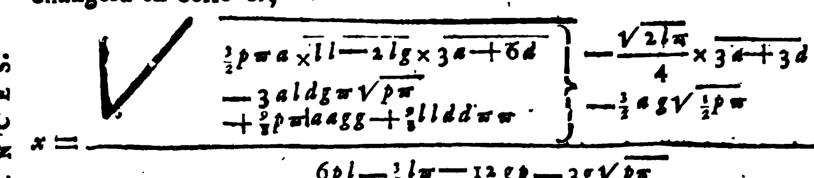
1°. La partie triangulaire du Revêtement peut ſeule faire équilibre avec la pouſſée du terreplain ſur un appui placé à l'extrémité de la baſe de ladite partie.

2°. L'énergie du Revêtement entier ſur un point donné quelconque *V* eſt à l'énergie du terreplain plus l'énergie de la maſſe dont il eſt chargé, dans le rapport de m à n.

COROLLAIRE II.

Si l'on fait $m = n$, c'eſt-à-dire, ſi l'on fait l'énergie du Revêtement ſur l'appui quelconque *V* égale à l'énergie des Terres du terreplain plus l'énergie de la maſſe dont il eſt chargé, ce qui dirigera l'effort composé de la peſanteur du

Revêtement, de la pouſſée du terreplain, & de la pouſſée des Terres dont il eſt chargé, vers le point quelconque donné V, la Formule du Corollaire I ſe changera en celle-ci,



$$x = \frac{\sqrt{\left.\begin{array}{l}\frac{3}{2}p\varpi a \times \overline{ll - 2lg} \times \overline{3a + 6d} \\ - 3aldg\varpi\sqrt{p\varpi} \\ + \frac{9}{8}p\varpi aagg + \frac{9}{8}lldd\varpi\varpi\end{array}\right\}} - \frac{\sqrt{2l\varpi}}{4} \times \overline{3a + 3d} - \frac{3}{2}ag\sqrt{\frac{1}{2}p\varpi}}{6pl - \frac{3}{2}l\varpi - 12gp - 3g\sqrt{p\varpi}}$$

qui donne la baſe d'un Revêtement tel que

1°. La partie triangulaire HXO ſuffit pour faire équilibre avec la pouſſée du terreplain ſur un appui placé à l'extrémité O de ſa baſe.

2°. L'effort compoſé de la peſanteur du Revêtement, de l'effort du terreplain, & de la maſſe dont il eſt chargé, eſt dirigé vers un point quelconque donné V.

COROLLAIRE III.

Si outre $m = n$, comme dans le Corollaire II, l'on ſuppoſe encore le point

d'appui V placé à l'extrémité Z de la baſe du Revêtement, l'on aura l'effort compoſé de la peſanteur du Revêtement, de la pouſſée du terreplain, & de la maſſe dont il eſt chargé, dirigé vers l'extrémité Z de la baſe du Revêtement, ce qui donnera ZV, & par conſéquent $g = 0$, puiſque nous avons fait $DZ : VZ :: l : g$.

Subſtituant donc o en la place de g dans la Formule du Corollaire II, elle ſe changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{\tfrac{3}{2} p m a \times \overline{3a + 6d} + \tfrac{9}{8} dd \pi\pi} - \frac{3\pi\sqrt{2}}{4} \times \overline{a + d}}{6p - \tfrac{1}{2}\pi}$$

qui eſt la baſe d'un Revêtement tel que

1°. La partie triangulaire HXO ſuffit pour faire équilibre avec la pouſſée du terreplain ſur un appui placé à l'extrémité O de ſa baſe.

2° L'effort compoſé de la peſanteur du Revêtement, de la pouſſée du terreplain, & de la maſſe dont il eſt chargé, eſt dirigé vers l'extrémité Z de la baſe du Revêtement.

COROLLAIRE IV.

Si outre $m = n$, & $g = 0$, comme dans le Corollaire précédent, l'on ſuppoſe encore $d = 0$, c'eſt-à-dire, que la hauteur de la maſſe dont le terreplain eſt chargé

chargé eſt $=0$, la Formule du Corollaire III ſe changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{\pi aa}}{\sqrt{8p} + \sqrt{2\pi}},$$ qui eſt la baſe d'un Revêtement qui peut ſoûtenir l'effort du terreplain ſeulement ſur un appui placé à l'extrémité de ſa baſe.

Et comme ce Revêtement doit contenir une partie triangulaire, capable de faire équilibre avec ce même terreplain, ſur un appui auſſi placé à l'extrémité de ſa baſe, il s'enſuit que ce Revêtement eſt triangulaire.

COROLLAIRE V.

Si l'on fait ſeulement la hauteur d de la maſſe de terre dont le terreplain eſt chargé $=0$, la Formule du Corollaire I ſe changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{\left.\begin{matrix}\frac{3}{2}p\pi na \times \overline{ll - 2lg} \times \overline{2am + an} \\ + \frac{9}{8}p\pi aaggnn\end{matrix}\right\}} - \frac{l\pi\sqrt{2}}{4} \times \overline{2am + an} - \frac{3}{2}nag\sqrt{\frac{1}{2}p\pi}}{6pln - \frac{1}{2}ln\pi - 12gnp - 3gn\sqrt{p\pi} - lm\pi}$$

qui eſt la baſe d'un Revêtement tel que

10. La

1°. La partie triangulaire *HXO* peut faire équilibre avec la pouſſée du terreplain, ſur l'extrémité *O* de ſa baſe.

2°. L'énergie du Revêtement entier ſur un point d'appui quelconque donné *V*, eſt à l'énergie du terreplain dans le rapport de *m* à *n*.

COROLLAIRE VI.

Si outre $d = o$, comme dans le Corollaire V, l'on fait encore $g = o$, c'eſt-à-dire, $VZ = o$, le point d'appui *V* tombera à l'extrémité *Z* de la baſe du Revêtement, & la Formule du Corollaire V ſe changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{2 \varpi maa + \varpi naa}}{\sqrt{24pn} + \sqrt{4m\varpi} + 2n\varpi}$$ qui donne la baſe d'un Revêtement tel que

1°. La partie triangulaire *HXO* peut faire équilibre avec la pouſſée du terreplain ſur un appui placé à l'extrémité *O* de ſa baſe.

2°. L'énergie du Revêtement ſur l'extrémité *Z* de ſa baſe eſt à l'énergie du terreplain dans le rapport de *m* à *n*.

SCHOLIE.

Comme les Corollaires II nous donnent la maniere de diriger l'effort compoſé de la peſanteur du Revêtement, de la pouſſée du terreplain, & de la maſſe dont il eſt chargé, vers un point quelconque *V* de la ligne *DZ*, dans laquelle le Revêtement peut caſſer, & qu'il nous fournit un talus *TZ*, tel qu'ayant mené

né par le sommet H du Revêtement une ligne HO parallele à ce talus, l'on a un triangle HXO, capable de faire seul équilibre avec la poussée du terreplain ; je crois que ces Corollaires II fournissent la méthode la plus sûre & la plus convenable pour construire les Revêtemens.

C'est pourquoi je m'attacherai à ces Corollaires II pour construire des Tables, où l'on pourra trouver les bases & les talus des Revêtemens.

Et comme ces Revêtemens contiendront les Revêtemens des Corollaires IV, lesquels font équilibre avec la poussée du terreplain seulement, il faudra aussi nous servir de ces Corollaires IV pour trouver les bases XO des parties triangulaires HXO de nos Revêtemens : c'est ce que nous allons faire dans l'application suivante.

Application des Corollaires II & IV à l'usage.

Si l'on fait la pesanteur p de la maçonnerie à celle ϖ de la Terre, dans le rapport de 3 : 2, & si l'on place le point d'appui V de maniere que $DZ : VZ :: l : g :: 3 : 1$,

On aura.. $\begin{cases} p = 3 \\ \varpi = 2 \\ l = 3 \\ g = 1 \end{cases}$

Soit de plus la hauteur d de la masse dont le terreplain est chargé = 10.

POUR

POUR LA FACE DU TETRAEDRE.

Suivant les grandeurs aſſignées aux indéterminées p, π, l, g, d, la Formule

$$x = \frac{\sqrt{\pi aa}}{\sqrt{8\pi} + \sqrt{24p}}$$ du Corollaire IV, pour la face du Tetraëdre, ſe changera en celle-ci, $x = \frac{113a}{1000}$ qui ſervira pour trouver le fruit du Revêtement, c'eſt-à-dire, la baſe de ſa partie triangulaire HXO.

Et la Formule que nous avons trouvé pour la face du Tetraëdre, dans le Corollaire II, ſe changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{117aa + 1650.8844a + 7200} - 11.48526a - 84.8526}{-4.97052}$$

qui ſervira avec la Formule $x = \frac{113a}{1000}$ pour conſtruire la Table qui appartient à la face du Tetraëdre.

POUR L'ARRESTE DU TETRAEDRE.

Subſtituant de même les grandeurs déterminées 3, 2, 3, 1, 10, en la place des indéterminées.... p, π, l, g, d,

La Formule $x = \frac{\sqrt{\pi aa}}{\sqrt{12p} + \sqrt{2\pi}}$ que nous avons trouvé pour l'arrête du Tetraëdre dans le

le Corollaire IV, se changera en celle-ci, $x = 0.177a = \frac{177a}{1000}$ qui servira pour trouver la base *XO* de la partie triangulaire *HXO* du Revêtemeut.

Et la Formule du Corollaire II pour l'arrête du Tetraëdre, se changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{117aa + 1800a + 3600} - 9a - 60}{8.48}$$ qui

servira à trouver la base entiere du Revêtement.

POUR LA FACE DE LA PYRAMIDE QUARRÉE.

Substituant de même les grandeurs déterminées 3, 2, 3, 1, 10.
en la place des indéterminées....p, π, l, g, d.

La Formule $x = \frac{\sqrt{\pi aa}}{\sqrt{8p} + \sqrt{2\pi}}$ que nous avons trouvé pour la face de la pyramide quarrée dans le Corollaire IV, se changera en celle-ci, $x = 0.205a = \frac{205a}{1000}$ qui servira pour trouver la base *XO* de la partie triangulaire *HXO* du Revêtement.

Et la Formule du Corollaire II pour la face de la pyramide quarrée, se changera en celle-ci,

$$x = \frac{\sqrt{156aa + 2292.12a + 7200} - 12.949a - 84.853}{2.204}$$

qui

qui servira à trouver la base entiere du Revêtement.

C'est suivant les Formules de ce Scholie, que sont construites les trois Tables suivantes, * où l'on suppose la pesanteur de la maçonnerie à celle de la terre dans le rapport de 3 : 2 ; où l'on a évalué les efforts accidentels à une masse de 10 pieds de hauteur, dont le terreplain du rempart seroit chargé ; & où l'on a placé le point d'appui V vers lequel l'effort composé de tous les efforts est dirigé, de maniere que $VZ = \frac{DZ}{3}$.

La premiere colomne de chaque Table contient les hauteurs des Revêtemens, de cinq pieds en cinq pieds jusqu'à cent.

La second colomne contient les bases XO des parties triangulaires HXO qui peuvent seules faire équilibre avec le terreplain, sur l'extrémité O de sa base XO.

La troisieme colomne contient la base OZ de la maçonnerie $HOZT$, adossée à la partie triangulaire HXO, afin que le Revêtement entier $HXZT$ puisse soutenir la poussée du terreplain & des efforts accidentels, & que le point V vers lequel l'effort composé de tous les efforts est dirigé, soit dans la distance $\frac{DZ}{3}$ de l'extrémité Z de la base.

Cette base OZ peut se prendre pour l'épaisseur HR au cordon.

Enfin la quatrieme colomne contient la base entiere XZ du Revêtement.

R E-

* *Voyez les trois Tables, à la fin de ce Mémoire.*

REMARQUE.

Comme nous avons ſuppoſé les Terres compoſées de parties toutes détachées les unes des autres, & parfaitement roulantes, il eſt évident que les Revêtemens que nous avons trouvé pour les ſoûtenir, ſoûtiendront encore mieux les terres qui ont quelque ténacité, comme il eſt certain qu'elles en ont toutes.

M. l'Abbé du Fay dans ſon Livre intitulé, *Maniere de fortifier, ſuivant la Méthode de M. de Vauban*, donne une Table des Epaiſſeurs des Revêtemens, dans laquelle il fait toûjours leur épaiſſeur au cordon de 4 pieds & demi, & ajoûte un talus dont la baſe eſt égale à la cinquieme partie de la hauteur du Revêtement; mais il eſt évident que ſuivant cette méthode, l'on donneroit trop de force aux Revêtemens peu élevés.

Les Tables que je propoſe étant faites pour trois différentes hypotheſes d'arrangement de terres, ſont toutes trois différentes: mais il faut remarquer que la troiſieme, qui eſt celle de la pyramide quarrée, donnant un talus égal à la cinquieme partie de la hauteur plus $\frac{1}{200}$, eſt aſſés approchante de celle de M. de Vauban pour le talus ſeulement, puiſqu'il ne differe que de $\frac{1}{200}$ de la hauteur du Revêtement; mais elle eſt differente par rapport aux épaiſſeurs au cordon, puiſque les épaiſſeurs au cordon qu'elle contient augmentent,

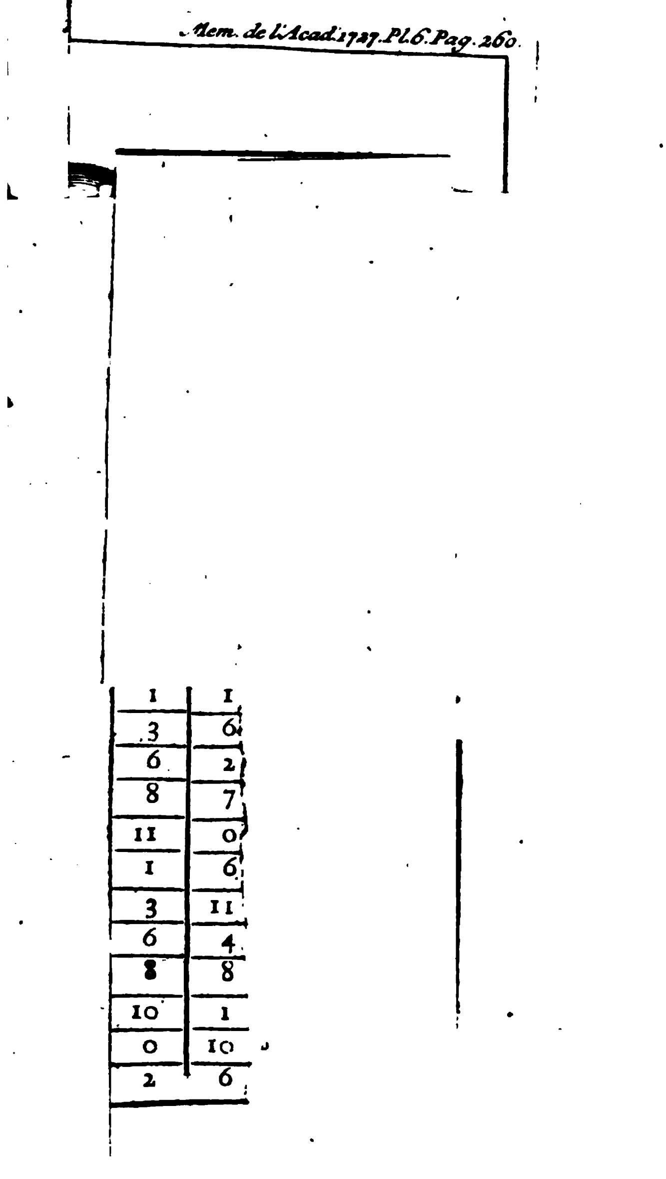
tent, au lieu que celles de M. de Vauban ſont conſtantes.

Il faut auſſi remarquer, que cette troiſieme Table eſt aſſés conforme à celle que donne M. Gautier pour les Revêtemens de Terraſſes.

Enfin l'on peut remarquer, que les baſes que nous donne cette troiſieme Table de la Pyramide quarrée, ſont plus grandes que les baſes qui ſont dans les autres Tables.

La Théorie de ce Mémoire ſe peut appliquer à la Pouſſée des Voutes contre leurs piédroits & piliers butans, & à la recherche des baſes desdits piédroits & piliers butans: mais comme ce Mémoire eſt déja aſſés long, j'en reſerve l'application aux Voutes pour un autre Mémoire, avant lequel je donnerai une ſuite de celui-ci, où je ferai voir l'utilité des Contreforts; pour ne rien laiſſer à deſirer ſur la Pouſſée des Terres, & la conſtruction des Revêtemens.

IDE'E


Mem. de l'Acad. 1727. Pl. 6. Pag. 260.
1 1
3 6
6 2
8 7
11 0
1 6
3 11
6 4
8 8
10 1
0 10
2 6

tent, au lieu que celles de M. de Vauban ſont conſtantes.

Il faut auſſi [redacted] que cette troiſieme Table eſt aſſés ... ine M. Gautier p ... aſ-ſes.

Enfin l'on p
nous donne c
mide quarrée,
ſes qui ſont d

La Théorie
quer à la Po
piédroits & pi
des baſes des
mais comme
j'en reſerve l'
autre Mémoir
ſuite de celui-
Contreforts ;
la Pouſſée de
Revêtemens.

10	17	6	5
6	18	9	5
2	20	0	4
9	21	3	3
5	22	6	2
0	23	9	1
7	25	0	0
3	26	2	11
8	27	5	8

tent, au lieu que celles de M. de Vauban ſont conſtantes.

Il faut auſſi [redacted] que cette troiſieme T[redacted] ine

M.

ſes.

E

nous

mid

ſes

L

quer

pied

des l

mais

j'en

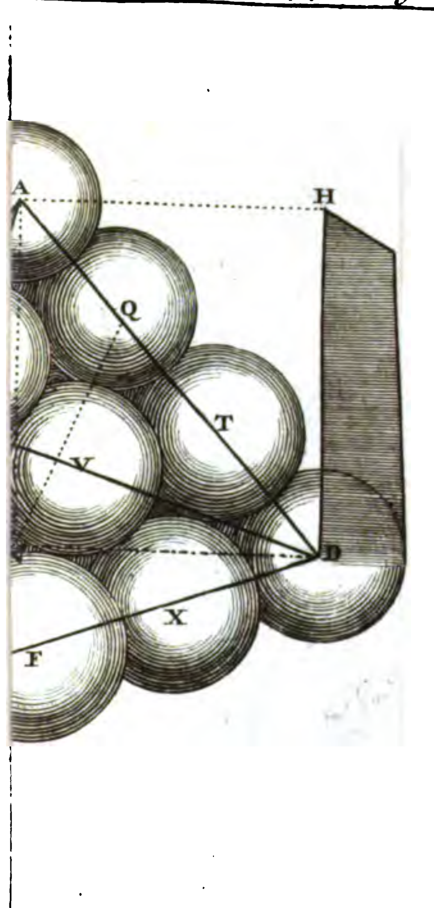
autre

ſuite

Com

la P

Rev


A
H
Q
T
V
D
X
F

A
P
C
D
B
I
E
P
Q
A
R
H
T
G
C
S
L
Fig. 4.
D
V
Y
K
C
B
L
XLMNOZ

ALE

faire la Por-
es matieres

R. *

eu, sur des
des pierres,
érentes ma-
es prépara-
trois sortes
it une infi-
s; la Terre
La dernie-
i le plus de
delà de ce-
ai elle étoit
is plusieurs
ii est peut-
elaine qu'à
iine même,
on ne fait
est mise au

iprice, que
vivacité &
ue de l'ad-
mi-

IDÉE GENERALE

Des differentes manieres dont on peut faire la Porcelaine; & quelles sont les véritables matieres de celle de la Chine.

Par M. DE REAUMUR. *

NOUS devons à l'action du feu, sur des terres, sur des sables, sur des pierres, & sur des combinaisons de ces différentes matieres, soit entre elles, soit avec des préparations minérales ou métalliques, trois sortes de productions qui nous procurent une infinité de commodités & d'agrémens; la Terre cuite, le Verre & la Porcelaine. La derniere est celle dont on a fait jusqu'ici le plus de cas; son prix a été porté bien au-delà de celui des deux autres; l'Europe à qui elle étoit étrangere, n'a rien épargné depuis plusieurs siecles pour s'en fournir; & ce qui est peut-être moins à la gloire de la Porcelaine qu'à celle des Chinois, c'est qu'à la Chine même, où se fait la plus parfaite, & où on ne fait que de vilain Verre, il y en a qui est mise au rang des choses précieuses.

Que ce soit par raison, ou par caprice, que nous sommes plus touchés de la vivacité & de la constance de ses couleurs, que de l'admi-

* 26 Avril 1727.

mirable transparence du Verre, qui semble lui rendre propre la couleur du liquide qu'il contient, toûjours reste-t-il à la Porcelaine pour avantages réels sur le Verre, d'être en état, quoique froide, de recevoir la liqueur la plus chaude; de ce que, après l'avoir reçûe, les doigts la touchent avec moins de risque de se brûler; & enfin d'être moins fragile.

L'Europe l'a trop enviée à la Chine, pour qu'on n'y ait pas cherché à en composer de pareille; si on n'y est pas parvenu, au moins a-t-on réussi à l'imiter en quelque sorte. Nous avons depuis plusieurs années une Manufacture de Porcelaine, établie à S. Cloud, qui s'est fort perfectionnée dans ces derniers tems: depuis trois à quatre ans, on a fait des Porcelaines grossieres pour des manches de couteau dans plusieurs Fayenceries du Royaume. Les Païs étrangers n'ont pas négligé cette recherche. On y a travaillé en Hollande. Les Nouvelles publiques nous ont parlé d'établissemens tentés en differens endroits, dont j'ignore le succès. Mais il y en a un en Saxe, où l'on compose une belle espece de Porcelaine, & qui est surtout remarquable par l'éclat de l'or dont est revêtu tout l'interieur de certaines tasses blanches. Il n'est pas bien sûr que quand on eût fait en Europe, ou au moins en France, de la Porcelaine aussi bonne & aussi belle que celle de la Chine, que l'étrangere ne lui eût pas été préférée. Mais il est certain que celle qui jusqu'ici a été faite en Europe, n'est pas précisément de la nature de celle de la Chine, qu'el-

qu'elle n'en a pas toutes les qualités. Quoique des Savans du premier ordre se soient exercés sur cette matiere, & qu'ils ayent assûré y avoir travaillé avec succès, ils ne nous ont même rien laissé de propre à nous mettre sur la voye des tentatives. L'Académie a eu un de ses Membres, M. Tschirnhaus, qui a trouvé le secret d'une composition de Porcelaine, qui selon les apparences est la même dont on fait usage en Saxe; il ne la confia en France qu'au seul M. Homberg, encore ce fut à condition qu'il ne la communiqueroit à personne qu'après sa mort. M. Homberg lui a trop bien tenu parole; il a survêcu M. Tschirnhaus de plusieurs années, & n'a rien appris de ce secret au public, ou, ce qui eût été la même chose, à l'Académie.

L'Etude particuliere que j'ai faite depuis long-tems des pratiques des Arts, ne pouvoit gueres me permettre d'ignorer tranquillement la nature d'une des plus belles matieres dont nous leurs soyons redevables. Et je me suis livré volontiers à une recherche où je me trouvois engagé par une sorte de necessité, dès qu'il m'a paru qu'on pouvoit y être conduit par ces principes clairs, qui menent sûrement au but quiconque n'est point effrayé par le nombre d'expériences qu'ils exigent.

Ils se tirent ici, ces principes qui doivent être des guides sûrs, de la nature de la Porcelaine. Pour la déterminer, il ne faut pas s'arrêter à ses ornemens exterieurs, au bleu, au rouge, au vert & à l'or qui la parent; les plus rares Porcelaines, les plus cheres, sont

entierement blanches, & ne sont estimées que pour une certaine nuance de blanc. Ce n'est pas encore assés de l'avoir dépouillée de ses couleurs, il faut lui enlever son écorce; le poli vif, brillant, éclatant avec lequel nous paroît toute Porcelaine, lui est aussi étranger que ses couleurs. Ce n'est qu'un enduit luisant, un vernis d'un verre transparent qui ne lui appartient pas plus en propre, que les verres ordinaires appartiennent au bois, ou que les vernis des Poteries communes & des Fayences appartiennent aux terres dont elles sont faites. Nous ne voyons donc la Porcelaine qu'au travers d'un voile, de rudes frottemens peuvent le lui enlever; mais pour la voir immédiatement, pour bien reconnoître ce qui constitue son caractere, nous n'avons qu'à considerer les cassures de divers fragmens. Nous y observerons sa tissure, nous reconnoîtrons qu'elle est moyenne entre celle du Verre, & celle des Terres cuites, ou des Poteries; nous n'y trouverons point ce brillant, cet œil verni que nous offrent les cassures de tout Verre, ni une pareille continuité de parties. Nous y demêlerons une grainure, qui, à la verité, est fort differente de celle des terres cuites, par sa finesse, & même par une sorte d'éclat; d'où il est aisé de juger que l'état de Porcelaine est un état moyen entre celui du verre, & celui des terres simplement cuites; que de-là vient en partie qu'elle est moins transparente que le verre, & qu'elle l'est plus que les poteries; que de là vient, que quoique froide, elle résiste à l'eau chaude à laquelle le verre froid

ne

ne résiste pas. Cet état moyen est susceptible d'une infinité de degrés qui composent des Porcelaines de qualités differentes; les unes, par la grosseur de leurs grains, se rapprochent plus des poteries; & les autres, par la finesse des leurs, se rapprochent plus du verre. Toûjours reste-t-il certain par le degré de transparence de la Porcelaine, & par l'éclat de son grain, qu'elle tient beaucoup du verre, & qu'on la doit regarder comme une vitrification imparfaite, ou comme une demi-vitrification.

C'est de-là que nous devons partir. Nous devons nous proposer de faire des demi vitrifications, & que ces demi-vitrifications ayent la blancheur qui plaît dans la Porcelaine. Deux maniéres différentes d'y parvenir se présentent. Pour prendre une idée de la premiere, remarquons, que si après avoir pulverisé certains sables, certaines terres, on en fait une pâte, au moyen d'un peu d'eau; ou si encore on fait entrer certains sels dans cette pâte, & qu'ensuite on l'expose à l'action d'un feu moderé, qu'elle y devient une terre cuite, pareille à celle de nos poteries. Si la chaleur est rendue plus violente, cette même matiere sera transformée en verre. Ce passage de l'état de simple terre cuite à l'état d'un verre parfait, se fait apparemment par bien des états moyens, dont les uns ne sont que des vitrifications imparfaites, des demi-vitrifications. Reste donc à découvrir quelles sont les matieres qui sont blanches dans ces états moyens, & qui y peuvent être saisies; car les états moyens ne sont pas toûjours aisément saisissables. Un morceau de glace,

un morceau d'un certain métal, peuvent être rendus fluides; mais il n'est pas aisé de les saisir dans un état de mollesse semblable à celui d'une pâte, qui doit cependant se trouver entre leur solidité la plus parfaite & leur fluidité.

Dans l'espece de demi-vitrification que nous venons de considerer, chaque grain de la pâte a été rendu verre jusqu'à un certain point. Nous pouvons concevoir une autre espece de demi-vitrification, savoir, celle d'un composé où il y ait un mêlange exact de parties totalement vitrifiées, & de parties qui le soient peu ou point du tout. Qu'on ait deux poudres fines, dont l'une peut être vitrifiée aisément, & dont l'autre ne le peut être qu'au plus violent degré de chaleur, ou ne le peut point être du tout; que l'on forme une pâte de ces deux poudres, qu'on lui fasse seulement souffrir la chaleur capable de fondre la matiere la plus fusible: on aura alors une composition à demi-vitrifiée, qu'on appellera Porcelaine, si elle a un certain degré de transparence, & une certaine blancheur.

Ce sont ces deux différentes voyes d'avoir des demi-vitrifications, que j'ai crû pouvoir suivre avec confiance: aussi ai-je trouvé qu'elles donnent chacune plusieurs especes de Porcelaines, dans lesquelles sont comprises toutes celles qu'on a faites jusqu'à present. Il y a encore une autre voye plus singuliere de faire de la Porcelaine d'une espece dont il n'y a pas apparence qu'on ait tenté d'en faire jusqu'ici; je n'en parlerai point aujourd'hui: à peine aurai-je assés de tems pour

pour faire entrevoir ce que j'ai tiré des deux autres manieres *, & ſur-tout quelles ſont les véritables matieres dont eſt faite la Porcelaine de la Chine, qui eſt apparemment ce qu'on aura le plus d'envie de ſavoir.

Les deux manieres générales de faire la Porcelaine, que nous venons d'expliquer, conduiſent naturellement à une méthode pour reconnoître laquelle des deux on a ſuivie dans la fabrique de quelque Porcelaine que ce ſoit, pourvû qu'on en ait des fragmens, ou quelque piece qu'on veuille ſacrifier. Car la Porcelaine qui eſt faite d'une matiere vitrifiable, mais ſaiſie dans le tems où elle n'étoit vitrifiée encore qu'imparfaitement, étant tenue dans un Creuſet extrêmement chaud, ou pour le plus court encore, étant expoſée immédiatement au feu de Forge, achevera de s'y vitrifier, elle s'y transformera dans un Verre ordinaire. Toutes celles des Porcelaines faites juſqu'ici en Europe, que j'ai eſſayées, ſe ſont parfaitement vitrifiées à un pareil feu. Mais on pourra expoſer au feu violent d'un ſoufflet une compoſition de deux matieres, dont l'une n'eſt point du tout, ou preſque point vitrifiable; cette compoſition ne s'y vitrifiera pas: & telle eſt celle de la Porcelaine de la Chine; le feu l'amene à la conſiſtance de la pâte la plus molle, mais il la laiſſe Porcelaine; ce qui déja nous donne un caractere bien marqué pour la diſtinguer de celles d'Europe.

Je n'ai garde d'entrer dans le détail de differens

* Ce Mémoire fut lû à une Aſſemblée publique.

rens essais, que j'ai tenté par rapport à la fabrique de celles de l'une & de l'autre espece, il doit être reservé pour un plus long ouvrage; je me contenterai de montrer la route que j'ai suivie, & qui étoit indiquée par les principes que nous venons d'établir. J'avois à essayer, quelles sont les matieres qui se peuvent vitrifier aisément, quelles sont celles qui ne se vitrifient que par le feu le plus violent, quelles sont celles qui ne se vitrifient point par les feux de nos fourneaux, quelles sont les couleurs des unes & des autres après avoir souffert un feu plus ou moins long, & plus ou moins violent. Tout ce qui est compris dans le genre des matieres terreuses, s'offroit à ces essais; les terres de toutes especes, les crayes, les bols, les marnes, les glaises, les terres ordinaires, les sables de toutes qualités, les graviers, les pierres de tous les genres, les marbres, les agathes, les cailloux, les cristaux, les grès, les granits, les talcs, les plâtres, les ardoises, &c. L'étendue de ces essais paroîtra peut-être immense; aussi ne me serois-je pas promis de les épuiser, si je n'avois cherché des voyes abrégées de les faire, & d'en faire même souvent un très-grand nombre à la fois. Celles dont je me suis servi, meriteront, je crois, d'être expliquées ailleurs au long. Qu'on ne soupçonne pas, au reste, qu'il étoit inutile d'embrasser une tâche si vaste. Quand nous rendrons un compte détaillé de ce travail, on verra que telle matiere, qui auroit pû être négligée parce qu'elle promettoit peu, méritoit beaucoup d'attention. Ce travail d'ailleurs

leurs a un objet utile; il nous mettra en état d'établir des caracteres plus marqués des différentes classes des matieres terreuses & des matieres pierreuses, que ceux qu'on en a donnés jusqu'ici.

Ce n'a pas été assés d'éprouver seule chacune des matieres de cette nombreuse suite, il a fallu les combiner les unes avec les autres pour nos compositions, & cela encore par un autre principe tourni par un Phénomene singulier. Quelquefois deux matieres prises chacune séparément ne sont nullement vitrinables, qui mêlées ensemble font un composé qui se vitrifie aisément. Enfin aux matiéres terreuses il falloit encore ajoûter des combinaisons de sels. Les essais même des sels étoient d'autant plus necessaires, que j'avois certitude que ce n'étoit qu'avec leur secours qu'on étoit parvenu à faire de la Porcelaine dans des Fayenceries du Royaume; & c'est ce que nous verrons quand nous traiterons des Porcelaines d'Europe. Enfin, entre les compositions qui pourroient devenir de bonne Porcelaine, & également belle, il importoit de déterminer celles qui le deviennent après avoir souffert un moindre degré de chaleur. Des compositions trop difficiles à cuire seroient par-là rejettables.

Au moyen de ce plan, il n'étoit gueres possible que les meilleures manieres de faire de la Porcelaine pussent échapper, & il ne laissoit pour toute gloire à prétendre que celle de l'ordre du travail, & d'une patience à l'épreuve du nombre des essais qui se présentoient. Malgré pourtant toutes mes épreu-

ves, quelque heureuſes qu'elles euſſent été, j'aurois eû beau aſſûrer, vouloir prouver par des comparaiſons de matieres, que j'avois la même compoſition que celle de la Chine, je ne ſai ſi on ſe fût voulu rendre à mes preuves. Nous devons au hazard la plupart des decouvertes; l'ordre que je m'étois preſcrit le rendoit aſſés inutile à mon travail: cependant, comme s'il falloit toûjours lui devoir quelque choſe, au moins ai-je eû beſoin qu'il me favoriſât pour pouvoir bien établir la réalité de la réuſſite.

On ſait tout ce qu'on a débité autrefois ſur la matiere de la Porcelaine de la Chine; qu'on a prétendu qu'elle étoit dûe à la prévoyance des Chinois; que comme parmi nous le pere ſeme des bois pour ſa poſtérité, que de même à la Chine on creuſoit des foſſes profondes, qu'on les rempliſſoit d'une terre qui devoit y reſter des centaines d'années pour s'y pourrir, s'y mûrir, & devenir propre à faire de belle Porcelaine. D'autres nous ont aſſûré que des coquilles fourniſſoient la matiere de la véritable Porcelaine, & nous verrons dans la ſuite ce qui a pû en impoſer à ces derniers. D'autres enfin nous ont rapporté tout ſimplement, que les Chinois faiſoient leur Porcelaine d'une ſeule terre, qui eſt particuliere à leur Païs. Des voyageurs, même ſuppoſés éclairés & pleins de bonne-foi, ſont rarement en état de nous donner des connoiſſances ſur certaines matieres. Qu'on amene en Europe des Chinois, des Japonois des plus ſenſés, qu'on leur faſſe parcourir nos differentes Manufactures; croit-on que
de

de retour chés eux, ils ſeront bien en état d'en inſtruire leurs compatriotes? On a imprimé en 1717. une Lettre du Pere d'Entrecolles Jeſuite, ſur la fabrique de la Porcelaine, qui ne doit pas être confondue avec ce qui eſt recueilli précipitamment par des voyageurs. Après avoir rempli les fonctions d'un zèlé Miſſionnaire à *Kim te tchim*, Ville de la Chine où l'on travaille le plus en Porcelaine, & où on fait la plus belle; il a entrepris de décrire ce qu'il a vû pratiquer bien des fois, & ce qu'il a appris de ſes néophytes; il l'a fait avec beaucoup d'élégance. On imagine aſſés l'empreſſement que j'eus de lire cette Lettre. J'y trouvai un grand nombre de faits curieux, la ſuite du travail bien détaillée, les procedés de chaque manipulation bien expliqués, & qui reviennent aux pratiques de nos Fayenceries d'Europe: mais je n'y trouvai point ce que je cherchois le plus, le vrai caractere des matieres dont on fait la pâte de la Porcelaine; j'y vis ſeulement que cette pâte étoit un alliage de deux matieres, mais que la Lettre ne nous faiſoit point aſſés connoître. Voici ce qu'elle en rapporte de plus précis.

La matiere de la Porcelaine ſe compoſe de deux ſortes de terres; l'une appellée Pe tun tſe, *& l'autre qu'on nomme* Kao lin. *Celle-ci eſt parſemée de corpuſcules qui ont quelque éclat; l'autre eſt ſimplement blanche, & très fine au toucher, &c. Ces deux matieres ſont apportées à* Kim te tchim, *réduites en forme de brique. Les* Pe tun tſes, *dont le grain eſt ſi fin, ne ſont autre choſe que des quartiers de Roche qu'on tire des Carrieres,*

& auxquels on donne cette forme après les avoir pilé. Toute pierre n'y est pas propre, sans quoi il seroit inutile d'en aller chercher à vingt ou trente lieues dans la Province voisine; la bonne Pierre, disent les Chinois, doit tirer un peu sur le verd.

Pour nous faire ensuite connoître la seconde matiere, le *Kao lin*, ce même Pere nous apprend *qu'il demande un peu moins de travail que le* Pe tun tse: *la Nature y a plus de part. On en trouve des Mines dans le sein de certaines montagnes, qui sont couvertes au dehors d'une terre rougeâtre. Ces Mines sont assés profondes; on y trouve par grumeaux la matiere en question, dont on fait des quartiers en forme de carreaux, en observant la même méthode que j'ai marquee*, dit ce Pere, *par rapport au* Pe tun tse. *Je ne ferois pas difficulté de croire*, ajoûte-t-il de suite, *que la Terre blanche de Malthe, qu'on appelle la* Terre de Saint Paul, *auroit dans sa matrice beaucoup de rapport avec le* Kao lin *dont je parle, quoiqu'on n'y remarque pas les petites parties argentées dont est semé le* Kao lin.

Voilà à quoi se réduisent les idées que ce Pere nous a données des matieres qui entrent dans la composition de la Porcelaine: il nous apprend qu'on en employe deux, qui sont le *Pe tun tse* & le *Kao lin*. Mais qu'est-ce que sont précisément ces deux matieres? De quel genre, de quelle espece sont ces pierres dures dont on fait le *Pe tun tse*, & qui se réduisent en une pâte fine? Qu'est-ce que c'est que le *Kao lin*? Ce Pere a soupçonné cette derniere analogue en quelque sorte à la terre de Malthe. Ce qui, loin de nous conduire à

à le reconnoître, ne pourroit que nous jetter à l'écart.

Heureusement que le Pere d'Entrecolles, qui n'avoit rien négligé de ce qui dépendoit de lui pour nous procurer des connoissances, avoit plus fait ; en envoyant sa Lettre au Pere Orry, Procureur général des Missions de la Chine, il l'avoit accompagnée d'échantillons. J'eus occasion de voir le Pere Orry en 1722. Il m'apprit qu'il avoit ces échantillons ; il me les montra sur le champ, il me pressa même de les partager, avec une politesse & des instances qui m'eussent forcé à l'accepter, quand j'en eusse eu moins d'envie.

Malgré le dérangement des étiquettes, arrivé dans un long voyage, il me fut aisé de retrouver chacune des matieres, que le Pere d'Entrecolles a désignées dans sa Lettre. Je vis donc du *Pe tun tse* en pain ; j'en vis en roche. Je fis réduire en poudre de ces fragmens de roche ; je passai la poudre à l'eau : je fus certain alors que celui que j'avois en pain, étoit véritablement venu de pareille roche.

Enfin je reconnus sans peine, que ces pierres appartiennent au genre des cailloux. Dans un Memoire que j'ai donné autrefois sur leur formation *, j'ai fait voir que ce genre de pierres est un des plus étendus. J'ai tâché de prouver qu'ils sont, pour ainsi dire, des pierres petrifiées une seconde fois, des pierres ordinaires qui, depuis leur production, ont

* *Mem. de l'Acad.* 1721. p. 332.

ont été de nouveau penetrées d'un ſuc pierreux ; que de-là vient que les cailloux s'éloignent plus ou moins du caractere des pierres communes, ſont plus ou moins cailloux. Ceux qui fourniſſent le *Pe tun tſe* ſont de ceux qui ſont le moins cailloux, de ceux qui ont le moins de tranſparence, & dont la caſſure eſt le moins polie.

Mais ce qui fait le caractere eſſentiel de ceux-ci par rapport à la Porcelaine, & ce que m'apprirent mes premiers eſſais, c'eſt que leur nature eſt de ſe vitrifier aiſément, ſans le ſecours d'aucuns ſels, quoique le feu ne les attaque qu'au travers des parois d'un Creuſet ; circonſtance dans laquelle les cailloux ordinaires ne ſe vitrifient nullement. Ils ſe transforment dans un verre un peu opaque, & aſſés blanc. Il eſt donc certain qu'une des matieres de la Porcelaine de la Chine eſt extrêmement fondante ; d'où on conclud ſans doute, que le *Kao lin* au contraire doit être cette matiere non fondante, non ou peu vitrifiable, qui, mêlée en certaine proportion avec l'autre, compoſera un tout qui ne ſera qu'imparfaitement, ou à demi vitrifiable ; & qu'ainſi la Porcelaine de la Chine eſt dans la claſſe de celles que notre ſeconde méthode nous a conduit à chercher.

Mais il reſtoit à connoître ce que c'étoit que le *Kao lin*. Ici les échantillons ne nous aidoient pas, comme pour le *Pe tun tſe* ; ils ne nous le faiſoient voir qu'en pains formés de la poudre, dans laquelle la pierre avoit été réduite. Le Pere d'Entrecolles lui-même ne l'avoit jamais vû tel que la Nature le donne,

ne, autrement il ne l'eût pas comparé à la Terre de Malthe, avec laquelle il n'a aucun rapport que celui de la couleur; il ne semble à la vérité alors, qu'une terre blanche, parsemée de brillans. J'aurois pourtant tort de faire valoir la peine que j'ai eûe à reconnoître cette matiere sous son déguisement; dès le premier coup d'œil je crus avoir deviné son origine, & je ne me trompai pas: peu auparavant j'avois fait réduire en poudre & en pâte certaines matieres, je crus revoir la pâte qu'elles m'avoient donnée, dès que je vis le *Kao lin*. Loin de penser que les brillans & les paillettes qui y sont parsemées dussent être prises pour une matiere qui lui fût étrangere, comme le sont aux sables & aux terres les paillettes talceuses qui y sont souvent mêlées; je pensai que les paillettes n'étoient ici que les plus grossiers fragmens, que ceux qui avoient échapé à la trituration; tels que sont les fragmens, les gros graviers qui restent parmi du grès pilé; & que comme ces derniers fragmens seroient propres à découvrir, à qui l'ignoreroit, quelle est la pierre d'où le sable du grès a été tiré, que de même ces paillettes nous découvroient le caractere des pierres qu'on avoit réduit en une poudre, qui paitrie ensuite à l'eau, formoit cette matiere qu'on appelle à la Chine *Kao lin*; que ces paillettes étant de vrayes paillettes talceuses, que le *Kao lin* n'étoit qu'un Talc pulverisé. Les matieres que j'avois autrefois fait réduire en une pâte, à laquelle le *Kao lin* m'avoit paru parfaitement semblable, étoient aussi des Talcs.

Ce

Ce n'étoient encore là que des conjectures probables; mais il n'étoit pas bien difficile d'imaginer un moyen de tirer de notre *Kao lin* de la Chine, des preuves qui en démontreroient la certitude ou la fausseté. Les paillettes dont il est parsemé, sont très-visibles, très-reconnoissables, & très-certainement des paillettes talceuses. Je fis fondre dans l'eau une portion de mon *Kao lin*; je séparai par des lotions les paillettes talceuses du reste de la masse; je les rassemblai, je les fis piler, passer à l'eau, & ensuite je les réduisis en pâte. Cette nouvelle pâte parut précisément la même que l'ancienne séparée de ses paillettes talceuses.

Enfin pour ne pas s'en fier au seul jugement des yeux, qui pourtant ici ne laissoit aucun lieu à scrupule, j'ai ménagé ce peu de pâte sûrement talceuse, & j'en ai fait des essais pareils à ceux que j'ai faits avec le *Kao lin*; c'est-à-dire, que j'ai exposé de petits gâteaux de l'une & de l'autre au même feu; que j'ai mêlé de l'une & de l'autre séparément, & en même proportion, avec le *Pe tun tse*, & que j'ai fait cuire ces pâtes. Les essais ne m'ont pas fait voir la moindre différence entre ma pâte talceuse tirée du pain de *Kao lin*, & le *Kao lin* même. Des fragmens de Talc ont une grande ressemblance avec ceux de la Nacre des Coquilles; c'est cette ressemblance apparemment qui a trompé les Voyageurs, qui ont écrit que les Chinois composent leur Porcelaine de Coquilles broyées.

Jusqu'ici on ne s'est pas avisé en Europe d'employer le Talc pour la composition de

la

la Porcelaine ; il eût été impossible d'en faire cet usage dans des Manufactures, sans qu'on en eût été bien-tôt instruit. Comment eût-on pû faire des amas considérables d'une matiere si reconnoissable, la préparer, sans qu'on eût remarqué à quoi on l'employoit ? D'ailleurs, comme jusqu'ici elle n'a eu que des usages qui n'en ont demandé qu'une petite quantité, il eût été impossible de donner le change sur le nouvel emploi qu'on en eût fait. Ce qui est pourtant de certain, c'est que se conduisant dans la recherche de la composition de la Porcelaine par les principes que nous avons posés, dès qu'on voudra en faire de la classe de celles qui ne sont qu'un alliage de deux matieres, dont l'une est vitrifiable & dont l'autre ne l'est point ; pour la matiere non vitrifiable, il n'est aucune dont on dût autant se promettre que du Talc : aussi n'en est-il point qui réussisse mieux. Des raisons des plus décisives, & des plus aisées à appercevoir, conduisoient à s'en servir.

1°. Nous ne connoissons point dans le genre des Pierres, de matiere plus difficile à vitrifier. Si on la renferme dans des Creusets, elle soutient la plus violente action du feu, sans en être alterée, car elle ne se calcine pas plus qu'elle se vitrifie. Par cette derniere remarque, on est averti de ne pas confondre ce Gyps transparent, qu'on nomme *Talc* à Paris, avec le véritable Talc.

2°. Nous ne connoissons point aussi de matiere qui conserve plus de blancheur & plus d'éclat au feu, que les bons Talcs ; aussi le *Kao lin* donne-t-il un blanc à la composition

cuite, que n'auroit pas le seul *Pe tun tse.*

3°. Une considération au moins aussi essentielle est celle de la transparence de cette pierre, & une transparence à l'épreuve d'un feu très violent. Si on mêloit une matiere non fusible, mais opaque, avec une matiere vitrifiable, il n'y auroit gueres lieu d'esperer de la transparence de ce composé; les parcelles opaques arrêteroient la lumiere qui auroit passé au travers des parcelles transparentes. Le Talc étant transparent, & conservant au feu sa transparence, ne laisse rien craindre de pareil pour le composé où il est entré, même dans une assés grande proportion. Le Pere d'Entrecolles, qui a observé tout ce qu'il étoit à portée d'observer, assûre qu'à *Kim te tchim*, pour faire les meilleures Porcelaines, on mêle le *Pe tun tse* & le *Kao lin* en parties égales. La plus belle & la meilleure Porcelaine est donc exactement une demi-vitrification.

4°. Enfin le Talc a naturellement une flexibilité qui manque au Verre: comme le feu qui cuit la composition où il est entré, ne le vitrifie point, ou le vitrifie imparfaitement, il assés naturel de penser qu'il contribue à donner à la Porcelaine une sorte de souplesse. Un Chinois, dont nous parle le Pere d'Entrecolles, avoit grande raison de se mocquer du Hollandois qui avoit emporté du seul *Pe tun tse* pour faire de la Porcelaine: mais il n'étoit pas lui-même au fait des qualités des matieres qui la composent, lorsqu'il ajoûtoit, qu'il avoit emporté les chairs, & qu'il avoit laissé les os. Le *Kao lin* ne fait point du tout l'effet des os. Aussi le Pere d'Entre-

tre-

trecolles semble-t-il être trop entré dans l'idée de ce Chinois, lorsqu'il admire qu'une poudre tendre donne de la solidité, qui ici paroît signifier *dureté*, au *Pe tun tse* tiré des Roches les plus dures.

La composition de la Porcelaine de la Chine est donc connue. Il ne nous reste qu'à savoir si on a en Europe, & sur-tout dans le Royaume, des mêmes matieres que celles de la Chine, ou des matieres équivalentes. Car à la Chine, on ne fait pas par-tout de la Porcelaine; & dans tous les endroits où on y en fait, on n'en fait pas d'également belle: toutes nos Verreries ne font pas des Verres également beaux. Nous avons à chercher deux matieres, dont l'une nous tienne lieu du *Pe tun tse*, & l'autre du *Kao lin*.

Si je pouvois donner ici la liste de toutes les matieres que j'ai essayées, on n'auroit pas lieu de s'inquiéter pour la matiere fondante, ou pour celle du *Pe tun tse*, & je suis convaincu qu'on trouvera à augmenter cette liste, & peut-être de matieres préférables à celles qui m'ont paru excellentes, dès qu'on saura qu'il est important de les essayer. Les qualités qui sont nécessaires à cette premiere, c'est de se vitrifier aisément & en blanc. Les Terres mêmes nous en offriront qui ont leur singularité; nos Cailloux, nos beaux Sables, pourront être employés au moyen de quelques préparations. J'avertirai pourtant ceux qui voudront faire des essais sur les sables, de s'arrêter aux graviers, aux gros sables, plus volontiers qu'aux sables fins. Il est singulier que généralement j'aye trouvé jusqu'ici ces

derniers moins fusibles que les autres.

Mais un Mémoire entier ne sera pas de trop pour examiner les qualités des différentes matieres qui peuvent servir de *Pe tun tse*; nous y donnerons des compositions qui pourront tenir lieu de *Pe tun tses* naturels, & qui peut-être même leur sont préférables.

Il ne s'agit plus que de savoir si nous pourrons avoir du *Kao lin*, ou du Talc, aussi facilement. C'est une matiere qui n'a gueres été ramassée jusqu'ici que par des curieux. On ne s'est gueres avisé de faire usage que de celui qui se trouve en grands morceaux, & qu'on peut diviser en feuilles. On en couvre des Estampes; les Religieuses les employent pour tenir lieu de glaces à leurs *Agnus-Dei*. Ce Talc nous est vendu à Paris pour Talc de Moscovie.

On a encore cherché à en faire un autre usage, & sur-tout de celui de Venise, pour composer des Fards admirables; l'éclat du Talc a été imaginé propre à en donner au teint des Dames. Si ce secret si cherché, cette huile, ou ces préparations de Talc étoient certaines, le mérite du Talc pour la Porcelaine ne seroit rien en comparaison.

Son Altesse Royale feu Monsieur le Duc d'Orleans, le plus éclairé des Princes que la France ait jamais perdu, qui saisissoit, même avec empressement, les occasions de contribuer à étendre nos connoissances, & surtout celles qui pouvoient nous mettre en état de faire valoir les avantages naturels du Royaume, voulut bien pendant plusieurs années, envoyer à tous les Intendans, des Mémoires où je demandois des Instructions dé-

détaillées sur ce que chaque Généralité produisoit en Mines, Terres, Pierres, Sables & matieres minérales, &c. & les charger d'envoyer des échantillons de chacune de ces matieres, qui sont actuellement rassemblés dans mon Cabinet. Parmi ceux que je reçus alors, il y en a de quantité de matieres qui auroient pû être regardées comme un objet d'une curiosité assés inutile; les especes de Talcs sont apparemment de ce nombre. Lorsque j'en suis venu aux essais sur la Porcelaine, j'ai trouvé à en faire un usage que je n'eusse pas osé esperer, & qui doit apprendre qu'il n'y a pas toujours aussi loin qu'on le pense, du curieux à l'utile, & que rien n'est à négliger dans les productions de la Nature. Le Poitou, le Berry, la Provence, le Languedoc, le Roussillon, & presque toutes les Généralités du Royaume, nous fournissent chacune, en plusieurs endroits, des Talcs de plusieurs especes. On n'a pas assés fouillé, assés cherché, pour savoir si on en trouvera abondamment dans tous ces endroits. Mais il y en a quelques-uns d'où on m'en a envoyé en si grande quantité, lorsque je n'en demandois que de petits échantillons, qu'il est à présumer qu'il ne seroit pas difficile d'en tirer assés pour fournir des Manufactures.

Restoit a voir si ces Talcs du Royaume réussiroient aussi bien que ceux de la Chine. Nous l'avons déja dit, on peut faire du Verre avec presque tous les cailloux: mais tout sable, tout caillou ne fait pas du Verre également beau. Aussi tous nos Talcs ne seront pas également propres à la Porcelaine:

il n'en eit gueres pourtant qui ne mérite quelque attention. Mais un Memoire entier suffira à peine pour faire remarquer leurs singularités; c'en est assés pour celui-ci, de dire que j'ai comparé de ceux dont on trouve le plus abondamment dans le Royaume, avec le *Kao lin* de la Chine; & que de même j'ai comparé la matiere qui doit nous servir de *Pe tun tse*, avec le véritable *Pe tun tse*. Il étoit aisé de bien faire cette comparaison. J'ai mêlé en parties égales le *Kao lin* de la Chine & le *Pe tun tse* de la Chine ; tantôt j'en ai fait faire de très petits gobelets, tantôt seulement des gâteaux, pour ménager des matieres qui m'étoient si nécessaires, & si difficiles à recouvrer. C'est à cette pâte purement de la Chine, que je devois comparer les autres. J'ai mêlé dans la même proportion quelques-uns de nos Talcs avec *Pe tun tse* de la Chine, & j'ai mêlé de même le *Kao lin* de la Chine avec le le *Pe tun tse* de France; & enfin j'ai mêlé ensemble du *Pe tun tse* de France, & de son *Kao lin* ou Talc. Ces essais cuits ensemble au même feu, ne pouvoient manquer de me donner tous les éclaircissemens desirés. La matiere fondante de France, mêlée avec le *Kao lin* de la Chine, a fait aussi bien que le *Pe tun tse* de la Chine mêlé avec le *Kao lin* du même païs ; & le *Kao lin* de France, joint au *Pe tun tse* de la Chine, a tenu lieu du *Kao lin* de la Chine. Si je l'osois même, je dirois qu'il y en a qui a mieux réussi. Enfin notre Talc ou *Kao lin* de France, combiné avec notre pierre fondante ou *Pe tun tse*, a réussi comme le *Kao lin* de la Chine mêlé avec la même pierre.

La

La premiere épreuve que j'ai faite pour m'assûrer que le *Kao lin* de la Chine est un Talc pulverisé, celle où j'ai séparé par des lotions des paillettes talceuses d'un morceau de pâte de *Kao lin*, m'a fourni une autre observation, dont il est important de faire part à ceux qui voudront rechercher des Talcs pour en composer la Porcelaine. Le sédiment qui a été séparé par mes lotions, étoit composé de paillettes talceuses, & de grains d'un sable blanc. Pour avoir les paillettes talceuses, j'ai été obligé de les séparer de ce sable. Ce n'est pas ce que je veux faire remarquer: mais que le sable entre en partie dans la matiere qu'on pile pour en former les pains de *Kao lin*; que par conséquent cette matiere n'est pas, comme nos Talcs de Venise & de Moscovie, en morceaux de Talc pur; qu'il y a apparence qu'elle n'est qu'une sorte de pierre talceuse, dans la composition de laquelle le Talc entre pour beaucoup. Ainsi on doit tenter de faire usage des pierres talceuses, comme des Talcs. On en trouve plus communément, & nous en avons dans le Royaume qui réussissent admirablement pour la Porcelaine.

Quoique j'aye essayé par préférence les Talcs du Royaume, je n'ai pas négligé les épreuves de ceux des Païs étrangers. Les Talcs de Moscovie, les Talcs de Venise, ont été éprouvés; les matieres qui semblent tenir des Talcs, comme la Craye de Briançon, l'Amianthe, &c. l'ont été aussi; & ces différens essais m'ont fourni des observations singulieres pour la pratique & pour la physique.

Au reste, on voit assés que nous n'avons donné jusqu'ici qu'une legere ébauche d'un Art entierement nouveau pour nous, & qui présente une vaste matiere à d'utiles & de curieuses recherches. Nous aurons par la suite à en expliquer toutes les manipulations; comment on réduit en poudres fines nos sables ou pierres fondantes, & nos Talcs; à prescrire des regles sur le degré de finesse qui leur est essentiel; à apprendre comment on y parvient facilement en les passant à l'eau. Il nous faudra ensuite composer des pâtes du mélange de ces poudres, en former des ouvrages, les cuire. Ce dernier article seul fournira bien des remarques sur la force & la durée du feu nécessaires; sur les inconvéniens du trop, ou du trop peu de feu; & surtout sur ce qu'il faut éviter pour que la couleur de la Porcelaine ne soit point altérée pendant la cuisson. Il arrive ici des accidens propres à bien déconcerter l'Artiste, mais qui instruisent le Physicien de phénomenes singuliers. Souvent une composition, dont je devois attendre beaucoup de blancheur, est sortie du fourneau opaque, brune, rougeâtre, noire. Enfin il sera essentiel de traiter de la maniere de peindre, de dorer la Porcelaine, & de donner, même à celle qui restera blanche, cette espece de vernis à qui elle doit son éclat. Mais on entrevoit assés jusqu'où de pareils détails doivent mener. Aussi ai-je cru que c'étoit assés pour le présent, d'avoir indiqué les routes qu'il faut suivre pour la fabrique de la Porcelaine; d'avoir fait connoître les véritables matieres de celle de la Chine, & d'avoir établi que nous en trou-

trouvons de pareilles chés nous. Enfin, la composition de la Porcelaine de la Chine n'est pas la seule à laquelle nous devions nous tenir. Nos experiences nous ont fourni beaucoup d'autres manieres d'en faire, qui ont leurs singularités & leur utilité.

Mais, ce qu'on a peut être déja impatience de savoir, c'est quand nous profiterons de ces recherches, si elles nous procureront, & bientôt, de la Porcelaine de France aussi belle, & à aussi bon marché que celle de la Chine; car nous voulons voir les choses aussi-tôt faites que proposées. J'avouerai ingénuement, que cette façon de penser, qui nous est propre, m'a fait différer depuis plusieurs années à communiquer ce que je viens de commencer à donner aujourd'hui. Je sai qu'on n'en est pas quitte à aussi bon marché, quand on propose de ces recherches qui ont une fin utile, que quand on en annonce de purement curieuses; dès qu'on a publié les dernieres, on a rempli son objet. Mais on exige de qui en a promis d'utiles, de faire jouir de leur utilité, sans examiner si ce n'est pas trop exiger, que de charger quelqu'un & de l'invention & de l'exécution. Pour moi qui ai eu occasion d'apprendre combien il est difficile de faire de nouveaux établissemens dans le Royaume; qu'ils n'y sauroient réussir que par un assemblage de combinaisons qu'on ne peut que rarement esperer; qu'au moins ils n'y sauroient être en regle qu'après plusieurs années, pendant lesquelles l'Inventeur doit être muni d'un courage à l'épreuve de bien des discours, qui le chargeront des négligences des Entrepreneurs, des fautes des ouvriers, & même de ces

retardemens qui ne viennent que des fâcheuses circonstances des tems; instruit, dis-je, de tout cela, je demande aujourd'hui par grace, qu'on ne regarde ce que je viens d'annoncer sur la Porcelaine, que comme des faits qu'on avoit ignorés, & qu'il étoit bon de savoir, que comme une simple Analyse de la Porcelaine; qu'on veuille bien que les engagemens que je contracte ne s'étendent qu'à donner les compositions des différentes especes de Porcelaine. Il est pourtant vrai que j'ai crû qu'on pouvoit proposer des recherches de cette nature avec une espérance qu'on n'auroit pas dans d'autres tems, sous un Ministere aussi bien intentionné & aussi éclairé que celui qui nous gouverne. Il ne lui échapera pas de faire attention à la quantité prodigieuse de Porcelaine qui est dans le Royaume, & dans toute l'Europe. Depuis le plus grand Seigneur jusqu'au plus petit particulier, tout le monde en a. Si on calculoit l'argent réel que les Indes ont tiré d'Europe avec cette seule Terre, on jugeroit que l'intérêt commun de ses Souverains eût dû les porter à tenter tous les moyens possibles d'en faire des établissemens dans leurs Etats. On a déja une grande avance pour ces fabriques. Les manipulations de la Fayance, & sur-tout celles de la Porcelaine imparfaite, au fait desquelles on est, sont pour l'essentiel les mêmes que celles que demandera la meilleure Porcelaine. On a des ouvriers instruits, il ne s'agit plus que de leur remettre de bonne matiere entre les mains. Il est vrai que les ouvriers vivent à meilleur marché à la Chine, qu'en Eu-

Europe. Mais ce que la Porcelaine étrangere peut coûter de moins par cette considération, n'est-il pas plus que compensé, par les frais des voyages qu'on fait pour l'aller chercher, & sur-tout par les profits qu'exigent ceux qui courent les risques d'un commerce si éloigné ? D'ailleurs, je ne desespere pas que nous n'ayons des moyens d'abreger les opérations, qui ne sont point connus à la Chine.

QUADRATURE ET *RECTIFICATION* *DES FIGURES* *FORMÉES PAR LE ROULEMENT* *DES POLYGONES REGULIERS.*

Par M. DE MAUPERTUIS.

I.

SI l'on fait rouler * un Triangle équilatéral *MBC* sur une ligne droite *ABCD*, un des angles *M*, pendant une révolution entiere du Triangle, tracera les arcs *AM*, *MD*; & si l'on tire les cordes *AM*, *MD* de ces deux arcs, l'espace du nouveau Triangle *AMD*, formé par ces cordes & par la base, sera triple du Triangle roulant.

La seule inspection de la Figure suffit pour s'en convaincre.

L'on trouveroit aussi des démonstrations assés

* Fig. 1.

assés simples pour la même propriété, dans le roulement du Quarré, du Pentagone & de l'Exagone régulier; mais après ces quatre Polygones, les démonstrations particulieres deviendroient fort difficiles, & la difficulté croîtroit avec le nombre des côtés du Polygone: il faut prendre une autre route.

* Si l'on fait rouler un Polygone régulier quelconque *MBCD* &c. sur une ligne droite *ABCD* &c. la trace d'un des angles *M*, pendant une révolution entiere, formera la Figure *AMNO* &c. terminée par la base *ABCD* &c. & par les arcs *AM*, *MN*, *NO*, &c. & si l'on tire les cordes de chacun de ces arcs, l'on formera un nouveau Polygone compris par ces cordes & par la base, d'autant de côtés qu'en a le Polygone roulant.

Je dis que l'aire de ce nouveau Polygone est triple de celle du Polygone roulant.

Ayant tiré de l'angle décrivant, *M*, dans le Polygone roulant, les lignes *MC*, *MD*, &c. à tous les angles, il est aisé de voir que chaque côté du Polygone s'appliquant successivement sur la base, chacun des Triangles *MBC*, *MCD*, *MDE*, &c. se trouve dans la Figure formée par le roulement.

Outre ces Triangles dans lesquels on a partagé le Polygone roulant, la Figure contient encore autant de Triangles Isosceles *ABM*, *MCN*, *NDO*, &c. que le Polygone a de côtés moins un.

Ces Triangles sont les secteurs qui se forment

* Fig. 5.

ments pendant le mouvement de pirouettement du Polygone sur chacun de ses angles, c'est-à-dire, depuis qu'un côté quitte la droite jusqu'à ce que le côté suivant la rencontre, dont on a ôté les segmens *AM*, *MN*, *NO*, &c.

De-là suit, tous les angles du Polygone étant égaux, que tous les secteurs sont semblables, & ont pour angle aux centres *B*, *C*, *D*, &c. le complément de l'angle du Polygone *ABM*; & cet angle étant égal à l'angle *BKC* du centre du Polygone, tous les Triangles Isosceles *ABM*, *MCN*, *NDO*, &c. sont semblables au Triangle *BKC* du Polygone.

Cependant les secteurs semblables *ABM*, *MCN*, *NDO*, &c. changent continuellement de rayon: & ces rayons sont successivement les cordes *MB*, *MC*, *MD*, &c. tirées du point *M* dans le Polygone.

L'on voit assés que la Figure rectiligne terminée par les cordes des secteurs & la base, est composée de tous les Triangles *MBC*, *MCD*, *MDE*, &c. du Polygone, & de tous les Triangles Isosceles *ABM*, *MCN*, *NDO*, &c.

Je dis que tous les Triangles *MBC*, *MCD*, *MDE*, &c. plus, tous les Isosceles *ABM*, *MCN*, *NDO*, &c. sont égaux au triple du Polygone roulant.

Par la génération de notre Figure, le Polygone roulant lui distribue successivement tous ses Triangles *MBC*, *MCD*, *MDE*, &c. ainsi il reste à prouver que tous les Triangles Isosceles *ABM*, *MCN*, *NDO*, &c.

ſont égaux au double du Polygone roulant.

Les Triangles Iſoſceles étant tous ſemblables au Triangle du centre du Polygone, & leurs côtés étant ſucceſſivement toutes les cordes MB, MC, MD, &c. du Polygone, le Triangle du centre BKC ſera à chacun de ces Triangles, comme le quarré de KB aux quarrés des cordes MB, MC, MD, &c.

Faiſant donc le Rayon $KB = r$.

Le côté du Polygone, ou la premiere corde $MB = a$.

La ſeconde . . . . . . $MC = b$.

La troiſieme . . . . . $MD = c$.

&c.

Et le Triangle $BKC = T$.

L'on aura $ABM = \frac{aa}{rr} T$. $OEP = \frac{dd}{rr} T$.

$MCN = \frac{bb}{rr} T$. $PFQ = \frac{ee}{rr} T$.

$NDO = \frac{cc}{rr} T$. $QGH = \frac{ff}{rr} T$.

Et la ſomme de tous ces Triangles
$ABM + MCN + NDO + OEP + PFQ + QGH = \frac{aa + bb + cc + dd + ee + ff}{rr} \times T$.

Mais M. le Marquis de l'Hopital * a démontré, & il eſt facile de voir, par la propriété du Quadrilatere inſcrit au Cercle, que dans tout Polygone régulier pair, la ſomme des quarrés des cordes paires eſt égale à la ſomme des quarrés des cordes impaires; & que chacune de ces ſommes eſt égale au quarré

* *Art. 454. des Sections Coniques.*

ré du Rayon multiplié par le nombre des côtés du Polygone.

D'où il suit, 1°. pour les Polygones pairs, que la somme des quarrés de toutes les cordes, tant paires qu'impaires, est égale au quarré du Rayon multiplié par le double du nombre des côtés du Polygone.

2°. Que pour les Polygones impairs; concevant un Polygone pair inscrit au même Cercle, dont deux côtés répondent à un côté du Polygone impair, les cordes paires de ce nouveau Polygone, seront toutes les cordes du Polygone impair; dont la somme des quarrés est égale au quarré du Rayon multiplié par le nombre des côtés du Polygone pair qu'on a conçu, & par conséquent par le double du nombre des côtés du Polygone impair.

En général donc, soit que le Polygone soit pair, soit qu'il soit impair, la somme des quarrés de toutes les cordes, est égale au quarré du Rayon multiplié par le double du nombre des côtés du Polygone.

L'on a donc ici $2.7.rr = aa + bb + cc + dd + ee + ff$, ou $2.7 = \frac{aa+bb+cc+dd+ee+ff}{rr}$

Et substituant 2. 7, au lieu de cette quantité dans l'Equation $ABM + MCN + NDO + OEP + PFQ + QGH = \frac{aa+bb+cc+dd+ee+ff}{rr} \times T$.

L'on a $ABM + MCN + NDO + OEP + PFQ + QGH = 2.7.T$.

C'est-à-dire, la somme des Triangles Isosceles

les égale au double du Polygone roulant.

Il est clair que cette démonstration n'est jamais arrêtée, quelque nombre de côtés qu'ait le Polygone: & que cette propriété s'étend depuis le premier Polygone, qui est le Triangle, jusqu'au dernier, qui est le Cercle.

L'on voit par-là que l'espace de la roulette est triple de celui du Cercle qui roule; mais on voit encore de quelle maniere il est triple; & pourquoi.

Ayant conçû du point décrivant du Cercle, tirées à tous ses angles autant de cordes qu'il a de côtés moins un, l'on a vû qu'à chaque pas qu'il fait sur la droite, il y laisse, pour ainsi dire, successivement chacun des petits triangles formés par ces cordes. Ainsi voilà déja dans l'espace cycloïdal une somme de Triangles égale au Cercle.

L'application de deux petits côtés du Cercle sur la droite, est toûjours suivie d'un petit pirouettement sur l'angle du Cercle, pendant lequel, la corde décrivante trace un petit triangle ou secteur (l'arc ici se confondant avec la corde) toûjours semblable au Triangle formé dans le Cercle par deux rayons tirés aux extrémités d'un petit côté du Cercle.

Or je viens de démontrer en général, que la somme des Triangles Isosceles *ABM*, *MCN*, *NDO*, &c. étoit double du Polygone roulant.

L'espace de la roulette est donc triple de celui du Cercle roulant, & le Cercle est assujetti

ſujetti à la loi de tous les Polygones réguliers.

II.

* Si maintenant l'on fait rouler le Polygone ſur un autre Polygone égal & ſemblable, l'angle *M* du Polygone roulant tracera les arcs *Am*, *mN*, *Mn*, *nN*, &c. qui avec les côtés *ABCD* &c. du Polygone fixe, comprendront l'eſpace de ce nouveau roulement.

Le Polygone roulant laiſſera encore dans cet eſpace tous ſes Triangles *MBC*, *MCD*, *MDE*, &c. & y tracera tous les ſecteurs *AMB*, *MCN*, &c. dont les rayons ſont ſucceſſivement les cordes du Polygone.

Mais chaque ſecteur ſera double de ce qu'il étoit, lorſque le Polygone rouloit ſur une droite.

Car le ſecteur ſe décrit depuis qu'un côté du Polygone roulant quitte le côté du Polygone fixe, juſqu'à ce que le côté ſuivant du Polygone roulant, rencontre le côté ſuivant du Polygone fixe; & cet intervalle eſt évidemment le double du complément de l'angle du Polygone.

Ayant donc partagé en deux également les arcs *AM*, *MN*, &c. & tiré les cordes *Am*, *mM*, *Mn*, *nN*, &c. l'eſpace terminé par ces cordes, & par les côtés du Polygone fixe, contiendra tous les Triangles *MBC*, *MCD*, *MDE*, &c. du Polygone; & de plus tous les Triangles Iſoſceles *ABm*, *mBM*, *MCn*, *nCN*, &c. & ne differera de

* Fig. 7.

de ce qu'il étoit lorſque le Polygone rouloit ſur une droite, que parce que les Triangles Iiſoſceles ſe trouvent chacun répeté deux fois.

Or l'on a vû que dans le roulement ſur une droite, la ſomme des Triangles Iiſoſceles étoit double du Polygone.

Voilà donc l'aire augmentée du double du Polygone.

Elle eſt donc quintuple de celle du Polygone.

Il eſt évident que cette propriété s'étend à tous les Polygones réguliers, quel que ſoit le nombre de leurs côtés; & qu'elle a encore lieu, lorſque ce nombre eſt infini.

Mais dans ce cas le Polygone fixe & le Polygone roulant ſont deux Cercles égaux; les cordes *Am*, *mM*, *Mn*, *nN*, &c. ne different point de leurs arcs, & le nouveau Polygone eſt la premiere Epicycloïde.

Et il faut dire à l'égard de cette Epicycloïde, ce que nous venons de dire à l'égard de la Cycloïde. L'une & l'autre n'ont leurs eſpaces triple & quintuple de leur Cercle generateur, que comme formées par le roulement d'un Polygone régulier ſur une droite, & ſur un Polygone égal.

RECTIFICATION DES FIGURES formées par le roulement.

I.

* Le contour de la Figure formée par le rou-

* Fig. 1.

roulement du Triangle équilateral, qui est le premier des Polygones impairs, est quadruple de la perpendiculaire tirée d'un des angles du Triangle sur le côté opposé.

* Il ne faut que jetter les yeux sur la Figure, pour voir la vérité de cette proposition.

Mais la même propriété subsiste pour tous les Polygones impairs: pour la démontrer donc en général;

* Dans un Polygone impair, faisant toûjours les cordes AB, AC, AD, &c. $= a$, b, c, &c. la somme de toutes les cordes multipliée par la plus petite, qui est le côté du Polygone, est double du quarré de la plus grande.

C'est-à-dire $2.\overline{a+b+c} \times a = 2cc$.

Dans le Quadrilatere $ABCD$, $aa+ac=bb$.

Dans $ACDF$, $bb+ab=cc$.

Donc $aa+ab+ac=cc$, ou $2.\overline{a+b+c} \times a = 2cc$.

L'on trouvera facilement de la même maniere cette propriété, dans quelque Polygone impair que ce soit.

De-là naît un assés beau Théoréme, qu'on peut remarquer en passant.

C'est que, dans un Polygone impair quelconque, si l'on prolonge un côté AG, jusqu'à ce qu'il rencontre le côté opposé prolongé, la ligne AT, qui est le côté prolongé jusqu'au point de rencontre, est égale à la moitié de la somme des cordes du Polygone.

Car

* Fig. 3.

Car les Triangles *DKH*, *ATH*, ſont ſemblables.

Et $DH : DK :: AH : AT$.

$$\tfrac{1}{2}a : r :: \frac{cc}{2r} : \frac{cc}{a} = AT.$$

Mais $cc = aa + ab + ac$.

Donc $AT = \frac{cc}{a} = a + b + c$.

L'on voit que lorſque le Polygone impair a une infinité de côtés, & par conſéquent une infinité de cordes, la ligne *AT*, toûjours égale à la moitié de la ſomme des cordes, eſt infinie. En effet, le Polygone alors eſt un Cercle dont cette ligne eſt la tangente, qui, quoique ne rencontrant l'autre tangente *DT*, qu'à une diſtance infinie, forme avec elle un triangle *ATH* infiniment long, toûjours ſemblable au Triangle formé dans le Cercle par le rayon, la moitié d'un des petits côtés du Cercle, & la perpendiculaire tirée du centre ſur le petit côté.

Je reviens aux Figures formées par le roulement des Polygones impairs, & je dis:

* Que le contour $AM + MN + NO + OP + PQ + QH$ eſt quadruple de la ligne *AH* tirée d'un des angles perpendiculairement ſur le côté oppoſé *DH*; j'appellerai cette ligne le *diametre du Polygone*.

L'on a vû que tous les Triangles *ABM*, *MCN*, *NDO*, &c. ſont ſemblabes au Triangle du centre *DKE*.

L'on

* Fig. 5.

L'on aura donc

$$AM = \frac{aa}{r}.$$

$$MN = \frac{ab}{r}.$$

$$NO = \frac{ac}{r}.$$

&c.

Et $AM + MN + NO + OP + PQ + QH = 2. \frac{aa + ab + ac}{r}$.

Mais $cc = aa + ab + ac$.

Donc $AM + MN + NO + OP + PQ + QH = 2. \frac{cc}{r}$ quadruple de $AH = \frac{cc}{2r}$.

Cette propriété est encore vraie dans les Polygones pairs, mais avec une différence assés singuliere, & qui résulte de ce que ces Polygones ont, pour ainsi dire, deux *diametres*.

* Je dis donc que le contour de la Figure formée par le roulement du quarré, qui est le premier des Polygones pairs, est double de chacun des deux diametres *AM* & *PI*, ce qui est assés évident sans démonstration; mais cette propriété subsiste pour tous les Polygones pairs.

† Dans un Polygone pair, la somme de toutes les cordes (les diametres traités comme cordes) multipliée par la plus petite, est égale

* Fig. 2. † Fig. 4.

égale à la somme des deux plus grandes, multipliée par la plus grande.

C'est-à-dire, $2.\overline{a+b+c+r}\times a = \overline{2r+c}\times 2r$.

Dans les Quadrilateres $ABCE$, $ab+2ar=bc$.

$ABCF$, $2ac=2br$.

$ABDE$, $aa+2br=cc$.

$ABDF$, $ab+bc=2cr$.

$ABEF$, $aa+cc=4rr$.

Donc $2.aa+ab+ac+ar=4rr+2cr$.

Ou $2.\overline{a+b+c+r}\times a=\overline{2r+c}\times 2r$.

L'on trouvera la même propriété dans quelque Polygone pair que ce soit.

De-là naît cet autre Théoreme.

Dans un Polygone pair quelconque, si l'on fait $KR=KI$; que l'on tire par le point R une perpendiculaire RT; & qu'on prolonge le côté opposé AH, jusqu'à ce qu'il rencontre cette perpendiculaire; la ligne AT qui est le côté prolongé jusqu'au point de rencontre, est égale à la moitié de la somme des cordes du Polygone:

A cause des Triangles DKI, ATR.

$DI : DK :: AR : AT$.

$\frac{1}{2}a : r :: r+\frac{1}{2}c : \frac{2rr+cr}{a}=AT$.

Mais $2rr+cr=aa+ab+ac+ar$.

Donc $AT=\frac{2rr+cr}{a}=a+b+c+r$.

Ce Théoreme est encore vrai, lorsque le Polygone pair est devenu Cercle, sa tangente AT est encore égale à la moitié de la somme de toutes ses cordes; & l'on peut faire un raisonnement semblable à celui que nous avons

avons fait pour le Polygone impair devenu Cercle.

* Je dis maintenant, que le contour $AM + MN + NO + OP + PQ + QR + RI$ de la Figure formée par le roulement d'un Polygone pair, est double de chacun des deux diametres AE, PI.

L'on a toûjours $AM = \frac{aa}{r}$.

$$MN = \frac{ab}{r}.$$

$$NO = \frac{ac}{r}.$$

$$OP = \frac{2ar}{r}.$$

&c.

Et $AM + MN + NO + OP + PQ + QR + RI = 2.\frac{aa + ab + ac + ar}{r}$.

Mais $2.aa + ab + ac + ar = 4rr + 2cr$.

Donc $AM + MN + NO + OP + PQ + QR + RI = \frac{4rr + 2cr}{r} = 4r + 2c$ double de chacun des deux diametres AE & PI.

Lorsque le Polygone a une infinité de côtés, & est devenu Cercle, si on le considere comme Polygone impair, il est clair que la ligne † AH devient le diametre du Cercle.

Et si on le considere comme Polygone pair, les deux diametres ‡ AE, PI, deviennent égaux, & se confondent chacun avec le diametre du Cercle.

D'où

* Fig. 6. † Fig. 3. ‡ Fig. 4.

D'où l'on voit que soit qu'on considere le Cercle comme Polygone impair, soit qu'on le considere comme Polygone pair, la longueur de la Cycloïde est quadruple du diametre du Cercle générateur.

I I.

* Dans le roulement d'un Polygone, soit impair, soit pair, sur un autre Polygone semblable & égal, il est clair qu'il n'arrive d'autre changement dans le contour, si ce n'est que chaque ligne *Am*, *Mn*, *No*, se trouve répétée deux fois.

Le contour sera donc double de ce qu'il étoit, lorsque le Polygone rouloit sur une droite.

Dans le roulement d'un Polygone impair sur un autre Polygone égal & semblable, le contour sera donc octuple du diametre.

Et dans le roulement d'un Polygone pair, le contour sera quadruple de chacun des deux diametres.

Et enfin dans le roulement d'un Cercle sur un Cercle égal, la longueur de l'Epicycloïde sera octuple du diametre du Cercle générateur.

C'Est ainsi que la quadrature & la rectification de la Cycloïde & de l'Epicycloïde, ne sont que des cas particuliers des Théoremes précédens; ces propriétés naissent dès le pre-

* Fig. 7.

Fig. 1.

C M

B C D

Fig. 2.

M N

B C D E

Fig. 3.

G

C F

I E

Fig. 4.

P H

G

F

premier Polygone régulier, & n'arrivent au Cercle, qu'après avoir parcouru, pour ainsi dire, l'infinité des Polygones.

TROISIEME MEMOIRE

OU

REFLEXIONS NOUVELLES

Sur une Précipitation singuliere de plusieurs Sels par un autre Sel, déja rapportée en 1724, *& imprimée dans le Tome de la même année, sous le titre d'*OBSERVATION NOUVELLE ET CURIEUSE SUR LA DISSOLUTION SUCCESSIVE DE DIFFERENS SELS DANS L'EAU COMMUNE.

Par M. LEMERY. *

LA difficulté, dont l'éclairciſſement fera le ſujet de ce troiſieme Mémoire, eſt que, quand une ſolution de Sel de Tartre a précipité beaucoup de Sel moyen contenu dans l'autre ſolution, toute la quantité de particules d'eau qui ſervoient à la diſſolution de ce Sel moyen précipité, demeurent alors ſans emploi & ſans aucune charge à ſoutenir; & qu'étant oiſives, elles pourroient rediſſoudre le même Sel, puiſque tout précipité qu'il eſt,

* 24 Mai 1727.

eſt, il eſt toûjours diſſoluble. Pourquoi donc ne le font-elles pas?

Je réponds qu'elles le font bien auſſi, en certaines circonſtances. Par exemple, j'ai ſouvent remarqué qu'en ne verſant ſur une ſolution de Salpêtre qu'une petite quantité d'Huile de Tartre, on voyoit naître à proportion de la quantité du Sel de Tartre, une pouſſiere blanche qui ſembloit devoir s'aller bientôt précipiter au fond du vaiſſeau, qui tomboit en effet juſqu'au milieu de la liqueur, remontoit vers le haut, & diſparoiſſoit enſuite en ſe rediſſolvant.

Mais quand on verſe ſur la ſolution de Salpêtre toute la quantité neceſſaire d'Huile de Tartre, il ſe fait alors en peu de tems une précipitation abondante & proportionnée à la quantité de Sel de Tartre; & s'il ſe rediſſout enſuite quelque portion du Sel précipité, elle eſt ſi légere, qu'elle en eſt inſenſible. C'eſt dans cette derniere expérience que j'ai ſouvent obſervé que de la pouſſiere nitreuſe formée au milieu du liquide, il naiſſoit diſtinctement & en peu de tems une grande quantité de filets longs & nitreux, qui ſe précipitoient enſuite au fond du vaiſſeau.

Pour concevoir le différent effet que produiſent une petite ou une plus grande quantité d'Huile de Tartre par défaillance, verſée ſur une ſolution de Salpêtre; conſidérons qu'il ne ſuffit pas, pour que cette Huile y excite une précipitation complete, qu'elle faſſe lâcher priſe aux parties d'eau qui ſoutiennent cette petite partie de Nitre; qu'il faut encore qu'elle empêche dans le même

tems

tems & de la maniere qui sera expliquée dans la suite, les parties d'eau qui servoient à la suspension de cette petite partie de Nitre, & celles qui lui servoient d'intermede, de pouvoir la dissoudre, soit l'instant d'après qu'elle a été abandonnée à elle-même, & qu'elle est encore assés haut dans le liquide, soit lorsqu'elle est parvenue au fond du vaisseau.

Or quand on n'employe que peu d'Huile de Tartre, toute petite qu'est aussi la quantité de Sel de Tartre qui y est contenu, elle peut bien, à la vérité, donner passage à un assés bon nombre de parties aqueuses de la solution nitreuse pour exciter une précipitation sensible; & en effet dès qu'il ne s'agit que de servir de couloir à une liqueur, il n'est nullement necessaire que le filtre réponde par son volume à toute la quantité de la liqueur qu'il est capable d'admettre & de laisser passer; mais comme simple filtre, il n'empêchera pas que la liqueur filtrée & séparée de la matiere qu'elle contenoit, ne puisse s'y remêler & la redissoudre, quand elle se trouvera en situation de le pouvoir faire. Aussi lorsque nous avons rapporté dans le Mémoire précédent, que pour faire précipiter deux gros de Nitre dissous par une once d'eau, il falloit présenter à la liqueur une once de Sel de Tartre, avons-nous remarqué en même tems, que ce n'étoit pas qu'il en fallût toute cette once pour la filtration de l'once d'eau, & que beaucoup moins suffiroit & au delà pour ce sujet; mais que la dissolution de tout le Sel de Tartre qui n'arrivoit que l'instant d'après la précipitation,

servoit à charger si bien de Sel de Tartre l'once d'eau, qu'elle fût incapable dans la suite de redissoudre le Nitre précipité : & ainsi le Sel de Tartre, en opérant la précipitation d'un Sel moyen, a naturellement un double emploi; l'un de filtre, qui ne demande que peu de ce sel, l'autre qui en demande bien davantage, c'est-à-dire, toute la quantité requise pour occuper les parties d'eau qui ont été filtrées, & pour les empêcher de se livrer de nouveau au Sel moyen précipité : par conséquent une petite dose d'Huile de Tartre versée sur la solution du Nitre, peut bien remplir la premiere fonction, c'est-à-dire, celle de filtre, & faire précipiter une certaine quantité de Nitre.

Mais pour la seconde, elle en est entierement incapable, ne pouvant répondre à la fois & faire face par sa quantité aux parties d'eau qui soutenoient le Nitre, & à celles qui lui servoient de barriere, & le pouvant encore d'autant moins que le Sel de Tartre contenu dans cette petite dose d'Huile de Tartre, porte avec lui un poids égal au sien de particules d'eau, qu'il occupe déja ; il laisse donc toûjours un grand nombre de toutes ces particules d'eau dans une liberté parfaite, & d'autant mieux en état de dissoudre de nouveau, & de faire disparoître ensuite les petites masses nitreuses qui se précipitent, que le peu d'Huile de Tartre dont on se sert alors, n'obligeant qu'une médiocre quantité de parties de Nitre à se séparer de la liqueur, & la rencontre de ces parties n'étant pas assés multipliée par leur nombre

pour

pour qu'il en résulte des masses d'un certain volume, celles qui en sont formées sont d'une finesse avec laquelle bien-loin de fendre & d'écarter vigoureusement le liquide, & de se précipiter promptement au fond du vaisseau, elles n'y vont au contraire qu'avec lenteur, c'est-à-dire, avec une force proportionnée à leur masse; & par cela même, s'éloignant moins des parties d'eau qui leur avoient servi de véhicule ou d'intermede qu'elles n'eussent fait sans cette circonstance, elles demeurent aussi plus à leur portée & à leur bienséance.

Et comme le fluide particulier dont l'eau emprunte son mouvement & sa fluidité, ne cesse point alors d'y agir, & fait des efforts continuels pour rétablir la distinction des masses d'eau confondues, & la régularité de leurs mouvemens interrompue; dès que le mouvement nouveau de trouble & de confusion procuré par la chûte de l'Huile de Tartre sur la solution nitreuse, & proportionné pour sa force & pour sa durée à la quantité de cette Huile, se dissipe & s'évanouit, chacune des portions dont on vient de parler, n'ayant plus rien alors qui les empêche d'obéir à la cause générale de leur fluidité, elles rentrent dans leurs mouvemens réguliers; les différens courans dont la liqueur est intérieurement composée, reprennent leur route naturelle & ordinaire; & les parties d'eau privées de Salpêtre, trouvant en leur chemin, dans le sein & au milieu du liquide, les mêmes parties nitreuses auxquelles elles servoient de véhicule ou d'intermede, elles s'en resaisissent aussi-tôt, & servent une seconde fois à leur dissolution.

Pour ce qui regarde présentement l'autre expérience, dans laquelle une suffisante quantité d'Hui-

d'Huile de Tartre verſée ſur la ſolution du Salpêtre, y produit un effet ſi différent de celui qu'y excite en pareil cas une moindre quantité de cette Huile, ce qui mérite d'autant plus d'être remarqué & éclairci, que comme la cauſe de la différence de cet effet ne conſiſte que dans le plus ou le moins d'Huile de Tartre employée, il ſembleroit que l'effet devroit auſſi ne différer que du plus au moins; & qu'ainſi, ſi une plus grande quantité d'Huile de Tartre précipite une plus grande quantité de Salpêtre, ſi même la matiere nitreuſe ſe précipite alors juſqu'au fond du vaiſſeau, elle devroit du moins rentrer enſuite dans le ſein de la liqueur, comme le fait une plus petite quantité de matiere nitreuſe précipitée par une plus petite quantité d'Huile de Tartre; car le Sel de Tartre qu'on employe tout diſſout dans l'une & l'autre expérience, n'a pas plus beſoin dans l'une que dans l'autre, des portions d'eau qui ſervoient à la diſſolution de la matiere nitreuſe qui s'eſt précipitée; par conſéquent ces portions d'eau qu'on peut ſuppoſer devenues oiſives & inutiles par la perte qu'elles ont faite du Salpêtre qu'elles tenoient diſſout, ſe rencontrent également dans l'un & l'autre cas, & plus ou moins abondamment, ſuivant la quantité de la matiere précipitée: pourquoi donc cette matiere, qui dégagée de ſon diſſolvant par une petite quantité d'Huile de Tartre, eſt ſi promptement enſuite repriſe & rediſſoute par quelques-unes des parties de ce diſſolvant, n'eſt elle pas repriſe & rediſſoute de même dans la circonſtance preſente? Ou ſi une plus grande quantité d'Huile de Tartre a précipité plus de matiere nitreuſe, il y a auſſi plus de ces portions

tions d'eau ſuppoſées inutiles, & qui n'attendent que de l'emploi ; en un mot, ou la quantité des portions d'eau dont il s'agit, ne répond pas moins à celle de la matiere précipitée, que dans l'autre expérience. Enfin, qu'elle peut être la cauſe, non ſeulement de ce que la matiere précipitée juſqu'au fond du vaiſſeau, ne rentre pas toute entiere dans le ſein du liquide dont elle eſt ſortie, mais encore de ce que quelque tems qu'elle demeure ſous ce liquide, on n'apperçoit pas plus qu'il s'y en rediſſolve quelques parties, & qu'elle diminue par-là de volume & de quantité, que ſi cette matiere ſe trouvoit véritablement ſous un liquide dont toutes les portions fuſſent réellement autant chargées qu'elles le pourroient être de Sel de Tartre ou de Salpêtre, & par cela même dans l'impoſſibilité phyſique d'admettre la plus petite doſe de cette matiere?

Pour réſoudre cette difficulté, conſidérons d'abord que quand on verſe une grande quantité d'Huile de Tartre ſur la ſolution de Salpêtre, il n'eſt pas poſſible qu'il ne s'en ſépare pas toûjours alors une pouſſiere nitreuſe plus abondante & plus épaiſſe que quand la quantité de l'Huile de Tartre a été beaucoup moindre: or cette plus grande multitude de petites parties de Salpêtre venant à ſe rencontrer, forme de plus groſſes maſſes que dans le cas qu'on oppoſe à celui-ci, & ces maſſes plus groſſes & plus peſantes, écartant par-là avec plus de force les parties du liquide pour ſe faire jour au travers de haut en bas, elles s'éloignent auſſi davantage des portions d'eau qui les y contenoient auparavant, & ſont bien moins à portée de les y

rencontrer, & d'en être reprises & redissoutes, supposé que ces portions d'eau fussent alors capables de le faire; aussi lorsque ces portions d'eau viennent à recommencer dans le liquide leur cours ordinaire & naturel, interrompu par la chûte de l'Huile de Tartre, elles ne se chargent point alors, comme dans l'autre cas, du Salpêtre qui en avoit été séparé.

Il paroît même par la constance avec laquelle elles laissent toûjours ensuite au fond du vaisseau le Sel qui s'y est précipité, & qui n'est pourtant pas moins soluble qu'il l'étoit auparavant sa précipitation, il paroît, dis-je, que puisque ce n'est pas faute de particules d'eau que le liquide, tout chargé qu'il est déja de parties salines, ne dissout point encore celles qui en ont été précipitées, il faut nécessairement que depuis leur précipitation, il se soit fait dans les parties de ce liquide quelque arrangement singulier, moyennant lequel la matiere précipitée ne puisse y être admise, & y reprendre la place qu'elle y occupoit auparavant. Voici celui que j'imagine, d'après l'examen de ce qui se passe dans le liquide par le mélange de l'Huile de Tartre & de la solution du Salpêtre.

Il est vrai-semblable de dire, que de toutes les petites portions de cette dissolution, celles qui reçoivent une plus grande altération par le mélange de l'Huile de Tartre, ce sont celles sur lesquelles les différentes portions de cette Huile tombent à plomb, & qui par-là sont obligées de lâcher le Nitre qu'elles contiennent; car pour celles sur lesquelles l'Huile de Tartre ne tombe pas de même, il ne leur survient que quel-

quelque changement dans l'ordre & la direction de leurs courans.

Il y a aussi tout lieu de croire, sur ce que nous voyons que la précipitation du Nitre suit immédiatement la chûte de l'Huile de Tartre sur la solution nitreuse, & que cette précipitation ne se fait gueres ou du moins sensiblement qu'immédiatement après qu'on a versé cette Huile sur l'autre liqueur; il y a, dis-je, tout lieu de croire, comme nous l'avons déja remarqué, que par le choc qui résulte de la chûte des différentes portions de l'Huile de Tartre sur un certain nombre de celles de la solution nitreuse, & qui brise, ouvre & confond ensemble toutes ces portions, les parties aqueuses de cette solution naturellement posées au dessous de celles de l'Huile de Tartre qui tombent dessus, frappées, pressées & obligées par le Sel de Tartre que contient cette Huile à enfiler les pores de ce Sel, en reçoivent une détermination de bas en haut, en vertu de laquelle elles montent suivant cette détermination au travers & au delà des pores de ce Sel; pendant que les parties du Nitre qui ne peuvent traverser de même le Sel de Tartre, comme nous l'avons prouvé clairement dans le Mémoire précédent, & qui sont abandonnées à elles-mêmes par les parties d'eau qui les tenoient auparavant divisées, prennent en vertu de leur pesanteur spécifique une route tout opposée, c'est-à-dire, de haut en bas.

Ceci posé, comme les deux effets différens que nous avons à expliquer ne dépendent que du plus ou du moins de l'Huile de Tartre

verſée ſur la ſolution du Nitre, c'eſt dans ce plus ou ce moins d'Huile de Tartre que nous devons chercher la cauſe de la différence que nous avons à expliquer; & pour en venir à bout, ſuppoſons que pour ce qui regarde uniquement la filtration des particules d'eau contenues dans les différentes portions de cette ſolution nitreuſe, il faille à chacune des portions de cette ſolution une portion d'Huile de Tartre qui y tombe, & s'y applique immédiatement, & que ce qu'on en verſe ſoit préciſément cette même doſe. Quand les parties aqueuſes de la petite maſſe ou portion de cette ſolution nitreuſe auront traverſé les pores du Sel de Tartre contenu dans l'autre portion, & qu'elles ſeront parvenues au delà de ces pores, la perte que cette filtration leur aura fait faire du Nitre qu'elles contenoient, ne les aura rendu que plus propres à en recommencer la diſſolution dans le ſein du même liquide, comme elles le font en effet, & cela d'autant mieux que ces particules d'eau au ſortir des pores du Sel de Tartre, auront été ſuffiſamment raſſemblées; car c'eſt-là une circonſtance abſolument néceſſaire pour la diſſolution des Sels, comme nous l'allons faire voir.

Mais quand on ne ſe contente pas de verſer ſur chaque portion de la ſolution nitreuſe une ſeule portion d'Huile de Tartre, mais cinq, ſix, en un mot quand il y tombe ſucceſſivement autant de portions de cette Huile qu'il en faut pour exciter une précipitation complete, c'eſt-à-dire, qui ſoit telle que la matiere précipitée ne ſe rediſſolve point enſui-

ſuite, & avant même que de parvenir au fond du vaiſſeau; les parties aqueuſes de la portion de la ſolution nitreuſe, après s'être filtrées au travers de la portion d'Huile de Tartre qui y étoit immédiatement appliquée, trouvent alors au delà quantité d'autres portions d'Huile de Tartre, dont elles n'ont pas à la vérité beſoin pour ſe dépouiller du Nitre qu'elles contenoient, puiſque l'affaire en eſt déja faite, mais dans leſquelles elles ſe mêlent, ſe répandent & ſe perdent en quelque ſorte, & cela plus ou moins, ſuivant la quantité de l'Huile de Tartre verſée ſur la ſolution nitreuſe; de maniere que quand enſuite le calme & l'ordre interrompus par la chûte de l'Huile de Tartre commencent à ſe rétablir dans toute la liqueur, c'eſt-à-dire, quand chacunes des petites maſſes dont elle eſt compoſée, pouſſées les unes en un ſens, les autres en un autre par autant de petites portions du fluide particulier qui en eſt le mobile, reprennent leurs routes ordinaires, celles de l'Huile de Tartre & de la ſolution nitreuſe qui ont été mêlées & confondues enſemble, & dont l'aſſemblage forme des maſſes trop groſſes & trop diſproportionnées pour ſubſiſter en cet état avec les autres petites maſſes du liquide, rentrent dans leur premier volume à l'aide de différentes portions de leur mobile, dont les unes en emportent un certain nombre de parties vers un certain côté, les autres vers un autre, & par-là il ſe reproduit autant de petites maſſes diſtinguées les unes des autres, qu'il y en avoit avant leur deſtruction, ou, ſi l'on veut, a-

vant leur mélange & leur confusion. Mais comme sur cinq ou six portions d'Huile de Tartre, il n'y en a qu'une de la solution nitreuse, & que cette portion, l'instant d'après qu'elle a été dépouillée de son Nitre par la filtration, s'est répandue & dispersée dans toute l'étendue des six portions d'Huile de Tartre, confondues les unes avec les autres, & avec cette portion de la solution nitreuse; chacunes des sept petites portions qui résultent & qui renaissent en quelque sorte du mélange dont on vient de parler, sont, à proprement parler, composées d'Huile de Tartre, & d'un septieme des parties aqueuses de la portion de la solution dépouillée, comme il a été dit, de Nitre. Et quoique le Sel de Tartre contenu dans chacunes des nouvelles petites portions, n'ait nullement besoin de ce septieme de parties aqueuses pour sa dissolution, puisqu'avant que d'y être mêlé, il étoit déja tout dissout par une suffisante quantité de parties aqueuses; quoique ce septieme de parties aqueuses libres & dégagées de Sels, soit en quelque sorte de trop & sans emploi dans la portion dont il fait partie, & par cela même d'autant plus propre en apparence à redissoudre le Nitre précipité, il ne le fera cependant pas, pour deux raisons; l'une, c'est que ce petit nombre de parties aqueuses provenues de la solution nitreuse, se trouvera si fort offusqué, absorbé & recouvert par le grand nombre des parties d'Huile de Tartre de la même portion, que par-là il sera toûjours, ou presque toûjours impossible à ces parties aqueuses d'agir immédiatement sur

le

le Nitre précipité, sans quoi cependant il n'en dissoudroit jamais rien, quand il le pourroit d'ailleurs.

L'autre raison, c'est que chaque partie intégrante de Sel demande nécessairement une certaine quantité de particules d'eau qui travaillent & concourent ensemble & à la fois pour la détacher, l'entraîner, & lui servir de véhicule & d'intermede: or tout ce qui est au dessous de cette quantité, étant incapable de cet effet, le septieme des particules d'eau dont il s'agit, & que nous regardons aussi comme fort au dessous de la dose des particules d'eau nécessaires pour dissoudre la moindre petite partie de Nitre, demeurera parfaitement inutile pour cette dissolution, quand bien même il frapperoit à tout instant sur le Nitre précipité.

Au reste, l'arrangement qui vient d'être rapporté, paroît indispensablement nécessaire pour empêcher le Nitre précipité de rentrer dans la liqueur; & sans un moyen pareil, on n'imagineroit pas pourquoi il n'y rentre point. Pour se convaincre davantage de la nécessité de ce moyen, faisons quelques réflexions sur la différence du Sel de Tartre présenté sous une forme séche à une solution nitreuse, & de celui qui y arrive tout dissout & sous une forme liquide. Nous remarquerons d'abord, que dans le premier cas où le Sel de Tartre est mis en œuvre sous une forme séche, chaque petite partie intégrante de ce Sel ne se trouve point encore pénétrée & entourée d'un certain nombre de parties d'eau, qui lorsqu'elles s'en sont une fois emparées, ne permet-

 tent

tent gueres à d'autres particules d'eau de la pénétrer à leur tour, sans une cause majeure & étrangere qui les y force: aussi chaque petite portion de la solution nitreuse n'a-t-elle besoin que de son mouvement propre & naturel pour entrer dans les pores du Sel de Tartre qui n'a point encore été dissout; au lieu que quand il l'a été, ce n'est plus que par l'effet & pendant l'effet que produit la chûte de l'Huile de Tartre sur la solution nitreuse, & dont la cause est indépendante de celle du mouvement du liquide, que quelques portions de cette solution trouvent une entrée dans les pores de ce Sel, comme nous l'avons déja remarqué & expliqué dans ce Mémoire.

De plus, dans l'expérience du Sel de Tartre présenté à la solution nitreuse sous une forme séche, chaque petite portion de cette solution qui dépose à l'entrée des pores de ce Sel, le Nitre qu'elle contenoit, se charge ensuite de toute la quantité de Sel de Tartre qu'elle peut dissoudre, & ce Sel n'apportant alors dans la liqueur aucunes parties aqueuses, & ne se dissolvant même qu'aux dépens de celles qui y étoient déja, & qui appartenoient auparavant au Salpêtre dont il occupe la place, ces parties aqueuses se trouvent si bien employées par le Sel de Tartre, qu'il ne leur est plus possible de mordre sur le précipité nitreux, non plus que sur tout autre Sel. Mais dans l'expérience où l'on se sert de l'Huile de Tartre, c'est-à-dire, du Sel de Tartre tout dissout avant que de le verser sur la solution nitreuse, le Sel de Tartre n'a aucun besoin pour-lors des parties

aqueu-

aqueuſes contenues dans les différentes portions de cette ſolution dépouillées de leur Nitre, il ſe ſoutient dans la liqueur par celles qu'il a apportées avec lui; & ainſi quelque quantité d'Huile de Tartre qu'on verſe ſur l'autre liqueur, celles de cette autre liqueur qui auront perdu leur Nitre, demeureront toûjours dans cette expérience ſans emploi: par conſéquent comme nous ne pouvons les anéantir, & les empêcher par-là de rediſſoudre le précipité nitreux pour la diſſolution duquel elles ſe trouvent dans toute la quantité néceſſaire, c'eſt en anéantiſſant leur effet ſur ce précipité, que nous pouvons mettre obſtacle à ſa rentrée dans la liqueur; & pour opérer cet anéantiſſement, il faut néceſſairement avoir recours à l'arrangement ſingulier qui a été imaginé, ou à quelque autre ſemblable qui vaille mieux, & qui lui ſoit préférable.

Suivant celui qui a été propoſé, & qui diſtribue dans chaque petite portion de l'Huile de Tartre mêlée à la ſolution nitreuſe, un ſeptieme, ou peut-être une plus petite quantité des parties aqueuſes d'une portion de cette diſſolution, le liquide ſe trouve chargé par-tout ou des petites portions d'Huile de Tartre, telles que nous venons de les rapporter, ou de Salpêtre reſté dans les portions d'eau que l'Huile de Tartre n'a point entamées.

Par quelle porte donc, ou plutôt, à la faveur de quelles parties d'eau le Salpêtre précipité rentreroit-il alors dans le liquide? Ce n'eſt pas par celles qui déja chargées autant qu'el-

qu'elles peuvent l'être de Salpêtre, ne pourroient en admettre davantage, sans qu'il s'en fît aussi-tôt la précipitation, & cela par les raisons que j'ai rapportées dans deux Mémoires publiés, l'un en 1716, & l'autre en 1724. Ce ne sera pas non plus par les portions d'eau qui contiennent du Sel de Tartre; car s'il y avoit quelque apparence qu'elles pussent agir sur le précipité nitreux, ce ne pourroit être que par les particules d'eau de trop qui y ont été distribuées ; & nous avons si bien fait voir par l'arrangement proposé, l'impuissance de ces particules d'eau à cet égard, que leur présence doit être comptée pour rien, & qu'à proprement parler, elles sont dans le liquide comme si elles n'y étoient point.

Peut-être opposera-t-on, que s'il étoit vrai que les particules d'eau précédemment occupées à tenir dissout le Nitre qui s'est précipité, & devenues depuis libres & dégagées des Sels, & par cela même d'autant plus capables de redissoudre le même Nitre qui s'en est séparé, ne le fissent cependant pas à cause de leur extrême dispersion qui les empêcheroit d'y travailler ensemble & de concert, ces particules d'eau toûjours existantes dans le liquide, & continuellement à portée de se réunir, ne manqueroient pas de se rassembler insensiblement dans la suite; & celles qui seroient réunies, agiroient aussi-tôt sur le précipité nitreux, qui de jour en jour diminuant de volume à proportion des parties nitreuses qui seroient rentrées dans la liqueur, s'évanouiroit enfin totalement; ce qui seroit tout

le

le contraire de ce qu'on obſerve dans le Nitre précipité qui demeure conſtamment au fond du vaiſſeau, ſans qu'on y apperçoive après beaucoup de tems aucune diminution.

Je réponds, que quand une fois les particules d'eau dont il s'agit, ont été répandues & diſtribuées de la maniere que nous l'avons ſuppoſé, dans les différentes petites portions d'Huile de Tartre, il ne leur eſt pas bien aiſé de ſe réunir, du moins comme il le faudroit pour agir enſemble & efficacement ſur le précipité nitreux: les petites maſſes ou portions dans leſquelles chacunes de ces parties aqueuſes ſont contenues, & qui les emportent, les unes d'un côté, les autres d'un autre, ne les mettent point du tout par-là à portée de ſe raſſembler. Un des moyens qui leur conviendroit en apparence pour cela, ſeroit le mêlange & la confuſion de pluſieurs de ces portions; mais on a ſuffiſamment prouvé dans ce Mémoire, que quand ces portions ne ſont ſoumiſes & expoſées qu'aux mouvemens égaux, règlés & uniformes qui ſe paſſent au dedans du liquide, elles y ſubſiſtent en leur entier, ou du moins elles s'y confondent rarement.

Suppoſons cependant qu'elles le faſſent, ſoit par le mouvement qui ſe paſſe dans l'interieur du liquide, ſoit par quelque cauſe étrangere; ce ne ſeroit pas encore là le tout: il faudroit de plus 1°. qu'après la confuſion des petites maſſes d'Huile de Tartre, les parties aqueuſes qui ſont de trop dans chacune de ces maſſes, ſe cherchaſſent par préférence dans cette eſpece de cahos, qu'elles ſe trouvaſ-

vassent, & que s'étant une fois trouvées, elles ne se quittassent plus dans la suite, & sur-tout lorsque des différentes portions confondues, il s'en reformeroit de nouvelles, ce qui n'est pas bien aisé à concevoir. Il faudroit en second lieu, pour que les parties aqueuses qui sont de trop dans chaque petite masse d'Huile de Tartre, se rassemblassent d'une certaine maniere & jusqu'à une certaine quantité, qu'il y eût aussi un certain nombre de ces masses qui se confondissent à la fois. Et supposé qu'il fallût toute une petite portion d'eau pour la dissolution d'une partie intégrante de Salpêtre; comme les parties aqueuses, qui suivant notre supposition, sont répandues dans sept ou huit petites masses d'Huile de Tartre, & qui y sont de trop, ne font toutes ensemble que la valeur d'une portion d'eau pure, il faudroit pour lui donner lieu de se reproduire, que sept ou huit petites masses qui fussent toutes d'Huile de Tartre, se confondissent à la fois: car si une partie de ces masses étoit chargée d'Huile de Tartre, & l'autre partie de solution nitreuse, bien-loin que leur confusion mît la liqueur en état de s'enrichir aux dépens du précipité nitreux, elle ne travailleroit au contraire qu'à une nouvelle précipitation, & à enrichir le précipité lui-même.

Par conséquent, en considérant la distinction réelle des masses d'Huile de Tartre, où les particules d'eau qui y sont de trop sont contenues, la différente détermination de mouvement qui emportant chacune de ces masses, les unes d'un côté, les autres d'un autre, les tient toûjours séparées, & les empêche par-là de communiquer les unes avec les autres; leur résistance mu-

mutuelle à se laisser pénétrer & à se confondre; l'inutilité qui résulteroit de cette confusion, si elles n'étoient pas exactement telles par leur quantité & leur qualité qu'il le faut pour cet effet; l'espece de merveilleux peu vrai-semblable qu'il y auroit, si les particules d'eau dont il s'agit, & qui par leur petite quantité se trouvant noyées & comme perdues dans les parties d'Huile de Tartre, dont ces masses sont composées, sont par cela même beaucoup moins à portée de se rencontrer les unes & les autres que celles de l'Huile de Tartre qu'elles trouvent par-tout; si dis-je, ces particules d'eau inutiles qui se trouvent de trop dans chaque masse d'Huile de Tartre, passoient toûjours, ou ordinairement, ou même assés souvent par dessus celles qui sont occupées à soutenir le Sel de Tartre, pour se rejoindre inséparablement & comme par prédilection les unes aux autres, & pour ne plus faire dorênavant qu'un seul corps, ou une seule petite portion d'eau pure: En un mot, après avoir combiné ensemble tous les obstacles qui s'opposent alors à cette réunion, & dont un seul, quand tous les autres auroient été levés, suffiroit pour la faire manquer; on ne peut s'empêcher d'avouer, que quand le hazard viendroit à bout d'opérer cette réunion malgré le concours des difficultés considérables qui ont été rapportées, il ne pourroit toûjours le faire que fort rarement, & seulement en quelques endroits du liquide. Or le peu de parties d'eau pure qu'il rassembleroit alors, ne pouvant jamais dissoudre qu'une très-petite quantité de précipité nitreux, ce qui en seroit enlevé pour-lors par ces particules d'eau réunies,

nies, feroit fi peu de chofe, qu'il feroit plus que remplacé par la petite dofe de précipitié nitreux qui fe forme à la longue au deffous des liqueurs chargées à la fois de Nitre & de Sel de Tartre, comme je l'ai déja remarqué dans ce Mémoire.

Concluons donc de ce qui a été dit, que fi le Nitre ou tout autre Sel moyen qui fe trouve tout placé dans un liquide, s'y maintient, du moins pour la plus grande partie, malgré le Sel de Tartre qui s'y trouve auffi; quand une fois ce Sel moyen en eft dehors, c'eft-à-dire, quand il a été précipité au deffous du liquide par une fuffifante quantité d'Huile de Tartre, cette liqueur trouve bien le fecret de l'empêcher d'y rentrer ou de s'y rétablir, quoique néanmoins le Sel moyen pût d'ailleurs y retrouver une place fuffifante fans l'arrangement nouveau & fingulier qui s'y eft fait, & qui y apporte un obftacle invincible.

Ce font-là les conjectures que mes expériences fur les diffolutions des Sels m'ont fait naître fur la matiere préfente. Mais cette matiere étant encore fufceptible d'une infinité d'autres expériences, fi je m'apperçois dans la fuite que quelques-unes de ces expériences que j'aurois faites, contrariaffent mes idées, que je ne donne que comme des probabilités, & en attendant mieux; l'amour de la vérité me feroit trouver un affés grand plaifir à me réfuter moi-même, pour n'en pas laiffer la peine à un autre.

DE

DE LA THÉORIE DES COMETES.

Par M. CASSINI. *

A L'OCCASION des Cometes des années 1707 & 1723, nous avons donné des règles pour déterminer leurs plus grandes & leurs plus petites distances possibles à la Terre, & divers élémens pour pouvoir reconnoître leur retour, supposant que leurs révolutions se font autour du Soleil suivant la suite des Signes de l'Occident vers l'Orient.

Cette supposition du mouvement des Cometes de l'Occident vers l'Orient à l'égard du Soleil, qui s'observe non seulement dans toutes les Planetes principales autour de cet Astre, mais même dans tous les Satellites autour de leurs Planetes, paroît être une règle constante de la nature. Mais comme il ne seroit pas impossible qu'elles eussent un autre centre de mouvement, nous avons crû devoir donner dans ce Mémoire des règles plus générales pour déterminer la distance réelle des Cometes à la Terre, la quantité & la direction de leur mouvement, le vrai lieu de leur Nœud & l'inclinaison de leur Orbite, la figure de leur Orbe supposée Elliptique, soit que le Soleil se trouve à l'un de leurs foyers, soit qu'il en soit éloigné; enfin le tems qu'elles employent à faire leur revolution, supposant qu'el-

* 18 Juin 1727.

qu'elles ſe meuvent ſuivant une ligne droite dans l'intervalle de quelques jours, & qu'elles décrivent pendant ce tems des eſpaces égaux en tems égaux.

Cette ſuppoſition, que le mouvement des Cometes ſe fait en ligne droite dans un petit intervalle de tems, & que pendant ce tems elles parcourent des eſpaces égaux en tems égaux, doit être admiſe, ſi elles ſe trouvent éloignées de la Terre & du centre de leur mouvement à une grande diſtance; car alors les arcs qu'elles parcourent, peuvent être regardés comme des lignes ſenſiblement droites, & l'inégalité de leur mouvement eſt peu ſenſible dans l'intervalle de quelques jours. Auſſi la plûpart des Aſtronomes qui ont eſſayé de donner la Théorie des Cometes, ont fait ces deux ſuppoſitions.

Dans la Théorie de la Comete qui a paru en 1664, mon Pere a donné la Méthode de déterminer par le moyen de trois obſervations, la direction du mouvement des Cometes, qu'il a employée pour reconnoître celles qui ont paru retourner après une ou pluſieurs révolutions.

Divers Aſtronomes ont employé dans la ſuite la même méthode, ou d'autres à-peu-près ſemblables; & M. Gregori dans ſes Elémens d'Aſtronomie, rapporte une Méthode qu'il attribue à M. Wren, pour trouver dans ces deux ſuppoſitions, par le moyen de quatre obſervations, non ſeulement la direction du mouvement d'une Comete, mais même ſa diſtance réelle à la Terre, d'où il déduit la quantité de ſon mouvement, & les autres Elémens de ſa Théorie.

Comme il eſt très-important pour la perfection de la Théorie des Cometes, & pouvoir

par-

parvenir à reconnoître leur retour, d'avoir des Méthodes simples & faciles pour déterminer leur distance à la Terre & au Soleil, aussi-bien que la quantité & la direction de leur mouvement, j'en proposerai ici une qui m'a paru simple, & avec laquelle on peut déterminer avec assés de facilité, tant par une figure que par le calcul, tous ces divers élémens dans l'hypothese du mouvement de la Terre autour du Soleil.

* Soit *S* le Soleil, *aRπb* l'Orbe annuel sur lequel l'Aphélie est placé en *a*, & le Perihélie en *π*. Ayant placé sur cet Orbe le point du Bélier, ♈, par rapport au point *a* de l'Aphélie; soient faits les angles ♈ *S* 1, ♈ *S* 2, ♈ *S* 3, ♈ *S* 4, du même nombre de degrés, minutes & secondes que le vrai lieu de la Terre dans le tems de quatre observations choisies d'une Comete. Soient aussi faits les angles ♈ *Sl*, ♈ *Sp*, ♈ *Sq*, ♈ *Sr*, de la même quantité que le vrai lieu de la Comete par rapport à l'Ecliptique au tems que la Terre étoit aux points 1, 2, 3, 4; & soient tirées de ces points les lignes 1 *K*, 2 *N*, 3 *O*, 4 *M*, paralleles aux lignes *Sl*, *Sp*, *Sq*, *Sr*.

Il est évident que ces lignes 1 *K*, 2 *N*, 3 *O*, 4 *M*, seront dirigées au vrai lieu de la Comete par rapport à la Terre & au Soleil. Car prolongeant 1 *S* en *b*, le point *b* marquera au tems de la premiere observation le vrai lieu du Soleil sur l'Ecliptique qui est à l'opposite de celui de la Terre, & l'angle ♈ *S b*, mesurera la distance du point du Bélier au vrai lieu du Soleil,

* Fig. 1. & 2.

leil, y ajoûtant l'angle ♈ *Sl* qui a été pris égal au vrai lieu de la Comete, c'est-à-dire, à sa distance au point du Bélier, on aura l'angle *lSb* qui mesurera la distance de la Comete au Soleil dans la premiere observation; mais à cause des paralleles *Sl*, 1 *K*, l'angle *K* 1 *S* est égal à l'angle *lSb*; donc l'angle *K* 1 *S* mesurera la distance de la Comete au Soleil, & par conséquent la Comete sera dans la direction de la ligne 1 *K* au tems de la premiere observation.

Soient prolongées les lignes 1 *K*, 2 *N*, 3 *O*, 4 *M*, jusqu'à ce qu'elles concourent ensemble, de maniere que le point *A* marque l'intersection des lignes 1 *K*, 2 *N*, tirées de la Terre à la Comete dans les deux premieres observations; le point *B*, l'intersection des lignes 4 *M* & 3 *O* dirigées à la Comete dans la troisieme & quatrieme observation; le point *E*, l'intersection des lignes 1 *K* & 3 *O* dirigées à la Comete dans la premiere & troisieme observation; *C*, l'intersection des lignes 2 *N* & 3 *O* dirigées à la Comete dans la seconde & troisieme observation; & *D*, l'intersection des lignes 2 *N* & 4 *M* dirigées à la Comete dans la seconde & quatrieme observation.

Faites *CP* à *BC*, comme l'intervalle de tems entre la premiere & seconde observation, est à celui qui est entre la seconde & la quatrieme.

Faites aussi *CF* à *CD*, comme l'intervalle entre la premiere & troisieme observation, est à celui qui est entre la troisieme & la quatrieme. Menés par les points *P* & *F*, ainsi dé-

déterminés, la ligne *PF*, qui étant prolongée de part ou d'autre, rencontre la ligne *IK* en *K*. Cette ligne *IK* mesurera la distance véritable de la Comete à la Terre au tems de la premiere observation, réduite à l'Ecliptique.

Faites aussi *CT* à *AC*, comme l'intervalle de tems entre la troisieme & la quatrieme observation, est à celui qui est entre la premiere & la troisieme; & *CQ* à *CE*, comme l'intervalle entre la seconde & la quatrieme est à l'intervalle entre la premiere & la seconde. Menés par les points *T* & *Q* la ligne *TQ*, qui étant prolongée de part ou d'autre, rencontre 4*M* en *M*, la ligne 4*M* mesurera la distance véritable de la Comete à la Terre, réduite à l'Ecliptique au tems de la 4me. observation.

Joignés *KM*, qui coupera aux points *N* & *O* les lignes 2*N*, 3*O*, tirées de la Terre à la Comete dans la seconde & troisieme observation. La ligne *KM* mesurera la quantité réelle du mouvement de cette Comete par rapport à l'Ecliptique, qui sera telle que ses portions *KN*, *NO*, *OM*, seront entre elles comme les espaces parcourus entre les quatre observations données.

On peut aussi, connoissant la distance *IK* de la Comete à la Terre dans la premiere observation, par la methode que l'on a prescrite ci-devant, déterminer sa distance à la Terre 4*M* dans la quatrieme observation, en cette maniere.

Soit menée par les points *B* & *F*, la ligne *BFH* ou *FBH*, & du point *K* la ligne *KH* pa-

parallele à la ligne 3 *O* qui rencontre la ligne *BH* au point *H*. Du point *H*, ſoit tirée la ligne *HM* parallele à la ligne 2 *N* qui rencontrera la ligne 4 *M* en *M*. La ligne 4 *M* meſurera la diſtance de cette Comete à la Terre, réduite à l'Ecliptique au tems de la quatrieme obſervation.

On peut de la même maniere, connoiſſant la diſtance 4 *M* de la Comete à la Terre au tems de la quatrieme obſervation, déterminer ſa diſtance *IK* dans la premiere obſervation, en menant du point *A* par le point *Q*, la ligne *AQH* ou *QAH*, qui rencontrera en *H* la ligne *MH* parallele à 2 *N*, & tirant du point *H* la ligne *HK* parallele à 3 *O*, qui rencontrera *IK* au point *K*. Cette ligne *IK* meſurera la diſtance de cette Comete à la Terre au tems de la premiere obſervation.

Comme toutes ces diſtances de la Comete à la Terre ont été meſurées ſur l'Ecliptique, il faut pour déterminer la véritable diſtance de la Terre à la Comete ſur ſon Orbe, faire l'angle *K* 1 *k* égal à ſa latitude au tems de la premiere obſervation. Elevant ou abaiſſant du point *K*, ſuivant que cette latitude eſt ſeptentrionale ou méridionale, la ligne *Kk* perpendiculaire au plan de l'Ecliptique qui rencontre la ligne *Ik* au point *k*. Cette ligne *Ik* meſurera la diſtance véritable de la Terre à la Comete dans la premiere obſervation.

On fera de même l'angle *M* 4 *m* égal à la latitude de la Comete, déterminée par la quatrieme obſervation, & on élevera ou abaiſſera du point *M*, la ligne *Mm* perpendiculaire au plan de l'Ecliptique qui rencontrera la ligne

ligne 4*m* au point *m*. Cette ligne 4*m* mesurera la distance véritable de la Comete à la Terre, au tems de la quatrieme observation.

Enfin, si l'on éleve sur la ligne *KM* des points *K* & *M*, les perpendiculaires *Kk*, *Mm*, égales aux lignes *Kk* & *Mm* que l'on vient de trouver, la ligne *km* mesurera la quantité véritable du mouvement de la Comete sur son Orbe depuis la premiere jusqu'à la quatrieme observation; l'angle *Mnm*, l'inclinaison véritable de son Orbe à l'égard de l'Ecliptique; & la ligne *Sn*, tirée du Soleil au point *n* de l'intersection des lignes *KM* & *km*, marquera sur l'Orbe du Soleil le vrai lieu du Nœud ou de l'intersection de l'Orbe de la Comete à l'égard de l'Ecliptique, qui sera mesuré par l'angle ♈ *Sn*.

Il est aisé de voir que lorsque les intervalles entre les points des intersections des lignes tirées de la Terre à la Comete sont sensibles par rapport à la distance du Soleil à la Terre, & que le mouvement vrai de la Comete à l'égard de l'Ecliptique qui est mesuré par les angles compris entre ces diverses lignes est de plusieurs degrés, on peut déterminer par une figure avec une très grande facilité la distance de la Comete à la Terre; aussi-bien que la quantité de son mouvement tant sur son Orbe que par rapport à l'Ecliptique; aussi-bien que l'inclinaison de cet Orbe & le vrai lieu de son Nœud à l'égard de l'Ecliptique, qui sont les principaux élémens de sa Théorie.

DEMONSTRATION.

* Soit menée par les points *B* & *F*, la ligne *BFbz* ou *FBbz* qui rencontre en *z* la ligne *KH* parallele à la ligne 3 *O*, & en *b* la ligne *MH* parallele à la ligne 2 *N*. Soit aussi menée par les points *A* & *Q*, la ligne *AQgu* ou *QAgu*, qui rencontre en *g* la ligne *KH*, & en *u* la ligne *MH*. A cause des paralleles *KH* & 3 *O*, les Triangles *KFV* & *VFz* sont semblables aux Triangles *PFC* & *CFB*, & on aura *CP* à *CB*, comme *KV* est à *Vz*. Les Triangles *AKV* & *AVg* sont aussi semblables aux Triangles *AEC* & *ACQ*, & on aura *CE* à *CQ*, comme *KV* est à *Vg*. Mais par la construction *CP* est à *CB* comme *CE* à *CQ*, comme l'intervalle de tems entre la premiere & la seconde observation est à celui qui est entre la seconde & la quatrieme. Donc *KV* est à *Vz* comme *KV* est à *Vg*, donc les points *z* & *g* des lignes *AQgu* & *BFbz* ou *QAgu* & *FBbz* concourent ensemble sur un des points de la ligne *KH*.

Maintenant à cause des paralleles *MH* & 2 *N*, les Triangles *BCF* & *BCD* sont semblables aux Triangles *BXb* & *BXM*, & on aura *CF* à *CD* comme *Xb* est à *XM*. Les Triangles *AQC* & *CQT* sont aussi semblables aux Triangles *XQu* & *MQX*, & on aura *AC* à *CT* comme *Xu* est à *XM*. Mais par la construction *CF* est à *CD* comme *AC* est à *CT*, comme l'intervalle entre la pre-

miere

* Fig. 1. & 2.

miere & troisieme observation est à celui qui est entre la troisieme & la quatrieme. Donc *Xb* est à *XM* comme *Xu* est à *XM*; donc les points *b* & *u* des lignes *BFb* & *AQu* ou *FBb* & *QAu* concourent ensemble sur un des points de la ligne *MH*. Mais nous avons démontré ci-dessus que les points *g* & *z* des mêmes lignes *BFb* & *AQu* ou *FBb* & *QAu* concouroient ensemble sur un des points de la ligne *KH*; donc les points *b*, *u*, *g*, *z*, concourent tous au point *H*, qui est l'intersection commune des lignes *KH* & *MH* paralleles aux lignes 3*O* & 2*N*, & par conséquent les lignes *BF* & *AQ* prolongées, concourent ensemble au point *H*.

Maintenant à cause des paralleles 2*N*, *MH*, on aura *KN* à *NM* comme *KV* est à *VH*; mais l'on a démontré que *KV* est à *VH* comme *CP* est à *BC*; donc *KN* est à *NM* comme *CP* est à *BC*, c'est-à-dire, par la construction, comme l'intervalle entre la premiere & la seconde observation est à celui qui est entre la seconde & la quatrieme.

On trouvera de même que *KO* est à *OM* comme *HX* est à *XM*; mais *HX* est à *MX* comme *CF* est à *CD*; donc *KO* est à *OM* comme *CF* est à *CD*, c'est-à-dire, par la construction, comme l'intervalle entre la premiere & la troisieme observation est à celui qui est entre la troisieme & la quatrieme. Donc la ligne *KM* mesure le mouvement véritable de la Comete sur le plan de l'Ecliptique, qui doit être tel que ses portions *KN*, *NO*, *OM*, soient entre elles comme les espaces parcourus entre les quatre observations

données, que l'on a supposé être dans le même rapport que les intervalles de tems entre ces observations. Les points *K*, *N*, *O*, *M*, marqueront donc donc le vrai lieu de la Comete par rapport à l'Ecliptique dans ces quatre observations, & les lignes 1*K*, 2*N*, 3*O*, 4*M*, sa distance à la Terre mesurée sur l'Ecliptique par rapport aux distances connues *S*1, *S*2, *S*3, *S*4, de la Terre au Soleil.

On démontrera de même, qu'ayant mené par les points *P* & *F*, la ligne *PFK* ou *FPK* qui rencontre 1*K* en *K*, si l'on mene du point *K* la ligne *KH* parallele à 3*O* qui rencontre *BF* prolongée en *H*, & que du point *H* on mene la ligne *HM* parallele à 2*N*, qui rencontre 4*M* en *M*, la ligne *KM* mesurera le mouvement de la Comete sur l'Ecliptique; & que réciproquement ayant mené par les points *T* & *Q*, déterminés comme ci-dessus, la ligne *TQM* ou *QTM* qui rencontre 4*M* en *M*, si l'on mene par le point *M*, la ligne *MH* parallele à 2*N* qui rencontre *AQ* prolongée en *H*, & que du point *H* on mene la ligne *HK* parallele à 3*O* qui rencontre 1*K* en *K*, la ligne *MK* mesurera le mouvement de la Comete sur l'Ecliptique.

Car par la premiere construction *KN* est à *NM* comme *KV* est à *VH*, comme *CP* est à *BC*, c'est-à-dire, comme l'intervalle entre la premiere & la seconde observation est à celui qui est entre la seconde & la quatrieme; & *KO* est à *OM* comme *HX* est à *XM*, comme *CF* est à *CD*, c'est-à-dire, comme l'intervalle entre la premiere & la troisieme observation est à celui qui est entre la troisieme

me

me & la quatrieme. Et par la seconde construction *KN* est à *NM* comme *KV* est à *VH*, comme *EC* est à *CQ*, c'est-à-dire, comme l'intervalle entre la premiere & la seconde observation est à celui qui est entre la seconde & la quatrieme; & *KO* est à *OM* comme *HX* est à *XM*, comme *AC* est à *CT*, c'est-à-dire, comme l'intervalle entre la premiere & la troisieme observation est à celui qui est entre la troisieme & la quatrieme: ce qu'il falloit démontrer.

Lorsqu'on ne peut pas déterminer avec assés de précision par le moyen d'une figure, la distance d'une Comete à la Terre, la quantité de son mouvement & divers autres élémens de sa Théorie, on les trouvera par le calcul, en cette maniere.

On calculera d'abord par les Tables du Soleil son vrai lieu ou celui de la Terre au tems des observations choisies, & la valeur des distances *S* 1, *S* 2, *S* 3, *S* 4, de la Terre au Soleil par rapport à sa distance moyenne supposée de 100000; & dans le Triangle 1 *S* 2, l'angle 1 *S* 2 qui mesure le mouvement de la Terre dans l'intervalle entre les deux premieres observations, étant connu aussi-bien que les lignes *S* 1, *S* 2, on trouvera la valeur de la corde 1 2, qui soûtend l'arc du mouvement de la Terre dans son Orbe, & l'angle *S* 12 ou son supplément à deux droits *L* 12 dont il faut retrancher l'angle *L* 1 *K*, supplément de l'angle *K* 1 *S*, distance de la Comete au Soleil, lorsque le point *K* est entre les points *L* & 2, & qu'il faut ajoûter à l'angle *L* 1 *K*, lorsque le point *K* est au-

delà du point *L*, pour avoir la valeur de l'angle *A* 12.

Maintenant dans le Triangle *A* 12, dont le côté 12 eſt connu, de même que l'angle *A* 12 & l'angle 1 *A* 2, qui à cauſe des paralleles *A* 1, *Sl*, & *A* 2, *Sp*, eſt égal à l'angle *lSp* qui meſure le mouvement de la Comete à l'égard de l'Ecliptique dans l'intervalle entre les deux premieres obſervations, on aura la valeur des lignes 1 *A* & 2 *A* qui meſurent la diſtance de la Terre au point *A* du concours des deux lignes tirées de la Terre à la Comete dans les deux premieres obſervations.

On calculera de la même maniere la valeur des cordes 13, 14, & des diſtances 1 *E*, 3 *E*, 1 *G*, 4 *G*, de la Terre aux points *E* & *G*, du concours des lignes tirées de la Terre à la Comete dans la premiere, troiſieme & quatrieme obſervation. Retranchant 1 *A* de 1 *E*, on aura *AE*, & dans le Triangle *AEC*, dont le côté *AE* eſt connu auſſi-bien que l'angle *EAC* ou 1 *A* 2, & l'angle 2 *C* 3 égal à l'angle *pSq* qui meſure le mouvement de la Comete dans l'intervalle entre la ſeconde & la troiſieme obſervation, on trouvera la valeur des côtés *AC* & *CE*. Prenant la différence entre 1 *A* & 1 *G*, on aura *AG*, & dans le Triangle *AGD*, dont le côté *AG* eſt connu, & les angles *GAD* ou 1 *A* 2, & *ADG* ou 2 *D* 3, on aura les côtés *DG* & *AD*. Prenant la différence entre *AD* & *AC*, on aura *DC*, & dans le Triangle *BDC*, dont le côté *DC* eſt connu, de même que l'angle *BDC*, ou ſon ſupplément 2 *D* 4, & l'angle *DCB* ou

ou $2C3$, on aura le côté BC. On fera ensuite par la regle prescrite, comme le tems entre la seconde & la quatrieme observation est au tems entre la premiere & la seconde, ainsi BC est à CP; & comme le tems entre la troisieme & la quatrieme observation est au tems entre la premiere & la troisieme, ainsi CD est à CF. Maintenant dans le Triangle PCF, dont les côtés CP, CF, & l'angle PCF ou $2C3$ compris entre ces côtés, sont connus, on trouvera la valeur de l'angle CPF; & dans le Triangle EPK, dont le côté EP ou CP plus CE est connu, de même que l'angle KEP, & l'angle CPF ou EPK, on trouvera la valeur du côté EK qu'il faut ajoûter à la ligne $1E$ ci-devant déterminée, lorsque le point K est au-delà du point E, & qu'il faut retrancher au contraire de la ligne $1E$, lorsque le point K est en deçà, & on aura la valeur de la ligne $1K$, qui mesure la distance de la Terre à la Comete réduite à l'Ecliptique, au tems de la premiere observation.

Il est à remarquer que lorsque l'angle EPK est plus grand que l'angle $1E3$ ou PEK, la Comete se trouve placée au-delà du point A; & que lorsque cet angle est plus petit, elle se trouve alors entre la Terre & le point A.

Pour trouver sa distance à la Terre dans la quatrieme observation, on fera comme le tems entre la premiere & la troisieme observation est au tems entre la troisieme & la quatrieme, ainsi AC est à CT; on fera aussi comme le tems entre la premiere & la seconde observation est au tems entre la seconde

& la quatrieme, ainsi *CE* est à *CQ*. Maintenant dans le Triangle *TCQ*, dont les côtés *CT*, *CQ*, & l'angle *TCQ* ou 2*C*3 compris entre ces côtés sont connus, on trouvera la valeur de l'angle *CTQ*; & dans le Triangle *DTM*, dont le côté *DT* ou *DC* plus *CT* est connu, de même que l'angle *DTM*, ou *CTQ*, & l'angle *MDT* ou 2*D*4, on trouvera le côté *DM* qu'il faut ajoûter aux lignes 4*G* & *DG* ci-devant déterminées, lorsque le point *M* est au-delà du point *D*, ce qui arrive lorsque l'angle *QTF* est plus grand que l'angle 2*D*4 ou *MDT*, & qu'il faut retrancher au contraire de la ligne 4*D*, lorsque l'angle *QTF* est plus petit que l'angle 2*D*4, & l'on aura la valeur de la ligne 4*M*, qui mesure la distance de la Terre à la Comete, réduite à l'Ecliptique, au tems de la quatrieme observation.

Si l'on ajoûte présentement la ligne *DG* à la ligne *DM*, lorsque le point *M* est au-delà du point *D*, & si on la retranche de la ligne *DM*, lorsqu'il est en-deçà, on aura *GM*. Ajoûtant pareillement *GE*, ou *AE* moins *AG*, à *EK*, lorsque le point *K* est au-delà du point *E*, & le retranchant de *EK*, lorsqu'il est en-deçà, on aura *GK*; & dans le Triangle *KGM*, dont les côtés *KG* & *GM*, & l'angle *KGM* ou 1*G*4 compris entre ces côtés, sont connus, on trouvera la valeur du côté *KM* qui mesure le mouvement de la Comete, réduit à l'Ecliptique, entre la premiere & la quatrieme observation, & les angles 1*KM*, 4*MK*, qui déterminent la direction de son mouvement.

Pour

Pour déterminer la distance réelle de la Comete à la Terre, l'inclinaison de son Orbe & la quantité de son mouvement sur cet Orbe, on fera comme le Sinus du complément de la latitude de la Comete dans la premiere observation est au sinus total; ainsi la distance 1 *K* de la Terre à la Comete, réduite à l'Ecliptique, est à la distance réelle 1 *k* de la Terre à la Comete dans la premiere observation; & comme le sinus du complément de la latitude de la Comete dans la quatrieme observation est au Sinus total, ainsi 4 *M* est à la distance réelle 4 *m* de la Terre à la Comete dans la quatrieme observation. On fera ensuite comme le Sinus total est à la tangente de la latitude de la Comete dans la premiere observation, ainsi 1 *K* est à *Kk*; & comme le Sinus total est à la tangente de la latitude de la Comete dans la quatrieme observation, ainsi 4 *M* est à *Mm*. Enfin l'on fera comme *KM* est à la différence entre *Kk* & *Mm*, lorsque les deux latitudes sont de même dénomination, ou bien comme *KM* est à la somme de *Kk* plus *Mm*, lorsqu'elles sont de différente dénomination; ainsi le Sinus total est à la tangente de l'angle *Mnm* ou *Knk*, qui mesure l'inclinaison véritable de l'Orbite de la Comete par rapport à l'Ecliptique; & comme le Sinus du complément de l'angle *Mnm* est au Sinus total, ainsi *KM* est à la ligne *km* qui mesure la quantité du mouvement réel de la Comete sur son Orbe par rapport à la distance moyenne de la Terre au Soleil supposée de 100000.

Pour déterminer le vrai lieu du Nœud de

la Comete, on fera comme *Mm* moins *Kk*, lorſque les des deux latitudes ſont de même dénomination, ou bien comme *Mm* plus *Kk*, lorſqu'elles ſont de différente dénomination, eſt à *MK*; ainſi *Kk* eſt à *Kn*, diſtance du point *K* au point *n*, qui marque le lieu où la Comete a coupé l'Ecliptique. Maintenant dans le Triangle 1 *K n*, dont les côtés 1 *K*, *K n*, & l'angle compris 1 *K M* ſont connus, on trouvera le côté 1 *n* & l'angle *K* 1 *n*. Prenant la ſomme des angles *K* 1 *n* & *L* 1 *K*, ou leur différence, on aura l'angle *L* 1 *n*, ou ſon ſupplément *S* 1 *n*, & dans le Triangle *S* 1 *n*, dont les côtés *S* 1, 1 *n*, & l'angle compris *S* 1 *n* ſont connus, on trouvera la valeur du côté *Sn*, qui meſure la diſtance véritable de la Terre à la Comete, lorſqu'elle a paſſé par l'Ecliptique & l'angle 1 *Sn*. L'angle ♈ *S* 1, diſtance de la Terre au point du Bélier au tems de la premiere obſervation, étant donc connu, on aura la valeur de l'angle ♈ *Sn* qui meſure le vrai lieu du Nœud de la Comete, ou de l'interſection de ſon Orbe avec l'Ecliptique. Enfin l'on déterminera le tems que la Comete eſt arrivée à ſon Nœud, en faiſant comme *MK* eſt à *Kn*; ainſi l'intervalle de tems entre la premiere & la quatrieme obſervation eſt à l'intervalle entre le tems de la premiere obſervation & celui auquel la Comete eſt arrivée à l'Ecliptique: ce qu'il falloit trouver.

On peut auſſi, ſuppoſant qu'une Comete parcoure ſa révolution autour du Soleil, déterminer la grandeur & la figure de ſon Orbe; le tems qu'elle employe à faire ſa révo-

volution & les autres élémens de sa Théorie, en cette maniere.

Soit mené du point *S* au point *M*, lieu de la Comete sur l'Ecliptique au tems de la quatrieme observation, la ligne *SM*. Dans le Triangle *SM*4, les côtés *S*4, 4*M*, sont connus, de même que l'angle compris *S*4*M*, supplément de l'angle 4*Sr*; c'est pourquoi l'on connoîtra la valeur du côté *SM* & de l'angle 4*SM*. La ligne *Mm* ayant été élevée perpendiculairement sur le plan de l'Ecliptique, le Triangle *SMm* est rectangle en *M*; & connoissant les côtés *SM* & *Mm*, on trouvera la valeur de l'hypothenuse *Sm*, qui mesure la distance réelle de la Comete au Soleil au tems de la quatrieme observation. Dans le Triangle *SK*1, les côtés *S*1, 1*K*, sont connus, de même que l'angle compris *S*1*K*, supplément de l'angle *L*1*K* ou 1*Sl*; c'est pourquoi l'on connoîtra la valeur du côté *SK* & de l'angle 1*SK*. La ligne *Kk* ayant été élevée perpendiculairement sur le plan de l'Ecliptique, le Triangle *SKk* est rectangle en *K*; & connoissant les côtés *SK* & *Kk*, on aura la valeur de l'hypothenuse *Sk* qui mesure la distance réelle de la Comete au Soleil au tems de la premiere observation. Maintenant dans le Triangle *Smk*, dont les trois côtés *Sm*, *mk* & *Sk*, sont connus, l'on trouvera la valeur de l'angle *mSk*, qui soûtend dans l'Orbe de la Comete, la quantité de son mouvement propre depuis la premiere jusqu'à la quatrieme observation; on aura aussi la valeur des angles *Smk* & *Skm* qui déterminent la direction de son mouvement dans son Orbe.

 Pour

Pour déterminer la figure de l'Orbe que la Comete décrit par son mouvement propre, on choisira une cinquieme observation faite avec exactitude, éloignée de quelques jours de la quatrieme. On placera sur l'Orbe annuel le vrai lieu de la Terre dans le tems de cette observation au point 5, & le vrai lieu de la Comete au point ι, & l'on menera du point 5 la ligne 5θ parallele à la ligne $S\iota$. On prolongera ensuite KM en β, ensorte que $M\beta$ soit à KM, comme le tems entre la quatrieme & la cinquieme observation est au tems entre la premiere & la quatrieme; & du centre M à l'intervalle $M\beta$, on décrira l'arc $\beta\theta$ qui rencontrera 5θ au point θ. La ligne $M\theta$ ou $M\beta$ mesurera le mouvement de la Comete à l'égard de l'Ecliptique dans l'intervalle entre la quatrieme & la cinquieme observation, & la ligne 5θ la distance de la Comete à la Terre réduite à l'Ecliptique au tems de la cinquieme observation, dont on déterminera la quantité en cette maniere.

Dans le Triangle $MS5$, les côtés SM & $S5$ sont connus, & l'angle compris $MS5$ qui est égal à l'angle $MS4$ ci-devant déterminé, plus l'angle $4S5$ qui mesure le mouvement de la Terre entre la quatrieme & la cinquieme observation; c'est pourquoi l'on trouvera le côté $5M$ & l'angle $S5M$, dont la différence à l'angle $S5\theta$, supplément de l'angle $5S\iota$, différence entre le lieu de la Comete & celui de la Terre, donne l'angle $M5\theta$; & dans le Triangle $M5\theta$, dont les côtés $5M$, $M\theta$ & l'angle $M5\theta$ sont connus, on trouvera la valeur du côté 5θ, distance de la Terre à la Co-

Comete réduite à l'Ecliptique. Enfin dans le Triangle $S\varsigma\theta$, dont les côtés $\varsigma\theta$, $S\varsigma$ & l'angle compris $S\varsigma\theta$ sont connus, on trouvera la valeur du côté $S\theta$, distance de la Comete au Soleil dans la cinquieme observation réduite à l'Ecliptique.

Soit élevée du point θ, la ligne $\theta\delta$ perpendiculaire sur les lignes $S\theta$ & θM qui sont sur ce plan, & en même tems parallele à Mm. Soit pris sur $\theta\delta$ la ligne $\theta\gamma$ égale à la ligne Mm, & ayant mené $m\gamma$, soit fait l'angle $\gamma m\delta$, égal à l'inclinaison de l'Orbite de la Comete par rapport à l'Ecliptique ci-devant déterminée; il est clair que la ligne $m\delta$ mesurera le mouvement vrai de la Comete depuis la quatrieme jusqu'à la cinquieme observation, & que la ligne $\theta\delta$ mesurera l'élévation de cette Comete sur le plan de l'Ecliptique, dont on connoîtra la valeur, en résolvant le Triangle $m\gamma\delta$ rectangle en γ, dont le côté $m\gamma$ ou $M\theta$ & l'angle $\gamma\mu\delta$ sont connus. Maintenant dans le Triangle $S\theta\delta$ rectangle en θ, dont les côtés $S\theta$ & $\theta\delta$ sont connus, l'on trouvera la valeur de la ligne $S\delta$ qui mesure la distance réelle du Soleil à la Comete au tems de la cinquieme observation; & dans le Triangle $Sm\delta$, dont les trois côtés Sm, $S\delta$, $m\delta$, sont connus, l'on aura la valeur des angles $mS\delta$, $m\delta S$ & δmS.

* Soient présentement, dans la Fig. 3, les points $Skm\delta$ disposés de maniere que les lignes Sk, Sm, $S\delta$, mesurent la distance déterminée de la Comete au Soleil dans la premie-

* Fig. 3.

miere, quatrieme & cinquieme observation, & *km* & *mδ* le mouvement vrai de cette Comete sur son Orbe depuis la premiere jusqu'à la quatrieme, & depuis la quatrieme jusqu'à la cinquieme observation.

On peut déterminer géométriquement la figure de l'Ellipse, qui ayant pour foyer le point *S*, passe par les points *k*, *m* & *δ*. Mais comme le calcul des dimensions de cette Ellipse seroit extrêmement difficile, on considérera que la ligne *km* qui mesure le mouvement vrai de la Comete depuis la premiere jusqu'à la quatrieme observation, étant suivant notre supposition une ligne sensiblement droite, on peut la regarder comme la tangente de l'Orbe elliptique que la Comete décrit par son mouvement propre. Divisant cette ligne *km* en deux également au point *ε*, on menera du du point *S* au point *ε* la ligne *Sε*, & l'on fera l'angle *kεf* égal à l'angle *Sεm*.

Dans le Triangle *Smε*, dont les côtés *Sm* & *mε* & l'angle compris *Smε* sont connus, on trouvera la valeur de l'angle *εSm* & de l'angle *Sεm* ou *kεf* qui lui est égal; on aura donc la valeur de l'angle *Sεf* qui détermine la position de la ligne *εf*, qui par la propriété de l'Ellipse doit passer par un des foyers de l'Ellipse dont l'autre foyer est au point *S*.

Pour déterminer ce foyer, soit décrit du centre *S* & de l'intervalle *Sε*, l'arc *ελ* qui rencontre *Sδ* en *λ*, & soit pris sur la ligne *εf*, prolongée s'il est nécessaire, la ligne *εμ* égale à la ligne *δλ*, de maniere que le point *μ* soit entre les points *ε* & *f*, lorsque la ligne *Sδ* est plus grande que la ligne *Sε*, & que le point

point μ soit au delà du point ϵ, lorsque $S\delta$ est plus petite que $S\epsilon$. Joignés $\delta\mu$, que vous diviserés en deux parties égales au point ν. Du point ν soit élevé sur la ligne $\mu\delta$ la perpendiculaire νf, qui rencontrera la ligne θf au point f. Le point f déterminera l'autre foyer de l'Ellipse que la Comete décrit par son mouvement propre : ce qu'il est aisé de démontrer.

Car les rayons $S\lambda$, $S\epsilon$, étant égaux, si l'on y ajoûte de part & d'autre $\epsilon\mu$ égal à $\delta\lambda$, lorsque $S\delta$ est plus grand que $S\epsilon$; ou si l'on en retranche $\epsilon\mu$ égal à $\delta\lambda$, lorsque $S\delta$ est plus petit que $S\epsilon$, on aura dans le premier cas $S\delta$ égal à $S\epsilon$ plus $\epsilon\mu$, & dans le second cas $S\delta$ égal à $S\epsilon$ moins $\epsilon\mu$. Maintenant dans les Triangles rectangles $f\nu\mu$, $f\nu\delta$, les côtés $\mu\nu$, & $\nu\delta$ sont égaux par la construction, & le côté $f\nu$ est commun ; c'est pourquoi l'on aura l'hypothenuse $f\delta$ égale à $f\mu$, qui dans le premier cas est égale à $f\epsilon$ plus $\epsilon\mu$, & dans le second cas à $f\epsilon$ plus $\epsilon\mu$. Ajoûtant dans le premier cas $f\delta$ à $S\delta$, & $f\delta$, ou $f\epsilon$ moins $\epsilon\mu$ à $S\epsilon$ plus $\epsilon\mu$, qui est égal à $S\delta$, on aura $f\delta$ plus $S\delta$ égal à $S\epsilon$ plus $f\epsilon$. Ajoûtant dans le second cas $f\delta$ à $S\delta$, & $f\delta$ ou $f\epsilon$ plus $\epsilon\mu$ à $S\delta$, ou $S\epsilon$ moins $\epsilon\mu$, on aura pareillement $f\delta$ plus $S\delta$ égal à $f\epsilon$ plus $S\epsilon$; & par conséquent les points ϵ & δ sont sur une Ellipse, dont l'un des foyers est en S, & l'autre en f.

Divisant Sf en deux parties égales au point χ, & prenant $\chi\pi$ & $\chi\alpha$ égales à la moitié de de $S\epsilon$ plus ϵf, on aura le grand axe $\pi\alpha$ de l'Ellipse que la Comete décrit par son mouvement propre, dont l'Aphélie sera au point

α,

a, & le Périhélie au point π. L'angle $aS\delta$ mesurera la distance véritable de la Comete à son Aphélie au tems de la cinquieme observation, & l'angle $aS\iota$, sa distance dans le tems que la Comete a passé par le milieu entre la premiere & la quatrieme observation. Enfin l'angle $\delta f\iota$ mesurera le moyen mouvement de la Comete, qui répond à l'angle $\delta S\iota$, qui mesure son vrai mouvement dans l'hypothese elliptique.

On trouvera aussi par la Méthode expliquée dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1719, la quantité du moyen mouvement qui répond à son vrai mouvement suivant l'hypothese de Kepler, & l'on fera comme la quantité de ce moyen mouvement dans l'une & l'autre de ces hypotheses est à 360 degrés; ainsi l'intervalle de tems entre la cinquieme observation & le tems moyen, entre la premiere & la quatieme observation, est au tems qui mesure la révolution entiere de la Comete: ce qui restoit à trouver.

Pour déterminer par le calcul les distances $f\delta$ & $f\iota$ de l'autre foyer f de l'Ellipse qui représente l'Orbe de la Comete à son lieu, lorsqu'elle s'est trouvée aux points δ & ι, la distance entre les deux foyers S & f, le demi-diametre de son Orbe, & le tems qu'elle employe à faire sa révolution autour du Soleil, on ajoûtera l'angle $mS\delta$ à l'angle ιfm ci-devant déterminé, & on aura l'angle $\iota S\delta$; & dans le Triangle $\iota S\delta$, dont les côtés $S\iota$, $S\delta$, & l'angle compris entre ces côtés sont connus, on aura la valeur du côté $\iota\delta$ & de l'angle $S\iota\delta$, dont il faut retrancher dans le premier

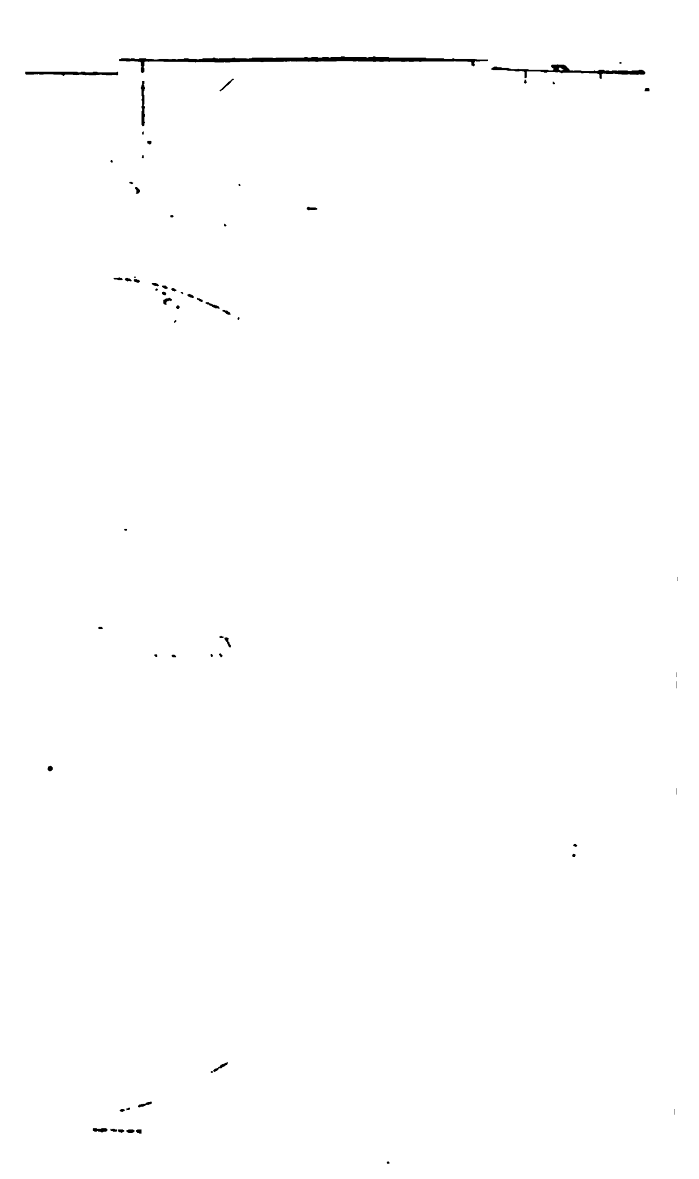
mier cas l'angle $S\epsilon f$ connu, ou qu'il faut ajoûter dans le second cas à l'angle $S\epsilon f$, pour avoir l'angle $f\epsilon\delta$, ou son supplément $\delta\epsilon\mu$; & dans le Triangle $\delta\epsilon\mu$, dont l'angle $\delta\epsilon\mu$ & le côté $\delta\epsilon$ sont connus, & le côté $\epsilon\mu$ ou $\delta\mu$ mesure la différence entre $S\epsilon$ & $S\delta$, on trouvera la valeur de l'angle $\delta\mu\epsilon$ & du côté $\delta\mu$. On aura donc valeur des lignes $\delta\nu$ ou $\mu\nu$ égales chacune à la moitié de $\delta\mu$; & dans le Triangle $f\mu\nu$ rectangle en ν, dont l'angle $\delta\mu\epsilon$ ou $\delta\mu f$ & le côté $\mu\nu$ sont connus, on trouvera la valeur du côté $f\mu$ ou $f\delta$ qui mesure la distance du foyer f de l'Orbe de la Comete, à son lieu δ au tems de la cinquieme observation. Ajoûtant dans le premier cas $\epsilon\mu$ connu à $f\delta$ ou $f\mu$, & retranchant dans le second cas $\epsilon\mu$ de $f\mu$, on aura $f\epsilon$ qui mesure la distance du foyer f au lieu de la Comete dans le tems milieu entre la premiere & la quatrieme observation; & dans le Triangle $S\epsilon f$, dont les côtés $S\epsilon$ & $f\epsilon$ & l'angle compris $S\epsilon f$ sont connus, on aura la valeur du côté Sf & de l'angle ϵSf ou $aS\epsilon$, qui mesure la distance de la Comete à son Apogée, lorsqu'elle a passé par le point ϵ. Retranchant dans le premier cas l'angle $\epsilon f\delta$ connu de l'angle $af\epsilon$, ou ajoûtant dans le second cas l'angle $\epsilon f\delta$ à l'angle $af\epsilon$, on aura l'angle $aS\delta$ qui mesure la distance de la Comete à son Apogée au tems de la cinquieme observation. Prenant la moitié de Sf, on aura la valeur de Sx, & prenant la moitié de $S\epsilon$ plus $f\epsilon$, on aura la valeur de xa, qui mesure le grand demi-diametre de l'Orbe de la Comete. Enfin prenant le double de l'angle $\nu f\mu$, on aura

la

la valeur de l'angle *∂ſι* qui meſure dans l'hypothese elliptique ſimple le moyen mouvement de la Comete qui répond à l'angle *εS∂* de ſon vrai mouvement dans l'intervalle de tems entre la cinquieme obſervation, & le milieu entre la premiere & la quatrieme.

On trouvera auſſi par la Méthode expliquée dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1719, la quantité du moyen mouvement de la Comete, qui répond à ſon vrai mouvement ſuivant l'hypotheſe de Kepler; & l'on fera comme la quantité de ce moyen mouvement dans l'une & l'autre de ces deux hypotheſes eſt à 360 degrés; ainſi l'intervalle de tems entre la cinquieme obſervation & le tems moyen entre la premiere & la quatrieme obſervation, eſt au tems qui meſure la révolution entiere de la Comete. Enfin, ſi la direction du mouvement de la Comete étoit telle que le Soleil ne ſe trouvât pas à ſon foyer, on déterminera ſa ſituation dans un plus grand nombre d'obſervations, & l'on fera paſſer par les différens poins où elle s'eſt trouvée, une Ellipſe qui repréſentera la figure de ſon Orbe.

Connoiſſant la figure de l'Ellipſe que la Comete décrit par ſon mouvement propre, on pourra déterminer l'augmentation ou la diminution du mouvement réel de la Comete dans l'intervalle entre chaque obſervation, s'il y en a quelqu'une de ſenſible. On augmentera ou diminuera d'une quantité proportionnée l'intervalle de tems entre chaque obſervation, & l'on déterminera par la méthode preſcrite le mouvement *KMθ* de la Co-



r A m F T B E C G P D Q A N n K L

Comete, qui sera tel que ses parties *KN*, *NO*, *OM* & *Mo* seront entre elles comme les espaces qu'elles ont parcouru sur leur Orbe. On recommencera ensuite tout de nouveau le calcul, par le moyen duquel on trouvera avec plus de précision la figure de l'Elipse que la Comete a décrite par sa révolution, & les autres élémens de sa Théorie.

On voit par-là, que quand même la Comete auroit décrit en tems égaux, des espaces sensiblement inégaux, on ne laisseroit pas de déterminer avec assés de précision les élémens de sa Théorie; ainsi il n'est pas nécessaire absolument de supposer qu'elle ait décrit des espaces égaux en tems égaux.

A l'égard de la premiere supposition, qu'elle ait suivi pendant l'intervalle entre les observations choisies, une ligne sensiblement droite, elle doit être admise dans notre Théorie, suivant laquelle on ne peut pas déterminer géométriquement la distance de la Comete à la Terre, lorsque sa courbure dans cet intervalle de jours est sensible; ce qui fait voir que l'on ne doit employer dans cette recherche, que des observations peu éloignées les unes des autres.

POUR-

POURQUOI LES ENFANS *ne voyent pas clair en venant au monde, & quelque tems après qu'ils sont nés.*

Par M. PETIT le Médecin. *

C'EST un langage ordinaire dans le public, que les Enfans nouveau-nés ont la vue trouble. Effectivement, si on examine leurs Yeux, ils paroissent ternes, on ne remarque point ce brillant que l'on y voit quelque tems après leur naissance; & de la maniere dont ils les tournent de tous côtés lorsqu'on les présente à la lumiere, il est aisé de voir qu'ils n'apperçoivent aucun objet qui puisse fixer leur regard.

La cause de ce défaut de vision doit se trouver ou dans la Cornée, ou l'Humeur aqueuse, ou le Cristallin & sa Capsule, ou l'Humeur vitrée, qui donnent toutes passage à la lumiere, ou enfin dans la Rétine qui doit en recevoir l'impression; ou bien elle doit se trouver dans deux, ou dans trois, ou dans toutes ses parties.

Il n'est pas possible de découvrir dans la Rétine, s'il y a quelque chose qui puisse empêcher l'impression de la lumiere: cette membrane, dans les nouveau-nés, est d'une mollesse qui approche de celle de la bouillie refroi-

* 2 Juillet 1727.

froidie; & à l'égard des autres parties, il ne s'agit que de leur transparence & de leur étendue néceſſaire.

J'ai examiné toutes ces parties, non ſeulement dans des Fœtus humains, mais encore dans des Enfans morts quelques jours après leur naiſſance; & dans huit, dont j'ai d'abord diſſéqué les Yeux pour ce ſujet, j'en ai trouvé ſix, dans leſquels l'Humeur vitrée, le Criſtallin & la Capſule avoient leur tranſparence naturelle; l'Uvée m'a paru plus épaiſſe qu'elle n'eſt dans les Yeux des Adultes, la Prunelle fort grande, & dans quelques-uns de ces Fœtus elle l'étoit de deux lignes & demie, & dans les autres d'une ligne & demie; avec cela, peu ou point d'Humeur aqueuſe.

Dans les deux autres Fœtus, l'Humeur vitrée, quoique tranſparente, étoit rouge claire; leur Criſtallin tranſparent, ſans couleur: mais dans un de ces Fœtus la Capſule du Criſtallin étoit rouge, & même la Cornée. Le premier étoit un Fœtus de ſept mois. Le ſecond étoit de neuf mois. Ces deux Fœtus avoient extrêmement ſouffert dans l'accouchement, ayant été long-tems au paſſage; cela avoit occaſionné l'inflammation dans les humeurs & dans les membranes des Yeux. Ce qu'il y avoit encore de particulier, c'eſt la grande épaiſſeur qui s'eſt trouvée à la Cornée, car ils l'avoient bien plus épaiſſe que les autres Fœtus, ſi l'on en excepte un Fœtus de huit mois, qui n'avoit point ſouffert au paſſage, & qui avoit la Cornée auſſi épaiſſe; cette épaiſſeur étoit d'une ligne & un tiers. Mais dans les cinq autres, celui qui l'avoit moins

moins épaiſſe, étoit un Fœtus de quatre mois; l'épaiſſeur de ſa Cornée étoit de demi-ligne; elle étoit épaiſſe de trois quarts de ligne dans un autre Fœtus de huit mois; elle n'étoit épaiſſe que de deux tiers de ligne dans un Fœtus de neuf mois, auſſi-bien que dans un Enfant mort le ſeptieme jour de ſa naiſſance; elle avoit trois quarts de ligne d'épaiſſeur dans un Enfant mort le huitieme jour de ſa naiſſance.

Toutes ces Cornées étoient plus ou moins opaques; elles n'avoient gueres qu'un tiers de ligne d'épaiſſeur à leur circonférence. Dans l'Enfant nouveau-né elle avoit une ligne; les plus épaiſſes étoient froncées, ce qu'on découvroit facilement.

J'ai encore diſſéqué un Fœtus de neuf mois, que l'on a tiré mort de la Matrice: les Cornées des deux Yeux étoient épaiſſes de deux tiers de ligne; néanmoins l'Oeil droit étoit très brillant, la Cornée très transparente; il contenoit un grain & demi d'humeur aqueuſe: l'Oeil gauche étoit terne, il ne contenoit qu'un grain d'humeur aqueuſe.

Si préſentement l'on prend garde que la plus grande épaiſſeur de la Cornée, dans l'Homme, n'eſt le plus ſouvent que d'un demi-tiers de ligne, quoique l'Oeil ait dix lignes & demie, juſqu'à onze lignes & demie de diametre, on voit d'abord qu'il n'y a plus de proportion; l'épaiſſeur de la Cornée auroit dû être tout au plus d'un douzieme de ligne dans le Fœtus de quatre mois, dont l'Oeil avoit ſeulement quatre lignes trois quarts de diametre; elle n'auroit dû être que d'un

d'un demi-quart de ligne dans les Fœtus de neuf mois, & dans les Enfans de sept & huit jours de naissance. Il ne faut donc pas s'étonner si la plûpart de ces Cornées n'étoient pas transparentes, & n'avoient pas le poli & le brillant que l'on remarque dans les Enfans de deux ou trois mois.

Pour ce qui est de l'humeur aqueuse, je n'en ai trouvé que dans des Fœtus à terme jusqu'à un grain & demi; je n'en ai point trouvé dans les autres: on ne peut pas assûrer qu'il n'y en avoit point eu, mais qu'il y en a eu très-peu à proportion de la grandeur de leurs Yeux. J'en ai trouvé un grain & un quart dans les Yeux de l'Enfant de sept jours de naissance, & un grain seulement dans l'Enfant de huit jours de naissance; l'Homme n'en a au plus que cinq grains ou cinq grains & demi. J'ai depuis quelque tems disséqué sept autres Fœtus & Enfans nouveau-nés, dans lesquels j'ai vérifié toutes ces observations.

C'est donc l'épaisseur & le froncis de la Cornée, comme on le verra à la suite de ce Mémoire, joint à la trop petite quantité d'humeur aqueuse, qui fait le défaut de la vision dans les Enfans nouveau-nés. J'en ai examiné plusieurs vivans, les premiers jours de leur naissance: ils ont les Yeux ternes, plus ou moins les uns que les autres, & j'en ai trouvé un où il n'y avoit rien de terne: leur Cornée paroît avoir moins de diametre & moins de convexité que ceux de six semaines ou de deux mois; malgré son épaisseur elle donne pourtant passage à une certaine

quantité de lumiere, qui, quoique petite, ne laisse pas de faire une impression assés forte sur la Rétine par rapport à sa délicatesse, puisqu'elle oblige la Prunelle de se rétrécir, comme on le remarque en les examinant avec attention. Lorsqu'on présente ces Enfans à la lumiere, ils ne peuvent la souffrir jusqu'à ce que la Prunelle soit rétrécie, ce qu'ils ont de commun avec les Adultes: mais ce qu'il y a de particulier, c'est que si tous les rayons de lumiere se réunissoient sur la Rétine dans les nouveaux-nés, comme ils se réunissent dans les Adultes, ils causeroient trop de divulsion dans cette membrane à cause de sa grande mollesse, pour les raisons que je dirai dans la suite de ce Mémoire; & pour peu d'impression que fassent les rayons, ils se font vivement sentir.

J'ai continué de les examiner jusqu'à six semaines. J'ai remarqué que de jour en jour la Cornée devenoit plus convexe, plus polie, plus brillante, ce que l'on doit attribuer à l'augmentation qui se faisoit tous les jours de l'humeur aqueuse; elle pousse & étend la Cornée, ce qui la rend plus convexe & plus mince.

L'Uvée prend une plus grande extension, les fibres en deviennent plus mobiles, n'étant plus si pressées les unes contre les autres; ce qui fait que la Prunelle s'élargit & se retrécit avec plus de facilité qu'elle ne faisoit auparavant.

Pendant que toutes ces parties se disposent à laisser passer une plus grande quantité de lumiere, la Rétine acquiert une plus grande fermeté, & devient de jour en jour plus capable de soûtenir l'impression des rayons, ensorte que la

Pru-

Prunelle peut se dilater & s'élargir pour laisser entrer un plus grand nombre de ces rayons. Les refractions sont perfectionnées par l'augmentation de l'humeur aqueuse & la convexité de la Cornée, & par ce moyen les rayons se réunissent sur la Rétine; en quoi consiste la perfection de la Vûe.

Toutes ces choses ne s'accomplissent pas dans un tems limité. J'ai vû des Enfans d'un mois de naissance, dont les Yeux avoient acquis l'état nécessaire pour la distinction des objets. Je le jugeois non seulement par la convexité & le brillant de la Cornée, mais encore mieux par la maniere dont ils regardoient les objets qu'on leur présentoit, ce que je n'ai rencontré dans d'autres Enfans qu'après cinq ou six semaines de naissance; cela dépend apparemment du plus ou du moins de facilité que la Cornée a de s'étendre, & de l'augmentation de l'humeur aqueuse plus ou moins prompte: & voici de quelle maniere on peut concevoir que cela se fait.

Pendant que l'Enfant est dans la Matrice, il est comprimé de tous côtés par les eaux dans lesquelles il nage; ces eaux sont pressées par la Matrice, & la Matrice par toutes les parties du bas-Ventre. Les Paupieres qui sont toûjours fermées, & qui sont comprimées, poussent encore la Cornée vers l'Uvée par leur contraction, avec d'autant plus de force qu'elles sont gonflées par la liqueur dans laquelle l'Enfant nage, & dont elles sont imbibées, ce que l'on remarque très bien dans les Enfans nouveaunés: la Cornée étant ainsi poussée, presse les Vaisseaux excretoires, ce qui empêche la production de l'humeur aqueuse, qui d'ailleurs ne

ſe filtre qu'autant qu'il ſe trouve d'eſpace pour la loger, & que le ſang eſt pouſſé avec plus ou moins de force par la contraction du Cœur: cette force eſt petite, & proportionnée à la délicateſſe des parties.

Mais auſſi tôt que l'Enfant eſt hors de la Matrice, le Cœur pouſſe le ſang avec plus de force, il devient plus élaſtique, au moyen de la reſpiration; la Cornée n'eſt plus comprimée, auſſi-bien que les autres parties, la filtration de l'humeur aqueuſe doit ſe faire avec plus d'abondance, mais à proportion de l'extenſion de la Cornée, qui s'étendroit avec facilité, s'il n'y avoit un obſtacle à vaincre. L'état de la Cornée des Fœtus & des Enfans nouveau-nés n'eſt pas un ſimple affaiſſement, car outre les Fibres froncées qui peuvent s'étendre avec facilité, il y en a qui ne ſont point froncées, (ce que l'on peut reconnoître avec facilité, en examinant ces Cornées): il faut donc plus de force afin que ces Fibres s'allongent & s'étendent par l'impulſion de l'humeur aqueuſe; & ſuivant la quantité & la force de ces Fibres, il faut plus ou moins de tems pour les étendre, ce qui eſt cauſe qu'il faut plus ou moins de tems pour que la Cornée puiſſe devenir convexe & tranſparente, & être en état de laiſſer paſſer les rayons de lumiere pour ſe réunir ſur la Rétine.

Je ne me ſuis pas contenté de faire ces recherches ſur les Enfans nouveau-nés, je les ai fait ſur les nouveau-nés des animaux à quatre pieds. Je ſavois déja qu'il y a de ces animaux dont les nouveau-nés ſont huit à neuf jours ſans ouvrir les paupieres; tels ſont le Chien, le

Chat,

Chat, le Lapin, & d'autres : leurs paupieres sont très collées l'une contre l'autre.

Le Chien nouveau-né a la Cornée trouble; le Chat & le Lapin l'ont transparente; & tous de la même épaisseur que dans les adultes de même espece. Ils ont peu ou point d'humeur aqueuse; l'humeur vitrée est transparente; mais le Cristallin est opaque dans ces animaux morts, plus dans le Chien que dans les autres, & toûjours dans le milieu. Cette opacité occupe le plus souvent les deux tiers du Cristallin, & laisse la circonférence transparente.

Comme il ne m'étoit pas facile d'avoir des nouveau-nés de Vaches, de Brebis & de Truyes, je me suis d'abord contenté de disséquer des Fœtus de ces animaux.

L'Agneau fœtus a la Cornée un peu louche; le Veau & le Cochon fœtus l'ont transparente, épaisse dans tous de demi-ligne; le Mouton & le Cochon l'ont de même épaisseur : mais le Bœuf l'a de deux tiers de ligne; l'humeur vitrée est transparente, le Cristallin opaque plus dans le Veau que dans l'Agneau; celui du Cochon n'a qu'une opacité très-légere, j'en ai trouvé qui n'en avoient point du tout. Ils étoient tous d'une grande mollesse, & qui convenoit à la délicatesse de ces animaux. La Prunelle dans tous s'est trouvée fort dilatée, principalement dans les Chats nouveau-nés, dans lesquels on voyoit très-peu d'Uvée.

Je m'imaginois que le défaut de la vûe, qui dans l'Enfant nouveau-né est causé en partie par l'épaisseur de la Cornée, étoit en partie causée par l'opacité du Cristallin dans les animaux à quatre pieds; & ce qui me donnoit enco-

re lieu de le croire, c'est que les nouveau-nés des Chiens, des Chats & des Lapins sont huit à neuf jours sans ouvrir les paupieres, pour donner le tems à cette opacité (ainsi que je le croyois).de se dissiper, & à la Rétine d'acquérir une consistance capable de pouvoir soûtenir l'impression des rayons de la lumiere.

Je savois, pour l'avoir ouï dire, que les Veaux, les Agneaux & les Cochons ouvrent les paupieres aussi tôt qu'ils sont nés, mais je n'en avois jamais vû de naissant. Je m'imaginois qu'ils pouvoient avoir le Cristallin opaque les premiers jours de leur naissance. Ce qui me déterminoit à avoir cette pensée, c'est que j'ai, il y a quelques années, disséqué une Tête de Veau, dont les Cristallins étoient opaques. Cela m'engagea de visiter les Boucheries, pour voir si je n'y trouverois pas de pareilles Têtes. J'en trouvai d'abord une qui n'avoit qu'un de ces Yeux dont le Cristallin étoit très opaque; ce Veau étoit de six semaines de naissance. J'en ai trouvé quelques autres dont les deux Cristallins étoient moins opaques, quoiqu'ils n'eussent qu'un mois de naissance. Ces Cristallins avoient la même consistance que ceux qui n'étoient point opaques, ce que j'ai observé très-aisément, en les comparant avec des Cristallins de Veau qui n'étoient point opaques.

J'ai voulu m'éclaircir davantage sur cette matiere. Je fus un jour à la Place aux Veaux pour y examiner les Yeux de tous les Veaux qui seroient exposés en vente, & voir si je n'en trouverois point quelques-uns avec des Yeux opaques, & pour parler le langage de quelques Oculistes, s'ils n'auroient pas les Yeux *glaucomatiques*. C'étoit

toit quelque chose de curieux, que l'admiration où étoient les Marchands de me voir retourner plus de deux cens Têtes de leurs Veaux, & regarder leurs Yeux J'eus beau chercher, je ne trouvai aucun Veau glaucomatique; je n'avois garde d'en trouver, comme on le va voir. Je ne savois pour-lors que m'imaginer. Il me vint là-dessus plusieurs idées, mais pas une ne me satisfaisoit. Pendant que j'étois dans cet embarras, le hazard me tira d'intrigue.

Je disséquois au mois de Janvier 1725 des Yeux de Fœtus de Vache, dont les Cristallins étoient opaques; j'en mis un dans ma main pour en prendre plus commodément les dimensions avec mon compas; l'opacité du Cristallin disparut dans un instant.

Il faut bien peu de chose à un Physicien pour lui fournir de nouvelles idées. Je m'imaginai que la chaleur de ma main pouvoit avoir produit cet effet. Pour m'en éclaircir, je mis ce Cristallin sur mon bureau, dans un endroit éloigné du feu; il reprit en peu de tems son opacité: je l'approchai du feu, il devint transparent dans le moment, & reprit toûjours sa transparence, & son opacité, en l'échauffant, & le laissant refroidir. Cela me fit croire que dans les animaux nouveau-nés le Cristallin ne devoit point paroître opaque pendant qu'ils sont vivans. Je ne fus pas long-tems à me confirmer dans cette pensée. L'on m'apporta des Chats nouveau-nés vivans, je leur ouvris les paupieres, je trouvai leurs Yeux un peu ternes, mais sans opacité, la Prunelle étoit noire, il n'y paroissoit rien de blanc. Je les laissai mourir, & après qu'ils furent refroidis, je leur trouvai la Prunelle opaque & blanche. Je les

approchai du feu, l'opacité & la blancheur disparurent : mais les ayant retiré du feu, l'opacité revint en très-peu de tems. Je disséquai les Yeux, & je trouvai le Cristallin opaque, il devint transparent à la moindre chaleur. Après cela on ne doit pas s'attendre de les trouver opaques pendant l'Eté, la chaleur qu'il fait doit les entretenir dans leur transparence ; j'ai pourtant voulu m'en assûrer. J'ai disséqué des Yeux de Chats nouveau-nés au mois de Juillet, je n'ai point trouvé d'opacité dans leurs Cristallins.

J'ai mis des Chiens nouveau-nés & morts dans un lieu frais, & leur ayant coupé les paupieres, j'ai trouvé les Cristallins opaques, & qui retirés de ce lieu frais, sont devenus transparens en trois ou quatre minutes. J'ai vû la même chose dans les Chats & dans les Lapins nouveau-nés.

Il ne s'agissoit plus que d'examiner toutes ces choses dans les Veaux, les Agneaux & les Cochons nouveau nés, ce que j'ai fait à la campagne au mois d'Avril 1726. Ils ouvrent les Yeux aussi-tôt qu'ils sont nés ; on n'y remarque aucune opacité : mais en les comparant avec d'autres Veaux nés depuis quelque tems, je remarquai que les nouveau nés avoient les Yeux moins brillans, & la Cornée moins convexe. J'ai vû la même chose dans les Agneaux & les Cochons.

On doit remarquer que les Poulets qui sortent de la coque, n'ont point les paupieres fermées ; ils suivent leur mere aussi-tôt qu'ils sont sortis, & ils voyent leur manger.

Il n'en est pas de même des Serins, & apparemment des Moineaux, & de beaucoup d'autres oiseaux, dont les paupieres sont fermées pendant cinq, six jours, jusqu'à neuf. Il faudra exa-

examiner si leur Cristallin est opaque après leur mort, & s'il devient transparent étant exposé à la chaleur.

J'ai examiné les Yeux d'un Veau vivant, douze heures après sa naissance. Il les avoit assés brillans, le fond de la Prunelle sans blancheur, & sans opacité; mais étant comparés avec les Yeux d'un Veau d'un mois, celui-ci les avoit encore plus brillans, & la Cornée plus convexe. J'ai fait couper la tête à ce Veau naissant; lorsqu'elle a été froide, j'ai trouvé le fond de la Prunelle blanc & opaque. J'ai tiré les Cristallins, ils avoient la même opacité que ceux des Fœtus de même espece: j'ai trouvé dans chacun de ces Yeux neuf grains & demi d'humeur aqueuse; les Veaux d'un mois & demi en ont vingt à vingt-un grains.

L'on m'a apporté un Agneau vivant, dix heures après sa naissance. Il avoit, comme le Veau, les Yeux assés brillans, le fond de la Prunelle étoit noir sans opacité; mais étant comparés avec des Agneaux de deux, de trois & de quatre mois, ceux-ci les avoient plus brillans, & la Cornée plus convexe. J'ai fait couper la tête à cet Agneau naissant; & lorsqu'elle à été refroidie, le fond de la Prunelle a paru noir sans opacité, comme il étoit avant sa mort. J'ai disséqué ces Yeux; les Cristallins étoient très transparens, & n'étoient point devenus opaques comme ceux du Veau. Je n'ai trouvé dans chacun de ces Yeux que cinq grains d'humeur aqueuse; le Mouton en a dix-huit à vingt grains.

L'on ne peut s'assûrer précisément si ces animaux nouveau-nés distinguent les objets;

ils n'en donnent aucun signe ; je leur ai passé un morceau de bois fort près des Yeux, ils n'ont fait aucun mouvement des paupieres. Mais s'il est permis de raisonner conséquemment, cela doit se faire par la même nécessité dans ces animaux que dans les enfans nouveaux-nés ; ils doivent avoir les mêmes défauts de vûe, puisqu'ils ont la même disposition dans les Yeux ; ils ont de même que ces enfans moins d'humeur aqueuse, la Cornée moins convexe, & plus épaisse à proportion que les animaux de même espece plus âgés.

Mais une chose qui me paroît très importante, c'est que la Cornée ne peut être moins convexe & plus épaisse, qu'elle ne soit froncée, comme je l'ai vû dans les enfans nouveau-nés ; & quoique dans les nouveau-nés des animaux à quatre pieds, la Cornée paroisse transparente, on s'apperçoit pourtant bien, comme je l'ai dit, qu'elle a un peu moins de brillant les premiers jours de leur naissance, ce qui dépend certainement du froncis qui se trouve dans ses fibres. Ce froncis ne peut se faire qu'il ne se forme sur la superficie de la Cornée, des inégalités qui produisent des élevations & des enfoncemens, qui tout imperceptibles qu'ils sont, ne laissent pas d'être réels dans ces animaux aussi-bien que dans les enfans nouveau-nés. Pour peu que l'on connoisse l'effet des refractions, on conçoit parfaitement quel trouble cela doit apporter dans la vision ; car suivant que les rayons tomberont dans les enfoncemens, & sur les différens endroits de ces éminences, ils seront plus ou moins rompus, les uns iront d'un côté, les autres de l'autre, ils se con-

confondront les uns avec les autres, & ne formeront aucune perception, ils produiront seulement un sentiment de lumiere sans aucune distinction d'objet. Ce froncis a été bien connu de Galien, Liv. X, chap. 5. *de usu partium*, où il dit que les Vieillards n'ont pas la vûe si bonne, par la corrugation ou froncis de la Cornée produite par le peu d'humeur aqueuse, qu'il appelle *humor tenuis & spiritus*.

Il est facile de voir, par tout ce que je viens de dire, que le froncis de la Cornée & son épaisseur occasionnée par son peu de tension, qui ne peut se faire que par la quantité suffisante d'humeur aqueuse, sont la cause du défaut de vision dans ces animaux. Les rayons qui ne sont point réunis, & en trop petite quantité, ne peuvent agir que légerement sur la Rétine, & ne peuvent faire aucune perception des objets. Je vais joindre à tout ce raisonnement une observation qui y a un grand rapport.

Un Gentilhomme de Province vint me consulter sur un accident qui étoit arrivé à son œil droit. Il voyoit la lumiere avec cet œil; mais il ne pouvoit bien discerner les objets. Il ne paroissoit d'abord aucun défaut à l'extérieur: on lui avoit dit que c'étoit un commencement de Goutte sereine. Après avoir bien considéré cet œil, en le comparant à l'autre, je m'apperçus qu'il avoit un peu moins de brillant, & que la Cornée paroissoit moins convexe; je ne doutai nullement que cet accident ne fût causé par l'affaissement & le froncis de la Cornée, occasionné par la diminution de l'humeur aqueuse. Cela pouvoit être produit par l'obstruction d'une partie des canaux qui fournissent cette hu-

meur, joint à la trop grande contraction des fibres de la Cornée. Je lui donnai d'une eau dans laquelle il y avoit du nitre dissous, très-capable de délayer les matieres qui pouvoient former l'obstruction, & relâcher en même tems la tension des fibres de la Cornée. Il s'est servi de cette eau, & vint chés moi quelque tems après, voyant les objets aussi distinctement de cet œil que de l'autre; je le trouvai aussi brillant, & sa Cornée aussi convexe: ce qui prouve 1°. que cet accident n'étoit produit que par le froncis de la Cornée: 2°. que ce froncis retranche une partie des rayons de lumiere qui passeroient sans cela à travers la Cornée: 3°. qu'il trouble les refractions d'une partie de ceux qui y passent: 4°. que ceux qui y passent sans être troublés, ne peuvent se réunir sur la Retine à cause de l'applatissement de la Cornée, & ne peuvent faire une perception de l'objet: enfin, que ces rayons sont en trop petite quantité pour y exciter un mouvement capable de produire cette perception, quoiqu'elle soit suffisante pour y exciter un sentiment de lumiere.

Mais ce qui étoit un accident dans ce Gentilhomme, devient une nécessité naturelle dans les enfans, & les animaux à quatre pieds nouveau-nés, qui ne peuvent appercevoir les objets en naissant, & quelque tems après qu'ils sont nés, à cause du froncis, de l'épaisseur, & de l'applatissement de leur Cornée, joint à la trop petite quantité d'humeur aqueuse. Ce que j'avois à prouver.

MÉTHODE

Pour sommer une infinité de Suites nouvelles, dont on ne peut trouver les Sommes par les Méthodes connues.

Par M. NICOLE. *

ON s'est servi jusqu'à présent de plusieurs Méthodes pour trouver les Sommes des Suites finies ou infinies, exprimées par des grandeurs entieres ou par des fractions. Les unes sont générales : telles sont celles du calcul des Différences finies que j'ai données, & qui se trouvent imprimées dans les Mémoires des années 1717, 1723, & 1724: & les autres particulieres; celles-là demandent un procédé particulier pour chaque nature de Suite. Mais toutes ces Méthodes exigent que tous les termes des Suites que l'on veut sommer, soient de même genre, c'est-à-dire, qu'ils soient le produit d'un égal nombre de multiplicateurs ou facteurs. Aucune, que je sache, ne peut servir à faire trouver la somme des Suites, dont tous les termes ont différens nombres de facteurs croissans selon une loi quelconque. La Méthode que je donne dans ce Mémoire, satisfait à ce cas, qui est si général, que presque toutes

tes

* 25 Juin 1727.

tes les Suites des autres cas s'y trouvent renfermées.

PREMIERE PARTIE.

Soit une fraction $\frac{1}{a-b}$, dont le numérateur soit l'unité, & le dénominateur soit la différence de deux grandeurs a & b. Cette fraction $\frac{1}{a-b}$, qui n'a qu'une seul terme, pourra se transformer en 2. 3. 4. 5. . . . &c. & même en une infinité de fractions, dont la somme sera toujours égale à la premiere fraction.

DEMONSTRATION.

La fraction proposée $\frac{1}{a-b} = \frac{1}{a} + \frac{b}{a.\overline{a-b}}$

$$= \frac{1}{a} + \frac{b}{a.\overline{a+c}} + \frac{b.\overline{b+c}}{a.\overline{a+c}.\overline{a-b}} = \frac{1}{a} + \frac{b}{a.\overline{a+c}}$$

$$+ \frac{b.\overline{b+c}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}} + \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a-b}} = \frac{1}{a}$$

$$+ \frac{b}{a.\overline{a+c}} + \frac{b.\overline{b+c}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}} + \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}}$$

$$+ \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}.\overline{b+e}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}.\overline{a-b}} = \frac{1}{a} + \frac{b}{a.\overline{a+c}}$$

$$+ \frac{b.\overline{b+c}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}} + \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}}$$

+

$$+\frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}.\overline{b+e}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}.\overline{a+f}}$$

$$+\frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}.\overline{b+e}.\overline{b+f}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}.\overline{a+f}.\overline{a-b}}.$$ Toutes ces différentes expressions, composées de deux termes, ou de trois, ou de quatre, ou &c. de termes, sont toutes égales à la même grandeur $\frac{1}{a-b}$; ce qui se voit en mettant à même dénomination ces différentes expressions; elles se réduiront toutes à la même grandeur $\frac{1}{a-b}$.

REMARQUE.

Si l'on examine la nature de cette Suite, on verra 1°. que chaque terme a un facteur de plus au dénominateur, qu'il n'en a à son numérateur: 2°. que le numérateur & le dénominateur d'un terme quelconque ont un facteur de plus qu'ils n'en ont dans le terme qui le précéde: 3°. que le nombre de facteurs qu'a le numérateur de tel nombre qu'on voudra, est toûjours égal au nombre de termes qui le précédent: 4° que tous ces facteurs sont formés par les grandeurs données *a* & *b*, auxquelles on ajoûte successivement les grandeurs *c. d. e. f. g. h*... &c. lesquelles sont indéterminées, & croissent selon tel rapport qu'on voudra: 5°. enfin, que le dernier terme de cette Suite a pour dernier facteur de son

son dénominateur, au lieu de la grandeur a augmentée, la différence des deux grandeurs données a & b.

COROLLAIRE I

Il suit de ce que l'on vient de dire, que si l'on retranche ce dernier terme de la fraction $\frac{1}{a-b}$, on aura la somme de tous les termes qui le précédent. On aura donc $\frac{1}{a-b} - \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}.\overline{b+e}.\overline{b+f}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}.\overline{a+f}.\overline{a-b}} = \frac{1}{a}$

$+ \frac{b}{a.\overline{a+c}} + \frac{b.\overline{b+c}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}} + \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}}$

$+ \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}.\overline{b+e}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}.\overline{a+f}}$, c'est-à-dire, que la somme de tant de termes qu'on voudra de cette Suite, sera égale à la fraction $\frac{1}{a-b}$ moins une fraction, dont le numérateur & le dénominateur contiendront autant de facteurs $b.\ \overline{b+c}.\ \overline{b+d}.\ \overline{b+e}\ldots$ &c. & $a.\ \overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}\ldots$ &c. que la Suite dont on veut avoir la somme contient de termes, en observant que le dénominateur de cette fraction soit multiplié par $a-b$.

COROLLAIRE II.

Comme le même raisonnement aura toûjours

jours lieu, quel que soit le nombre de termes que l'on veut sommer; il est évident que lorsque ce nombre de termes sera infini, la Suite composée d'une infinité de termes, sera alors égale à la seule fraction $\frac{1}{a-b}$; car a étant plus grand que b, le terme $\frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}.\overline{b+e}\ldots\&c.}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}\ldots\&c.\times\overline{a-b}}$ qui dans tous les autres cas doit être retranché de cette fraction, devient dans le cas présent infiniment petit, son dénominateur étant alors infiniment grand par rapport à son numérateur, quoique ce numérateur soit lui-même infini.

COROLLAIRE III.

Si l'on suppose les quantités $b.\ c.\ d.\ e.\ f.\ldots$ &c. $=o$, on aura $\frac{1}{a-b} - \frac{b^5}{a^5\times\overline{a-b}} = \frac{1}{a} + \frac{b}{a^2} + \frac{b^2}{a^3} + \frac{b^3}{a^4}\ \frac{b^4}{a^5}$; la Suite sera alors géométrique, & la somme de tant de termes que l'on voudra, sera égale à la fraction $\frac{1}{a-b}$ moins une autre fraction, dont le numérateur est la quantité b élevée à une dimension égale au nombre des termes de la Suite, & le dénominateur est la grandeur a élevée à la même dimension, laquelle est multipliée par $a-b$.

Si

Si les grandeurs $c.\ d.\ e.\ f\ldots$ &c. font toutes égales à c, on aura $\frac{1}{a-b} - \frac{b.\overline{b+c}^4}{a.\overline{a+c}^4.\,\overline{a-b}} = \frac{1}{a}$

$+ \frac{b}{a.\,\overline{a+c}} + \frac{b.\,\overline{b+c}}{a.\,\overline{a+c}^2} + \frac{b.\,\overline{b+c}^2}{a.\,\overline{a+c}^3} + \frac{b.\,\overline{b+c}^3}{a.\,\overline{a+c}^4}$;

la Suite fera encore géométrique. Si ces deux Suites géométriques ont chacune une infinité de termes, leur fomme fera $\frac{1}{a-b}$, parce qu'alors $\frac{b^\infty}{a^\infty \times \overline{a-b}}$ & $\frac{b.\,\overline{b+c}^\infty}{a.\,\overline{a+c}^\infty.\,\overline{a-b}}$ feront infiniment petites.

COROLLAIRE IV.

Si l'on fuppofe b plus grand que a, il eft clair que la fraction $\frac{1}{a-b}$ deviendra négative, que les facteurs des numérateurs de la Suite feront plus grands que les facteurs correfpondans des dénominateurs, & que la formule

$$\frac{1}{a-b} - \frac{b.\,\overline{b+c}\ldots\ldots\ \&c.}{a.\,\overline{a+c}\ldots\ \&c. \times \overline{a-b}} = \frac{1}{a} + \frac{b}{a.\,\overline{a+c}}$$

$$+ \frac{b.\,\overline{b+c}}{a.\,\overline{a+c}.\,\overline{a+d}} + \frac{b.\,\overline{b+c}.\,\overline{b+d}}{a.\,\overline{a+c}.\,\overline{a+d}.\,\overline{a+e}}$$

$$+ \frac{b.\,\overline{b+c}.\,\overline{b-d}.\,\overline{b+e}}{a.\,\overline{a+c}.\,\overline{a+d}.\,\overline{a+e}.\,\overline{a+f}} + \&c.$$ deviendra-

viendra (en nommant n la différence de b à a)

$$\frac{b\ \overline{b+c}\ldots\&c.}{n\times a.\ \overline{a+c}\ldots\&c.} - \frac{1}{n}$$; d'où l'on voit que dans ce cas, pour avoir la somme de tant de termes que l'on voudra de cette Suite, il faut retrancher $\frac{1}{n}$ de la fraction $\frac{b.\ \overline{b+c}.\ \overline{b+d}\ldots\ldots\&c.}{n.\ a.\ \overline{a+c}.\ \overline{a+d}\ldots\&c.}$, dont le numérateur & le dénominateur contiennent autant de facteurs que la Suite que l'on veut sommer contient de termes. D'où l'on voit encore, que lorsque le nombre des termes de la Suite sera infini, cette somme sera exprimée par le seul terme $\frac{b.\ \overline{b+c}.\ \overline{b+d}\ldots\&c.\ldots\infty}{n.\ a.\ \overline{a+c}.\ \overline{a+d}\ldots\&c.\ldots\infty}$ qui sera alors infini, le numérateur étant infiniment grand par rapport au dénominateur : toutes les Suites qui peuvent se rapporter à cette formule sont donc infinies.

Application à la recherche des sommes des Suites.

Lorsque les Suites que l'on se propose de sommer, auront les conditions de la remarque, on les comparera à la Suite de la formule générale, & l'on tirera de cette comparaison les valeurs des grandeurs $a.\ b.\ c.\ d.\ e.\ f\ldots$ &c. lesquelles valeurs étant substituées dans l'expression générale de la somme de ces Suites, on aura la somme de tel nombre de termes

mes de la Suite proposée que l'on voudra, & aussi la somme entiere de cette Suite continuée à l'infini.

EXEMPLE I.

Soit la Suite $\frac{1}{3} + \frac{2}{3.5} + \frac{2.4}{3.5.7} + \frac{2.4.6}{3.5.7.9} + \frac{2.4.6.8}{3.5.7.9.11} + \frac{2.4.6.8.10}{3.5.7.9.11.13} +$ &c. dont on demande la somme, de tel nombre de termes que l'on voudra. En comparant cette Suite à celle de la formule générale, qui est $\frac{1}{a}$

$$+ \frac{b}{a.\overline{a+c}} + \frac{b.\overline{b+c}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}} + \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+f}}$$

$$+ \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}.\overline{b+f}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+f}.\overline{a+g}}$$

$$+ \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}.\overline{b+f}.\overline{b+g}}{a.\overline{a+c}\ldots\overline{a+b}},$$ dont la somme des six premiers termes est $\frac{1}{\overline{a-b}} -$

$$\frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}.\overline{b+e}.\overline{b+f}.\overline{b+g}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}.\overline{a+f}.\overline{a+g}.\overline{a-b}},$$ &

la somme entiere jusqu'à l'infini est $\frac{1}{\overline{a-b}}$ on trouvera $a=3.$ $b=2.$ $c=2.$ $d=4.$ $e=6.$ $f=8.$ $g=10\ldots$ &c. lesquelles valeurs étant substituées dans la formule de la somme, on aura

$\frac{1}{\overline{3-2}} - \frac{2.4}{3.5.\overline{3-2}} = 1 - \frac{8}{15} = \frac{7}{15}$ pour la

som-

somme des deux premiers termes, $\frac{1}{3-2} - \frac{2.\,4.\,6.\,8.\,10.\,12}{3.\,5.\,7.\,9.\,11.\,13.\,\overline{3-2}} = 1 - \frac{1024}{3003} = \frac{1979}{3003}$ pour la somme des six premiers termes, & $\frac{1}{3-2} = 1$ pour la somme entiere jusqu'à l'infini, ce qui donne $\frac{8}{15}$ pour la somme depuis le troisieme terme inclusivement jusqu'à l'infini, & $\frac{1024}{3003}$ pour la somme depuis le septieme terme inclusivement jusqu'à l'infini.

EXEMPLE II.

Soit la Suite $\frac{1}{5} + \frac{3}{5.9} + \frac{3.7}{5.9.13} + \frac{3.7.11}{5.9.13.17} + \frac{3.7.11.15}{5.9.13.17.21} +$ &c. dont on demande la somme, de tant de termes que l'on voudra. En comparant cette suite à celle de la formule générale, on aura $a = 5$ $b = 3$. $c = 4$. $d = 8$ $e = 12$. $f = 16$. &c. Ce qui donnera $\frac{1}{5-3} - \frac{3.7.11.15.19}{5.9.13.17.21.2} = \frac{1}{2} - \frac{209}{1326}$ pour les cinq premiers termes, $\frac{1}{2}$ pour la somme entiere de la Suite poussée à l'infini, & $\frac{209}{1326}$ pour la somme depuis le sixieme terme jusqu'a l'infini.

EXEMPLE III.

Si l'on suppose les grandeurs $c.d.e.f.g...$ &c. exprimer la Suite des nombres naturels 1. 2. 3. 4. 5... &c. que de plus b soit 1, & que la grandeur a soit successivement 2. 3. 4.

5.

5.6... &c. on aura en substituant ces valeurs dans la Suite générale, les différentes Suites particulieres, lorsque

$$a = 2 \ldots \frac{1}{2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1.2}{2.3.4} + \frac{1.2.3}{2.3.4.5} + \frac{1.2.3.4}{2.3.4.5.6} + \&c.$$

$$a = 3 \ldots \frac{1}{3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1.2}{3.4.5} + \frac{1.2.3}{3.4.5.6} + \frac{1.2.3.4}{3.4.5.6.7} + \&c.$$

$$a = 4 \ldots \frac{1}{4} + \frac{1}{4.5} + \frac{1.2}{4.5.6} + \frac{1.2.3}{4.5.6.7} + \frac{1.2.3.4}{4.5.6.7.8} + \&c.$$

$$a = 5 \ldots \frac{1}{5} + \frac{1}{5.6} + \frac{1.2}{5.6.7} + \frac{1.2.3}{5.6.7.8} + \frac{1.2.3.4}{5.6.7.8.9} + \&c.$$

qui se réduisent, en divisant par les facteurs communs, à

$$\frac{1}{2} \times \frac{1.2}{1.2} + \frac{1.2}{2.3} + \frac{1.2}{3.4} + \frac{1.2}{4.5} + \frac{1.2}{5.6} + \frac{1.2}{6.7} + \&c. = \frac{1}{2-1}.$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{1.2.3}{1.2.3} + \frac{1.2.3}{2.3.4} + \frac{1.2.3}{3.4.5} + \frac{1.2.3}{4.5.6} + \frac{1.2.3}{5.6.7} + \frac{1.2.3}{6.7.8} + \&c. = \frac{1}{3-1}.$$

$$\frac{1}{4} \times \frac{1.2.3.4}{1.2.3.4} + \frac{1.2.3.4}{2.3.4.5} + \frac{1.2.3.4}{3.4.5.6} + \frac{1.2.3.4}{4.5.6.7} + \frac{1.2.3.4}{5.6.7.8} + \frac{1.2.3.4}{6.7.8.9} + \&c. = \frac{1}{4-1}.$$

$$\frac{1}{5} \times \frac{1.2.3.4.5}{1.2.3.4.5} + \frac{1.2.3.4.5}{2.3.4.5.6} + \frac{1.2.3.4.5}{3.4.5.6.7} + \frac{1.2.3.4.5}{4.5.6.7.8} + \frac{1.2.3.4.5}{5.6.7.8.9} + \frac{1.2.3.4.5}{6.7.8.9.10} + \&c. \; \frac{1}{5-1}.$$

Qui sont toutes les Suites fractionaires qui peuvent être formées par les nombres figurés du Triangle arithmétique de M. Paschal.

EXEMPLE IV.

Si l'on suppose les grandeurs $c.d.e.f.g.h...$ &c. exprimer la Suite de tels nombres figurés que l'on voudra, non seulement du Triangle arithmétique de M. Paschal, mais de tout autre Triangle arithmétique, les grandeurs a & b demeurant constantes, on aura une infinité de Suites fractionaires nouvelles ; lesquelles continuées à l'infini, auront des sommes toutes égales entre elles, puisque chacune sera égale à la quantité $\frac{1}{a-b}$; les sommes de ces Suites peuvent même être égales entre elles, sans que a & b demeurent constantes, il suffit que la différence de ces deux grandeurs soit toûjours la même. Enfin chaque variation des grandeurs a & b fournira une infinité de Suites toutes semblables, non seulement poussées jusqu'à l'infini, mais pour tel nombre de termes que l'on voudra, en observant ce qui a été dit dans le Corollaire I. Soit supposé par exemple, que $c.d.e.f.g.h..$ &c. soient les nombres 1.4.10.20.35.56... &c. qui sont les nombres pyramidaux, lesquels s'expriment par $\frac{1.2.3}{1.2.3} + \frac{2.3.4}{1.2.3} + \frac{3.4.5}{1.2.3} + \frac{4.5.6}{1.2.3} + \frac{5.6.7}{1.2.3}$, &c. en substituant ces valeurs dans la formule générale, on aura $\frac{1}{a} + \frac{b}{a\,\overline{a+1}}$

+

$$+\frac{b.\overline{b+1}}{a.\overline{a+1}.\overline{a+4}}+\frac{b.\overline{b+1}.\overline{b-4}}{a.\overline{a+1}.\overline{a+4}.\overline{a+10}}$$

$$+\frac{b.\overline{b+1}.\overline{b+4}.\overline{b+10}}{a.\overline{a+1}.\overline{a+4}.\overline{a+10}.\overline{a+20}},$$ dont la somme des six premiers termes sera $\frac{1}{a-b}-$

$$\frac{b.\overline{b+1}.\overline{b+4}.\overline{b+10}.\overline{b+20}.\overline{b+35}}{a.\overline{a+1}.\overline{a+4}.\overline{a+10}.\overline{a+20}.\overline{a+35}.\overline{a-b}},$$ & celle depuis le septième inclusivement jusqu'à l'infini sera

$$\frac{\overline{b+1}.\overline{b+4}.\overline{b+10}.\overline{b+20}.\overline{b+35}}{a.\overline{a+1}.\overline{a+4}.\overline{a+10}.\overline{a+20}.\overline{a+35}.\overline{a-b}},$$

quelles que soient les valeurs de a & b.

EXEMPLE V.

Soit la Suite $\frac{1}{3}+\frac{8}{3.5}+\frac{8.10}{3.5.7}+\frac{8.10.12}{3.5.7.9}+\frac{8.10.12.14}{3.5.7.9.11}+\frac{8.10.12.14.16}{3.5.7.9.11.13}+$ &c. dont on demande la somme, de tel nombre de termes fini que l'on voudra. En comparant cette Suite à la formule du Corollaire IV, parce que dans cet Exemple, b est plus grand que a, on aura $b=8$. $a=3$. $n=5$, & la somme des dix premiers termes sera $\frac{8.10.12.14.16.18.20.22.24.26}{5.3.5.7.9.11.13.15.17.19.21}$

$$-\frac{1}{5}=\frac{2^{10}\times4.5.6.7.8.9.10.11.12.13}{5\times3.5.7.9.11.13.15.17.19.21}-\frac{1}{5}=\frac{2^{10}\times4.6.8.10.12}{5\times3.15.17.19.21}$$

—

$-\frac{1}{7} = \frac{2^{15}\times 2.3.4.5.6}{5\times 3.15.1.19.21} - \frac{1}{7} = \frac{2^{18}\times 1.2.3}{15\times 17.19.21} - \frac{1}{7} =$ $\frac{2^{19}}{15.17.19.7} - \frac{1}{7}$. Il en ſera de même d'un plus grand nombre de termes.

EXEMPLE VI.

Si l'on ſuppoſe les grandeurs $c.\ d.\ e.\ f.\ g$... &c. exprimées par la Suite des nombres naturels 1. 2. 3. 4. 5. . . &c. que la grandeur a ſoit l'unité, & que la grandeur b ſoit ſucceſſivement 2. 3. 4. 5. 6... &c. en ſubſtituant ces valeurs dans la formule

$$\frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}\ldots\&c.}{n.a.\overline{a+c}.\overline{a+d}\ldots\&c.} - \frac{1}{n} = \frac{1}{a}$$

$$+ \frac{b}{a.\overline{a+c}} + \frac{b.\overline{b+c}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}} + \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}}$$

$$+ \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}.\overline{b+e}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}.\overline{a+f}} + \&c.$$ on aura ces différentes Suites

$$b=2\ldots\frac{1}{1}+\frac{2}{1.2}+\frac{2.3}{1.2.3}+\frac{2.3.4}{1.2.3.4}+\frac{2.3.4.5}{1.2.3.4.5}+\&c.$$

$$b=3\ldots\frac{1}{1}+\frac{3}{1.2}+\frac{3.4}{1.2.3}+\frac{3.4.5}{1.2.3.4}+\frac{3.4.5.6}{1.2.3.4.5}+\&c$$

$$b=4\ldots\frac{1}{1}+\frac{4}{1.2}+\frac{4.5}{1.2.3}+\frac{4.5.6}{1.2.3\ 4}+\frac{4.5.6.7}{1.2.3.4.5}+\&c.$$

$$b=5\ldots\frac{1}{1}+\frac{5}{1.2}+\frac{5.6}{1.2.3}+\frac{5.6.7}{1.2.3.4}+\frac{5.6.7.8}{1.2.3.4.5}+\&c.$$

Ces Suites ſe réduiſent, en effaçant les facteurs qui ſe détruiſent, à

$b = 2 \ldots 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$ &c. $= 7 - 1.$

$b = 3 \ldots \frac{1}{2} \times 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 +$ &c. $= \frac{28 - 1}{2}.$

$b = 4 \ldots \frac{1}{3} \times \frac{2.3}{1.2} + \frac{3.4}{1.2} + \frac{4.5}{1.2} + \frac{5.6}{1.2} + \frac{6.7}{1.2} + \frac{7.8}{1.2}$

$+$ &c. $= \frac{84 - 1}{3}.$

ou $\frac{1}{3} \times 3 + 6 + 10 + 15 + 21 + 28.$

$b = 5 \ldots \frac{1}{4} \times \frac{2.3.4}{1.2.3} + \frac{3.4.5}{1.2.3} + \frac{4.5.6}{1.2.3} + \frac{5.6.7}{1.2.3} + \frac{6.7.8}{1.2.3}$

$+ \frac{7.8.9}{1.2.3} +$ &c. $= \frac{210 - 1}{4}.$

ou $\frac{1}{4} \times 4 + 10 + 20 + 35 + 56 + 84 +$ &c.
Qui sont toutes les Suites des nombres figurés du Triangle arithmétique de M. Paschal.

REMARQUE.

On voit que toutes les Suites, dont on peut avoir la somme par cette Méthode, doivent avoir tous leurs termes positifs; & que toutes celles dont les termes sont alternativement positifs & négatifs, ne peuvent point être sommées de cette maniere. Voici les changemens qu'il faut faire à cette Méthode, pour satisfaire à ce dernier cas.

SECONDE PARTIE.

Soit une fraction $\frac{1}{a+b}$, dont le numérateur soit l'unité, & le dénominateur soit la somme des deux grandeurs a & b. Cette fraction qui n'a qu'un seul terme, pourra se transfor-

former en 2. 3. 4. 5. 6... &c. termes, & même en une infinité de fractions, lesquelles seront toutes égales à la premiere fraction $\frac{1}{a+b}$; & ces fractions seront telles, qu'elles seront alternativement positives & négatives.

DEMONSTRATION.

La fraction proposée $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} - \frac{b}{a.\overline{a+b}}$

$$= \frac{1}{a} - \frac{b}{a.\overline{a-c}} + \frac{b.\overline{b+c}}{a.\overline{a-c}.\overline{a+b}} = \frac{1}{a} - \frac{b}{a.\overline{a-c}}$$

$$+ \frac{b.\overline{b-c}}{a.\overline{a-c}\,\overline{a-d}} - \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b-d}}{a.\overline{a-c}.\overline{a-d}.\overline{a+b}} = \frac{1}{a}$$

$$- \frac{b}{a.\overline{a-c}} + \frac{b.\overline{b+c}}{a.\overline{a-c}.\overline{a-d}} - \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}}{a.\overline{a-c}.\overline{a-d}.\overline{a-e}}$$

$$+ \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}.\overline{b+e}}{a.\overline{a-c}.\overline{a-d}.\overline{a-e}.\overline{a+b}}$$ — &c. Toutes ces différentes expressions composées de 2. 3. 4. 5. 6... &c. termes, sont toutes égales à la fraction $\frac{1}{a+b}$, ce qui se voit en les mettant à même dénomination, elles se réduiront toutes à la fraction $\frac{1}{a+b}$.

REMARQUE.

On voit que dans ce cas les facteurs des numéra-

rateurs de cette Suite se forment par la quantité b, à laquelle on ajoûte successivement les grandeurs $c.\ d.\ e.\ f.\ g\ldots$ &c. & que les facteurs des dénominateurs se forment par la grandeur a, diminuée successivement des mêmes grandeurs $c.\ d.\ e.\ f.\ g\ldots$ &c.

Si donc on vouloit que les facteurs des dénominateurs fussent croissans, ce qui arrive dans presque toutes les Suites, ce changement influera sur les numérateurs, & l'on trouvera ces nouvelles expressions.

La fraction $\frac{1}{a+b} = \frac{1}{a} - \frac{b}{a.\overline{a+b}} = \frac{1}{a}$

$- \frac{b}{a.\overline{a+c}} - \frac{b.\overline{-b+c}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+b}} = \frac{1}{a} - \frac{b}{a.\overline{a+c}}$

$- \frac{b.\overline{-b+c}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}} - \frac{b.\overline{-b+c}.\overline{-b+d}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+b}} = \frac{1}{a}$

$- \frac{b}{a.\overline{a+c}} + \frac{-b.\overline{-b+c}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}} - \frac{b.\overline{-b+c}.\overline{-b+d}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}}$

$- \frac{b.\overline{-b+c}.\overline{-b+d}.\overline{-b+e}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}.\overline{a+b}}$ Toutes ces différentes expressions sont égales, ce qui se voit en les mettant à même dénomination.

COROLLAIRE.

Il suit de ce que l'on vient de dire, que par la premiere formule on aura les quatre premiers termes de cette Suite $\frac{1}{a} - \frac{b}{a.\overline{a+}}$

$$+ \frac{b.\overline{b+c}}{a.\overline{a-c}.\overline{a-d}} - \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}}{a.\overline{a-c}.\overline{a-d}.\overline{a-e}} = \frac{1}{a+b}$$

$$- \frac{b.\overline{b+c}.\overline{b+d}.\overline{b+e}}{a.\overline{a-c}.\overline{a-d}.\overline{a-e}.\overline{a+b}}$$, & par la seconde formule on aura les quatre premiers termes de cette Suite $\frac{1}{a} - \frac{b}{a.\overline{a+c}} - \frac{b.\overline{-b+c}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}}$

$$- \frac{b.\overline{-b+c}.\overline{-b+d}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}} = \frac{1}{a+b}$$

$$+ \frac{b.\overline{-b+c}.\overline{-b+d}.\overline{-b+e}}{a.\overline{a+c}.\overline{a+d}.\overline{a+e}.\overline{a+b}}$$. Or comme ce même raisonnement aura toûjours lieu, il s'ensuit que l'on aura toûjours la somme d'un nombre de termes quelconques de ces deux Suites. Cette somme sera toûjours pour la premiere Suite $\frac{1}{a-b}$, plus ou moins, une fraction composée tant au numérateur qu'au dénominateur, d'autant de facteurs de cette Suite, que l'on demande de termes dans la somme ; en observant de plus, que le dénominateur de cette fraction ajoûtée ou retranchée soit multipliée par la quantité $a+b$. On voit que cette fraction doit être ajoûtée, lorsque l'on veut avoir la somme d'un nombre impair des termes de la Suite, & qu'elle doit être retranchée, lorsque l'on veut en avoir un nombre de termes pair ; ce qui est évident, puisque cette premiere Suite a tous ses termes alternativement plus & moins.

On voit auſſi pour la ſeconde Suite, que la ſomme de tant de termes que l'on voudra, ſera toujours $\frac{1}{a+b}$, plus une fraction compoſée, tant au numérateur qu'au dénominateur, d'autant de facteurs de cette Suite, que l'on demande de termes dans la ſomme, & dont le dénominateur ſoit multiplié par $a+b$.

OBSERVATIONS

Sur la formation du CORAIL, *& des autres productions appellées* PLANTES PIERREUSES.

Par M. DE REAUMUR. *

LE Corail eſt mis par les Jouailliers dans la claſſe des Pierres précieuſes. Il n'en eſt pas moins Pierre, pour être produit d'une façon qui lui eſt particuliere. Les Botaniſtes le rangent dans la claſſe des Plantes, où on a plus de peine à le voir. La ſtructure organique néceſſaire pour leur accroiſſement, ces tuyaux contigus qui doivent croître en tout ſens malgré ceux qui les entourent, ne peuvent s'imaginer que mal-aiſément dans une Pierre ſi dure ; auſſi n'y a-t-il pas lieu de croire qu'ils y ſoient. Les yeux, aidés des meilleurs Microſcopes, ne découvrent dans la

* 30 Juillet 1727.

la matiere coralline rien qui ne puisse convenir à un corps formé par une simple apposition. A la vérité, le savant M. de Marsigli a observé & décrit les Fleurs qui naissent sur le Corail; mais malgré ces Fleurs observées avec beaucoup de sagacité, on pourroit peut-être, en parlant exactement, & même en raisonnant conformément aux observations de M. le Comte de Marsigli, retirer le Corail d'entre les Plantes.

Il a décrit, avec beaucoup plus de soin & d'exactitude que ceux qui en avoient parlé avant lui, l'écorce dont le Corail est revêtu dans la Mer. Cette écorce est d'une substance moins dure & moins compacte que la matiere coralline, elle est même plus molle dans la Mer que quand elle a été exposée à l'air; & c'est peut-être ce qui a donné lieu aux contes des Anciens, qui ont assûré que le Corail ne s'endurcissoit qu'après qu'il avoit été pêché. Cette écorce, selon les observations de M. de Marsigli *, est remplie & toute traversée de petits Tuyaux ronds, qui ont tous à leur sommet un trou qu'on ne peut appercevoir sans Microscope. Ils sont pleins d'un suc glutineux, qui dans l'écorce fraîche est de couleur de lait, & qui ensuite se condense, & prend une couleur de safran tirant sur le rouge. La surface intérieure de l'écorce est toute chagrinée par l'amas d'une infinité de glandules.

On détache aisément cette écorce de dessus le Corail récemment tiré de la Mer. La su-

* *Hist. de l'Academie de 1710. p. 91. & suiv.*

ſuperficie du Coraïl à qui on l'a enlevée, eſt toute ſillonnée de cannelures qui s'étendent depuis la baſe du Corail juſqu'aux extrémités de ſes branches. Il a dans ſa ſubſtance propre des cellules pleines d'un ſuc tout ſemblable à celui des tubules de l'écorce; mais elles ne ſont viſibles, & peut-être, ajoûte M. de Fontenelle en rendant compte des obſervations de M. de Marſigli, n'exiſtent-elles que dans la circonférence extérieure de la ſubſtance propre : tout le dedans paroît parfaitement ſolide & pierreux.

Tout cela enſemble, pour continuer à nous ſervir des termes de M. de Fontenelle, paroît prouver ſuffiſamment que toute la ſtructure organique du Corail, par rapport à la végétation, conſiſte dans ſon écorce, & dans la ſuperficie de la ſubſtance coralline; que l'écorce filtre un ſuc qui ſe répand entre elle & cette ſubſtance, en remplit les cellules & coule le long des canaux juſqu'aux extrémités des branches; & que ce ſuc s'étant pétrifié, tant dans les cellules qui environnent la ſubſtance coralline, que dans celles des extrémités des branches dont la ſubſtance n'eſt pas encore formée, fait croître la Plante tant en groſſeur qu'en hauteur.

Cette explication m'avoit paru ce qu'on peut imaginer de plus probable ſur l'accroiſſement du Coraïl; une obſervation que j'ai eu occaſion de faire, me ſemble la confirmer extrêmement, & lui ôter ſa principale difficulté. L'amour de feu S. A. R. Mgr. le Duc d'Orleans pour les Sciences, nous mettoit à portée de tout ce qui pouvoit contribuer

buer à leurs progrès. Nous avions souhaité avoir des Coraux, dont l'écorce n'eût point été détachée ; en un mot, à peu près telle qu'est celle de ceux qui viennent d'être pêchés. M. Arnou, alors Intendant de Marseille, pour obéir aux ordres de Son Altesse Royale, en fit mettre dans des vases pleins d'eau de Mer, dans l'instant où il furent tirés des filets. Il poussa l'attention jusqu'à faire apporter ces vases par des hommes qui devoient revenir à pied de Marseille à Paris ; aussi ces Coraux arriverent-ils conditionnés comme on le pouvoit desirer : ils étoient pour la plûpart recouverts de leurs écorces ; partie pourtant de celle de quelques-uns avoit été détachée. Ayant changé de vases les Coraux, & leur eau, je trouvai les fragmens d'écorce dans le peu d'eau qui étoit restée au fond du premier vase ; mais, outre les fragmens assés gros pour se faire distinguer, j'observai un sédiment plus pesant, & plus fin ; c'étoit un sable très délié, une poudre rouge telle que du Corail pilé en donneroit. La finesse des grains ne permettoit gueres aux doigts de juger de leur dureté ; mais mis sous la dent, il étoit aisé de reconnoître qu'ils étoient de nature pierreuse, un vrai sable.

L'écorce qui avoit été brisée & dissoute en partie, avoit donné ce sable. Qu'on ne soupçonne point qu'il avoit été emporté de la surface du Corail par des frottemens réitérés : j'ai détaché de l'écorce, je l'ai broyée dans l'eau, & elle a donné un sable pareil. Enfin si on met sous la dent un morceau d'écorce, elle semblera d'abord un corps mol ; mais si

on la presse un peu plus, on sentira bientôt qu'il y a dans cette substance molle une infinité de petits corps durs : la résistance qu'on trouvera, ne sera point de la nature de celle que peut faire un corps mol, ni même un corps plus dur que le bois ; des grains paroîtront fuir, s'échaper à la pression, & d'autres y résisteront.

L'écorce est beaucoup plus pâle que le Corail même ; c'est qu'il n'entre dans sa composition qu'une partie de cette matiere d'un beau rouge dont le Corail est composé en entier. On peut diviser son épaisseur en trois couches, qui méritent d'être considérées séparément. La premiere, celle de sa surface extérieure, est une membrane d'une couleur blanchâtre, très mince, & qu'on peut comparer en quelque sorte à celle qui revêt la surface intérieure des gousses des Pois ; si on laisse macerer l'écorce dans l'eau pendant quelque tems, cette premiere couche, cette membrane se sépare d'elle-même du reste, & même en morceaux assés grands. Au dessous de cette membrane est la seconde couche, qui fait seule la plus grande partie de l'épaisseur totale. Il n'est pas aisé de bien développer sa structure, mais le toucher seul apprend qu'elle est remplie de grains durs de nature pierreuse, en un mot de ces grains rouges dont nous venons de parler. Il est aisé de juger qu'ils y sont en grand nombre, puisque dès que cette seconde couche a été mise à découvert, elle paroît aussi rouge à peu près que le Corail même. Le Microscope nous y fait découvrir des amas prodigieux de ces grains,

grains : il seroit à souhaiter qu'il nous fît aussi bien voir comment ils y sont contenus ; peut-être sont-ils renfermés dans des tuyaux : il y a là apparemment une méchanique qui échape à nos yeux.

Au dessous de la couche si remplie de notre petit sable rouge, on en distingue une troisieme qui est immédiatement appliquée sur le Corail ; celle-ci est composée de tuyaux ou fibres, souvent visibles à la vûe simple, puisqu'ils ont autant de diametre au moins que les cannelures sensibles qui sont sur la surface du Corail ; ils sont remplis de ce suc latieux, qui devient jaune en séchant. Les plus considérables suivent la longueur des branches, puisqu'ils sont logés dans les cannelures ; ils sont traversés par d'autres plus déliés, ce qui forme une espece de rézeau ou de tissu, dont les fils de la chaîne sont plus gros que ceux de la trême. Il y a aussi divers amas de suc laiteux ou jaune, qui forment des boules plus grosses que la tête d'une épingle.

Mais ce à quoi nous voulons nous arrêter, & dont il est très aisé de se convaincre, c'est que l'écorce du Corail dans son état naturel, est toute pénétrée d'un sable extrêmement fin, de couleur de Corail, & qu'on doit croire de même nature. Comment se forme ce sable dans l'écorce ? Je ne l'examine point ; il y est. Quoiqu'il ne soit pas démontré que la circulation des sucs se fasse précisément dans les Plantes comme dans les Animaux, & que même elle se fasse dans les Plantes marines différemment que dans les Plantes terres-

tres, toujours paroît-il sûr qu'il s'y fait une sorte de circulation.

Si les liqueurs charrient dans certains Animaux des quantités de graviers considérables, il n'y a rien de surprenant qu'il puisse s'en trouver de même dans les liqueurs de certaines Plantes, & sur-tout dans les liqueurs de celles qui, comme les Plantes marines, ont des odeurs animales.

L'existence d'un sable, tel que du Corail réduit en poudre, étant démontrée dans l'écorce du Corail, la formation du Corail n'est pas plus difficile à expliquer que celle des Pierres les plus communes. Des grains d'un sable grossier réunis forment des grès: ces grains d'un sable rouge incomparablement plus déliés, formeront des Pierres rouges sans grains sensibles. L'eau qui passe au travers des voutes soûterraines, quand elle est chargée d'un sable prodigieusement fin, & qu'elle le dépose au haut de ces voutes, y produit des Pierres cristallines: que le suc qui circule dans notre écorce, charrie du sable jusqu'à la surface interieure de cette écorce, qu'il l'y dépose, parce qu'il n'est plus aisé à cette liqueur de ramener le sable ou une partie du sable; ces grains de sable déposés sur le Corail déja fait, & réunis les uns aux autres, le revêtiront d'une nouvelle couche. Les grains déposés au bout des branches les feront croître en longueur, comme ceux qui sont déposés autour de leur circonférence les font croître en grosseur; sa premiere formation aura été semblable à un de ces degrés d'accroissement. C'est un dé-

détail qu'il est aisé de suivre, & où il est inutile de s'arrêter..

Mais revenons encore à la comparaison des Plantes & des Animaux, & remarquons qu'il y a plusieurs especes de ces derniers qui sont recouverts de pierres. Les Coquilles si variées par leurs figures & leurs couleurs, que sont-elles autre chose que des Pierres du genre de celles dont on fait de la Chaux ? Nous avons expliqué ailleurs leur formation * ; un suc pierreux est charié à la surface du corps de l'Animal, il prend consistance, il s'y rassemble par couches, qui ajoûtées les unes aux autres, forment une couverture solide, qui défend des parties délicates. Le même suc pierreux, ou le sable rouge déposé par couches au dessous de cette Plante, qui n'a que l'épaisseur d'une écorce, lui forme la tige, le soûtien qui lui est nécessaire : dans l'un & dans l'autre cas, dans celui de la formation des Coquilles, & dans celui de la formation du Corail, la matiere pierreuse s'échape des vaisseaux, & n'est plus reprise ni par les vaisseaux qui l'ont portée, ni par d'autres. En un mot, les Coquilles sont des Pierres produites par des Animaux ; & les Coraux, des Pierres produites par des Plantes : mais les Coraux n'en sont pas plus Plantes, comme les Coquilles ne sont point Animaux. La production & l'accroissement des unes & des autres ne se fait pas par la méchanique qui fait l'accroissement des véritables parties des Animaux, & des véritables parties des Plantes.

Ce

* Mem. de l'Académie 1709.

Ce ſuc laiteux qui devient jaune, & même d'un jaune rougeâtre en ſéchant, pourroit bien être la matiere qui fournit les grains pierreux : peut-être que dans le milieu de l'écorce il ſe fait une ſécrétion des grains rouges qui ſe trouvent dans la liqueur ; que des tuyaux reçoivent cette poudre fine; que contenant d'ailleurs quelque liqueur plus fluide que le ſuc jaune, ils portent tous les petits grains à la ſurface intérieure de l'écorce, où ils les déposent ; & que ces grains ainſi déposés ſucceſſivement, font croître le Corail. Mais il s'en faut bien que nous ne puiſſions prouver la réalité & la route de ces canaux, auſſi certainement qu'eſt prouvée l'exiſtence des petits grains rouges.

Bocconé, qui a parlé au long de l'écorce du Corail dans un petit Livre imprimé à Paris en 1671, ſous le Titre d'*Obſervations curieuſes ſur la nature du Corail*, dit qu'il croît devoir appeller cette écorce, *Fucus*, à cauſe de ſa couleur rouge, quoique les Anciens l'ayent nommé *Muſcus*. L'un & l'autre nom ſont propres à exprimer une Plante; cette écorce en eſt une, & c'eſt probablement tout ce qu'il y a de végétal dans le Corail. Cette écorce, ou ce *fucus* reſſemble aux Plantes paraſites, qui pour croître ont beſoin d'être ſoûtenues; mais il en diffère par un endroit ſingulier : au lieu que les Plantes paraſites s'appuyent ſur des tiges étrangeres ; à meſure que celle-ci croît, elle ſe bâtit une tige pierreuſe ſi belle, qu'elle s'eſt preſque ſeule attirée de l'attention, & qu'elle a uſurpé le nom de la Plante à qui elle doit ſon origine. Quoique

que le *fucus*, ou, si l'on veut, l'écorce, se forme ordinairement sa tige, elle se sert quelquefois d'une tige étrangere, mais alors elle la revêt de Corail. Dans le petit ouvrage cité ci-dessus, Bocconé décrit un morceau de Corail recouvert de son écorce, dont le centre étoit occupé par un morceau de bois long de plusieurs pouces. Le bois, dit-il, en occupoit le centre, à peu près comme la moëlle occupe celui des Plantes.

Le Corail ne semble donc, à exactement parler, qu'une Pierre branchue produite par une Plante, & n'en est pas pour cela plus Plante, que la Coquille d'un Animal est Animal. Après tout, on le peut nommer, si l'on veut, partie d'une Plante, comme on nommeroit une Coquille partie d'un Animal; nous ne voulons pas disputer de ces noms. Mais au moins sembloit-il que l'écorce dût rester en possession tranquille de l'état de Plante, depuis que M. le Comte de Marsigli lui avoit découvert des fleurs. Un nouveau systême qui par sa singularité seule mériteroit d'être rapporté, & qui a été communiqué depuis peu à l'Académie, veut pourtant changer totalement la condition du Corail, celle de son écorce, & généralement celle de tout ce qu'on a appellé jusqu'ici *Plantes pierreuses*; il change de même celle de ces Plantes dures, mais flexibles, qui ont conservé le nom de *Lithophytons*, quoique moins ressemblantes à des Pierres qu'à de la Corne. On prétend établir dans le nouveau systême, que toutes ces productions sont l'ouvrage de certains Insectes; qu'elles sont des especes de Coquilles,

les, ou des masses de Coquilles réunies. Les Fleurs que M. le Comte de Marsigli a crû avoir observées, sont métamorphosées en Insectes, qui produisent le Corail.

Tout extraordinaire que paroisse ce systême, il n'est pourtant pas le pur ouvrage de l'imagination; celui qui l'a proposé a crû y être conduit par des observations répétées; nous allons les rapporter, afin qu'on juge si elles sont aussi convaincantes qu'elles lui ont paru.

1°. On a rangé autrefois parmi les Plantes divers Tuyaux, qui sont de véritables Coquilles, formées & habitées par des Vers. Cette considération seule suffit pour faire soupçonner qu'on pourroit bien donner encore au regne végétal des productions du regne animal. L'Orgue de Mer, appellée *Tubularia*, n'est qu'un amas de Tuyaux qui par leur couleur ressemblent beaucoup au Corail, & qui sont habités & formés par des Vers.

2°. Les Astroïtes, qui sont différentes especes de corps pierreux blancs, du genre des Madrepores, sont composées de quantité de Tuyaux paralleles les uns aux autres, & ressemblent par-là à l'Orgue de Mer, ou à la *Tubularia*. Il est vrai que chaque Tuyau est partagé par des cloisons qui suivent leur longueur, & dont le nombre & la disposition donnent à l'embouchûre du Tuyau, une figure qui a quelque air de celle d'une Etoile, & c'est de là que la Pierre a pris son nom. L'arrangement de ces embouchûres ou de ces Tuyaux se trouve différent dans différentes Pierres. Il y en a une espece où des files de

Tuyaux

Tuyaux forment des ondes à peu près semblables à celles de la surface exterieure du Cerveau, ou à celle que prend ce long Insecte de Mer nommé *Scolopendre*, & de-là a-t-on appellé cette Pierre *Scolopendrites*. Mais l'arrangement des Tuyaux n'empêche pas qu'ils n'ayent pû être faits par des Vers; leurs cloisons même ne détruisent point cette idée; on en observe d'à peu près pareilles dans la Coquille d'une espece de *Balanus*, qui est une de ces Coquilles qu'on a prises autrefois pour *Anatiferes*. Les Madrepores ordinaires ressemblent par la forme au Corail; mais on leur voit comme aux Astroïtes des trous, à la vérité moins proches les uns des autres, mais partagés de même par des cloisons. Si les premieres sont les ouvrages des Insectes, on doit avoir beaucoup de disposition à croire qu'ils ont aussi formé les autres. L'Auteur du nouveau systême le pense ainsi; & ayant rangé tous les Madrepores dans une classe dont il détaille les especes, il met à la tête de cette classe la Coquille d'un *Balanus*. Enfin ce qu'on a dit des Madrepores, on pourra le dire des Pores, ou des productions pierreuses, qui ne différent des précédentes que parce que les trous qu'on y apperçoit n'ont pas de cloisons. Ainsi en partant du *Tubularia* & du *Balanus*, & allant de proche en proche, l'Auteur vient au Corail, qu'il donne encore au genre animal.

3°. Il a observé que ces Fleurs qu'on avoit découvert sur le Corail, se trouvent dans les Madrepores & dans les autres productions pierreuses, & c'est une observation dont on doit

doit lui ſavoir gré. Mais au lieu de les prendre pour des Fleurs, il les regarde comme des Inſectes du genre appellé *Orties de Mer*. Les Orties de Mer connues juſqu'ici n'ont point de Coquilles, leur figure approche de celle d'un cone tronqué; on en peut voir de repréſentées dans les Mémoires de l'Académie de 1710; de leur partie ſupérieure, ou de celle où le cone eſt tronqué, ſortent un grand nombre de Cornes de la conſiſtance de celle des Limaçons, qui font un effet agréable & ſingulier. On veut donc que l'écorce du Corail ſoit habitée par des Inſectes de ce genre, & que ce qu'on a pris pour les pétales des Fleurs, ſoient les Cornes de ces Animaux, ou, pour parler comme l'Auteur du nouveau Syſtême, leurs Jambes & leurs Pattes. Ces parties ne paroiſſent que lorſque le Corail eſt dans l'eau; quand on le met à l'air, elles rentrent dans une cavité. Il a vû même celles de quelques Madrepores s'agiter, ou agitées dans l'eau. Du milieu de ces Cornes, il a vû une partie s'élever & s'abaiſſer, s'ouvrir & ſe fermer.

4°. On trouve de ces prétendues Fleurs en toute ſaiſon; les Plantes ont des ſaiſons particulieres pour fleurir.

5°. Le Corail a une liqueur laiteuſe, par le moyen de laquelle on convient qu'il ſe multiplie. Cette liqueur eſt donc analogue au lait ou frais des Poiſſons.

6°. Autre analogie encore: lorſque l'écorce de ces Plantes ſe pourrit, elle répand une odeur de Poiſſon pourri.

7°. Par l'analyſe chymique, on retire de ces écor-

écorces à peu près les mêmes principes qu'on rétire des matieres animales.

8°. Enfin le Corail, & tout ce qu'on appelle *Plantes pierreuses*, n'ont intérieurement aucune organisation ; leur écorce leur est simplement adhérante.

Voilà à quoi se réduisent les principales preuves par lesquelles on croit établir le nouveau Systême ; je doute qu'elles paroissent aussi solides qu'elles l'ont paru à son Auteur. La meilleure de toutes, qui peut-être ne seroit pas encore trop bonne, seroit d'être bien assûré, que ce qu'on a pris pour les Fleurs du Corail, sont véritablement des Insectes nichés dans sa substance ou dans son écorce; il n'y a que les yeux qui en puissent convaincre. Cependant leur témoignage ne paroît ici rien moins que certain en faveur des Insectes, puisque celui qui les fait exister aujourd'hui, les ayant observé autrefois avec M. de Marsigli, les prit avec lui pour des Fleurs. Il est vrai qu'il prétend qu'il a vû de ces corps plus considérables sur des Madrepores. Il ne nous dit point précisément leur grosseur. Il a vû leurs Jambes agitées dans l'eau ; il a vû s'élever du centre quelque chose jusqu'au dessus de la circonférence, il a vû, dit-il, cette partie se dilater comme la prunelle. Dans tout cela on ne trouvera peut-être encore rien d'assés décisif ; un corps délié ne sauroit être dans l'eau, sans faire voir des mouvemens tels que l'Auteur les a vû. Mais ce qu'on appelle des Fleurs ne paroît que dans l'eau ; elles disparoissent dès qu'on les expose à l'air. Cela ne convient-il pas mieux

mieux à un Animal qui se retire à son gré dans sa niche, qu'à une Fleur?

Mais n'avons-nous pas des Fleurs qui s'épanouïssent le jour, & qui se ferment la nuit; d'autres qui s'ouvrent le soir, & se ferment le matin? L'épanouïssement & le resserrement des pétales du Corail est plus subit que celui des Fleurs dont nous parlons. Mais l'est-il plus que ne le sont les mouvemens de la Sensitive?

On trouve ces Fleurs en toute saison, & on n'en trouve aux Plantes terrestres qu'en certains tems. Il est pourtant de celles-ci qui en ont presque toute l'année; & la temperature de l'athmosphere qui environne les Plantes marines, n'étant pas sujet à des vicissitudes aussi grandes & aussi subites que celles de l'athmosphere des Plantes terrestres, il ne seroit pas étonnant qu'elles fussent toûjours en fleurs. Si pourtant on vouloit refuser le nom de *Fleurs* à ces petits corps nouvellement observés sur le Corail, peut-être seroit-il difficile de démontrer qu'il leur est propre. On n'a été conduit à le leur donner que par une analogie très vraissemblable, mais il n'en seroit pas plus prouvé qu'ils sont des Insectes.

Le lait du Corail ne paroîtra pas différent de celui de tant d'autres Plantes, qu'en ce qu'il sert à la propagation du Corail, s'il est absolument certain qu'il y serve. Mais quelle difficulté y a-t-il à imaginer que les Graines nagent dans ce lait. L'odeur animale que donne son écorce en se pourrissant, & les principes qu'on en tire par l'analyse, montrent seulement les différences qu'il y a entre

tre les Plantes terrestres & les Plantes marines. Ces différences ont été connues jusqu'ici, & n'ont porté personne à les croire des productions animales. Ce principe feroit faire par des Animaux des Plantes molles de Mer qui sont incontestablement Plantes.

Enfin, y eût-il des Animaux logés dans l'écorce du Corail, & dans celle des autres Plantes marines, que seroit-on en droit d'en conclure? rien plus que ce qu'on conclud de quelques especes de Vers décrits par M. de Marsigli, qui rongent la substance du Corail.

Ce que l'Auteur dit de la structure du Corail, qui n'est pas propre à végéter, est plus solide; mais prouve seulement que le Corail n'est pas Plante, & ne prouve aucunement que son écorce ne le soit point.

Enfin, eût-on rendu plus probable ce systême singulier, on se verroit forcé à l'abandonner, dès qu'on penseroit à l'impossibilité qu'il y a de faire bâtir par des Insectes, d'une maniere approchante de celle dont ils bâtissent leurs Coquilles, des corps tels que le Corail, & que les autres corps qui portent le nom de *Plantes pierreuses*. Aussi ne paroît-il pas que l'Auteur ait pû rien imaginer sur cela qui le satisfasse, ni rien à quoi il croye devoir s'en tenir. Quelquefois il semble vouloir que les Madrepores ne soient que différentes Coquilles réunies; quelquefois, qu'elles ne sont qu'un seul Coquillage. Par rapport au Corail, il paroît prendre un autre parti. Il veut que les Orties nichées dans l'écorce, ou en ses termes, dans la croute,

dé-

déposent une liqueur, une gomme qui coule le long des sillons, qu'on apperçoit à la surface du Corail, qu'elle s'y arrête peu-à-peu & qu'elle s'y durcisse en pierre. Comment la liqueur pourroit-elle être fournie par tous ces Insectes assés également pour faire un corps continu, solide, & qui a une sorte de régularité? La réunion de plusieurs Coquilles, comme il le veut pour les Madrepores, est encore plus difficile à concevoir. Au reste, mon dessein n'est pas de m'arrêter à faire valoir les difficultés; il suffit qu'on ait vû quels sont les fondemens de ce systême.

Mais je l'ai déja dit, & je le répéte volontiers, nous devons beaucoup à son Auteur, pour les observations qu'il nous a données, & qu'il a été faire avec beaucoup de peine & de dépense jusque sur les Côtes d'Afrique. La formation du Corail me sembloit expliquée d'une maniere plausible, par les grains pierreux que dépose son écorce; il me paroissoit extrêmement probable que toutes les autres productions appellées *Plantes pierreuses*, étoient l'ouvrage d'une pareille méchanique. Mais il restoit pour cela à être assûré qu'elles avoient une écorce pareille à celle du Corail. Quand on nous les apporte, on a grand soin de les nettoyer, pour les faire paroître plus belles. On ne leur voit donc point d'écorce; celles même qu'on pêche en sont souvent dépouillées. Mais l'Auteur du systême nous apprend qu'il a trouvé plusieurs especes de Madrepores & de Pores recouvertes d'une matiere gluante, qui est sans doute leur écorce. Il se seroit peut-être plus arrêté

à

à nous faire voir la ressemblance qu'elles ont avec celle du Corail, s'il eût été moins plein de sa nouvelle idée.

Quoi qu'il en soit, dès que les Madrepores, les Pores, les Escaras, les Champignons de Mer, seront recouverts d'une écorce chargée de grains pierreux, la production de tous ces corps sera aussi facile à expliquer que celle du Corail. Les trous partagés par des cloisons, les especes de rézeaux, les feuillets, tout s'expliquera par les figures de leur écorce. Quand elle sera faite en rézeau, la masse pierreuse qu'elle produira aura aussi des trous semblables à ceux d'un rézeau, puisque la matiere pierreuse ne sera déposée que par ce qu'il y a de plein dans l'écorce. L'écorce devient par-là une espece de moule, qui fournit lui-même la matiere qu'il a à mouler. Mais c'est un moule capable d'accroissement, & dès-là on n'est pas surpris qu'un Astroïte, par exemple, qui est un groupe de tuyaux partagés par des cloisons, ait moins de circonférence par en-bas que par en-haut, que chacun de ses tuyaux ayent aussi plus de diametre sur la partie de la pierre qui en a le plus, & qu'ils en ayent moins sur celle qui en a moins. L'écorce avoit moins d'étendue, lorsqu'elle a produit la plus petite partie; les mailles du rézeau qu'elle forme, étoient aussi alors plus serrées. Lorsque cette Plante croît, le nombre de ses mailles peut aussi augmenter; & alors la partie de la pierre, la derniere formée, aura plus d'ouvertures, plus de tuyaux, que celle qui a été formée la premiere. Enfin les figures les plus singulie-

lieres de ces productions pierreuses, qu'*on* a appellées *Plantes pierreuses*, pourront être expliquées aisément au moyen de la seule écorce qui végéte, & qui dépose des grains pierreux.

RECHERCHES SUR LA RECTIFICATION DES BAROMETRES.

Par M. SAURIN.*

ON doit à feu M. Amontons un grand nombre d'observations nouvelles & utiles sur divers sujets de Physique & de Méchanique : mais les Mémoires de l'Académie sont particulierement remplis des ingénieuses découvertes de cet Auteur par rapport au Thermometre & au Barometre. Il s'étoit appliqué long-tems avec beaucoup de succès à perfectionner ces deux sortes d'instrumens, & il travailloit encore à la rectification du Barometre, quand il mourut.

Deux morceaux de lui sur cette matiere, qui se trouvent dans les Mémoires de 1704, ont donné occasion aux recherches que je propose ici. Dans ces deux pieces, M. Amontons examine un inconvénient commun au

* 13 Août 1727.

au Barometre ſimple & au Barometre double; & après avoir fait connoître l'erreur que cet inconvénient cauſe dans les deux Barometres, il donne les moyens de la corriger dans l'un, & de l'éviter dans l'autre.

Tout le monde ſait que l'inconvénient conſiſte, en ce que la Peſanteur de l'Air n'agit pas ſeule dans les Barometres; la chaleur a part auſſi aux variations que l'on y obſerve: par-là ces variations deviennent un effet équivoque, & par conſéquent une meſure incertaine & trompeuſe des changemens de peſanteur de l'Athmoſphere.

S'il eſt queſtion, par exemple, du Barometre ſimple; le degré de peſanteur de l'Air demeurant le même, la chaleur peut cependant augmenter ou diminuer, & le Mercure venant ainſi à ſe raréfier ou à ſe condenſer, on le verra hauſſer ou baiſſer, & l'on tombera dans l'erreur, en attribuant l'effet obſervé à quelque augmentation, ou à quelque diminution du poids de l'Athmoſphere. Les deux cauſes agiſſant enſemble, ſoit en même ſens, ſoit en ſens contraire, feront varier l'erreur, mais elle ſubſiſtera toûjours.

Suivant les expériences de M. Amontons, du plus grand froid au plus grand chaud de notre climat, le Mercure ſe dilate de la cent-quinzieme partie de ſon volume; c'eſt-à-dire, qu'une colomne de Mercure de 115 lignes dans le grand froid, devient une colomne de 116 lignes dans le grand chaud; & une colomne de trois fois 115 lignes, qui font 28 pouces 9 lignes, devient une colomne de trois fois 116 lignes, qui font 29 pouces; ce

qui donne 3 lignes de différence. Si l'on suppose donc un degré de pesanteur de l'Athmosphere, qui dans le grand froid soûtienne le Mercure à la hauteur de 28 pouces 9 lignes, le même degré de pesanteur dans le grand chaud soûtiendra le Mercure à la hauteur de 29 pouces, & l'on croira mal à propos le poids de l'Athmosphere augmenté de 3 lignes. Comme dans ce Païs la hauteur du Barometre simple ne passe pas 29 pouces, & qu'elle est même toûjours au dessous, il s'ensuit que l'erreur de ce Barometre ne va point au-delà de 3 lignes: aussi est-ce à 3 lignes que M. Amontons a déterminé la plus grande erreur.

Maintenant il est clair qu'en supposant invariable le plus grand poids de l'Athmosphere, les variations de la chaleur feront parcourir ces 3 lignes au Barometre, pendant que le Thermometre parcourra, en allant du plus grand froid au plus grand chaud, toute l'étendue des degrés compris entre ces deux termes. Si cette étendue est de 96 lignes, comme dans le Thermometre de M. Amontons, les 96 lignes du Thermometre seront parcourues dans le même tems que les 3 lignes du Barometre; & par conséquent pour chaque ligne du Thermometre, on aura dans le Barometre la 96e partie de 3 lignes, ou $\frac{1}{32}$ de ligne, qu'il faudra retrancher de la hauteur du Mercure; & la hauteur ainsi corrigée, donnera la pesanteur précise de l'Athmosphere.

C'est sur ce fondement que M. Amontons a dressé une Table à deux colomnes. Il a mis dans l'un les degrés de son Thermometre divisés par lignes, & dans l'autre vis-à-vis de cha-

chaque ligne les corrections qui leur conviennent, ou les $\frac{1}{32}$ de ligne qu'on doit retrancher de la hauteur du Barometre. Il est évident que cette Table n'est exacte que dans le seul cas d'une pesanteur de l'Athmosphere de 28 pouces 9 lignes; car ce n'est que dans ce cas, ainsi qu'on vient de l'exposer, que le plus grand chaud donne 3 lignes d'erreur; & justement dans ce cas la Table est inutile, puisqu'elle ne fait connoître que ce qu'elle suppose connu; savoir, le même degré de pesanteur, sur le pied duquel, pris pour invariable, elle a été construite. M. Amontons n'a pas laissé de la proposer pour toutes les variations de pesanteur, en avertissant qu'il n'y a pas d'erreur considérable à craindre: & il a eu raison. L'erreur ne peut aller au plus qu'à $\frac{1}{3}$ de ligne; c'est dans le cas de la plus petite pesanteur de l'air, jointe au plus grand chaud; car la colomne de Mercure qui soûtient ici le plus petit poids de l'Athmosphere, n'est jamais au-dessous de 25 pouces $\frac{1}{2}$ ou 306 lign. dont la $\frac{1}{115}$ partie est de 3 lign. moins $\frac{1}{3}$ de ligne.

On auroit lieu sans doute d'être très satisfait du Barometre, si l'on pouvoit s'assûrer de la justesse de cet Instrument à un tiers de ligne près. Je suis fort éloigné de croire que dans l'usage on doive compter sur une si grande exactitude. Bien plus, des expériences certaines m'ont convaincu que l'on s'écartoit de cette exactitude, en voulant en approcher, & que l'erreur qu'on prétend corriger dans le Barometre simple, s'y trouvoit corrigée par l'inexactitude même, qui est inévita-

 ble

ble dans la construction de ces sortes d'Instrumens. Cependant pour la spéculation, & à l'égard du calcul, on pourroit avoir une précision entiere, en supposant tout ce que je viens d'expliquer.

La correction du Barometre simple dépend, comme on a vû, de cette regle générale, que dans le plus grand chaud, en diminuant d'une 116e partie la hauteur donnée par l'observation, on a exactement celle qui convient à la pesanteur seule de l'Athmosphere; je dis une 116e partie, parce que la 116e partie de la hauteur entiere est la même chose que la 115e de la hauteur après la diminution. Prenant donc un degré quelconque de pesanteur de l'Athmosphere, par exemple, celui de 28 pouces 9 lignes; & sur le pied de cette pesanteur supposée constante, dressant une Table comme celle de M. Amontons, pour tous les degrés de chaleur divisés par lignes, avec le secours de cette Table & d'une seule Regle de trois, on aura dans toutes les variations du Barometre la pesanteur précise de l'air dans le tems de l'observation. A la pesanteur, prise pour constante de la Table, on ajoûtera l'équation ou la correction qui dans cette même Table répond au degré de chaud indiqué par le Thermometre au moment de l'observation; ce sera le premier terme de la proportion; la hauteur observée sera le second; & l'on mettra dans le troisieme l'équation seule; le quatrieme terme qui viendra, sera l'équation qui convient à la hauteur observée, c'est-à-dire, ce qu'il faut retrancher de cette hauteur pour avoir au juste la pesanteur que l'on veut connoître; ou bien on mettra au troisieme ter-

me la peſanteur ſeule de la Table, & le quatrieme donnera la peſanteur cherchée.

Soit, par exemple, la hauteur que donne l'obſervation, 26 pouces 2 lignes, ou 314 lignes, & ſoit le Thermometre à 64 lignes au-deſſus du plus grand froid ; à ces 64 lignes répondront dans la Table $1\frac{4}{5}$ de ligne, ou 2 lignes d'équation pour ce degré de chaud ſur le pied de la peſanteur de 28 pouces 9 lignes, ou 345 lignes, qui eſt celle de la Table ; en ajoûtant les 2 lignes aux 345, on aura 347 lignes. On fera donc cette analogie ; comme 347 lignes (peſanteur conſtante plus les deux lignes d'équation) ſont à 314 lignes, (hauteur obſervée) ainſi les deux lignes d'équation ſont à un quatrieme terme, qui ſera ce qu'il faut retrancher de la hauteur obſervée ; il viendra pour quatrieme terme dans cet exemple $1 + \frac{143}{169}$, ou environ $1 + \frac{6}{7}$, ou $\frac{13}{7}$, & ôtant ces $\frac{13}{7}$ de 314, qui eſt la hauteur donnée par l'obſervation, il reſtera 312 & $\frac{1}{7}$ pour la hauteur dûe à la peſanteur ſeule de l'Athmoſphere. Si ſans faire cette analogie, on avoit retranché les deux lignes d'équation que donne la Table, on n'auroit eû pour la peſanteur cherchée que 313 lignes, quantité moindre de $\frac{1}{7}$ de ligne que la véritable.

Mais tout cela eſt ſi peu de choſe qu'on n'auroit eu garde d'en parler, s'il n'avoit été néceſſaire en quelque ſorte de dire un mot du Barometre ſimple, avant que de paſſer au Barometre double, qui eſt le ſeul objet que l'on s'eſt propoſé dans cette recherche. Il y a dans ce Barometre une complication d'erreur qui deman-

mande quelque attention, & qu'on ne sauroit même démêler exactement sans le secours de l'Analyse. A la raréfaction du Mercure se joint ici celle de la liqueur, & la confusion qui naît de ces deux causes est beaucoup augmentée par les capacités différentes des Boîtes & des Tuyaux. Pour ne pas embarrasser la difficulté, considérons d'abord la raréfaction seule du Mercure, & la variation qu'elle produit dans le Barometre double, indépendamment de la raréfaction de la liqueur; on vera ensuite plus aisément quelle modification cette derniere cause apporte à l'effet de la premiere.

La colomne de Mercure prise depuis le niveau de la hauteur où le Mercure est dans la Boîte inférieure, jusqu'à la hauteur qu'il a dans la Boîte supérieure; c'est-à-dire, la colomne marquée DA ou $DK + KA$, est soûtenue en partie par le poids de l'Athmosphere, & en partie par celui de la liqueur. Cette colomne étant en équilibre avec ces deux poids dans le grand froid, il s'en faut beaucoup qu'elle ne soit encore en équilibre avec les mêmes poids dans le grand chaud. Pour demeurer en équilibre, il faudroit, selon les remarques précédentes, que si elle étoit de 28 pouces 9 lignes dans le grand froid, elle eût 3 lignes de plus dans le grand chaud, & qu'elle fût de 29 pouces; mais le Tuyau est si menu par rapport à la Boîte, que la dilatation du Mercure par le grand chaud, laquelle augmenteroit considérablement la hauteur de la colomne si le Tuyau étoit continué sans Boite, ne don-

donne dans la Boîte qu'une augmentation de hauteur presque insensible.

Supposons que le diametre du Tuyau soit d'une ligne, & celui de la Boîte d'un pouce ou de 12 lignes; la capacité de la Boîte sera à celle du Tuyau, comme 144 à 1; car les capacités sont entre elles comme les quarrés des diametres. Supposons encore que dans les deux Boîtes considérées comme de parfaits Cylindres, il y ait en tout un pouce & demi de Mercure. Supposons enfin, que le Tuyau recourbé qui en est rempli dans toute sa longueur depuis une Boîte jusqu'à l'autre, soit égal à un Cylindre droit de même base, & de 32 pouces de longueur, qui est en effet à peu près celle qu'on lui donne ordinairement; les trois demi-pouces des Boîtes rempliroient dans un Tuyau de même diametre que celui que nous supposons, 144 fois trois demi-pouces, ou 216 pouces, qui ajoûtés aux 32, font 248 pouces: ainsi voilà 248 pouces de Mercure, à les mesurer dans un Tuyau d'une ligne de diametre.

Maintenant le grand chaud les dilatant d'une $\frac{1}{117}$ partie, donneroit une augmentation de deux pouces & deux lignes, ou de 26 lignes; mais dans la Boîte dont la capacité est 144 fois aussi grande que celle du Tuyau, ces 26 lignes se réduiront à une hauteur, qui ne sera que la 144e. partie de 26 lignes; ce qui ne va pas à $\frac{1}{5}$ de ligne.

On voit donc par ce calcul, qu'une colomne de Mercure de 28 pouces 9 lignes, faisant équilibre dans le grand froid avec le

poids de l'Athmosphere, joint à celui de la liqueur, ne devient plus longue dans le grand chaud, que d'une quantité à peine sensible dans la Boîte, au lieu qu'elle devroit s'allonger de trois lignes pour demeurer en équilibre avec les mêmes poids: d'où il arrivera que ces poids feront baisser dans la Boîte inférieure, & hausser dans la supérieure le Mercure, jusqu'à ce que la colomne comprise entre les deux surfaces, ait les trois ligues de plus que demande l'équilibre.

Quand je dis les trois lignes de plus que demande l'équilibre, cela s'entend, le poids de la liqueur demeurant le même; ce qui ne sauroit être: car le Mercure ne peut baisser dans la Boîte inférieure de la moitié de trois lignes, ou d'une ligne & demie, que la liqueur ne baisse de la même quantité dans la même Boîte, & cet abbaissement en produira un dans le petit Tuyau de la liqueur, qui sera à celui de la Boîte comme le quarré du diametre de la Boîte au quarré du diametre du Tuyau. Il s'en faudra donc de beaucoup que la liqueur n'ait la même hauteur qu'elle avoit auparavant, & par conséquent qu'elle ne soûtienne la même partie du Mercure qu'elle soûtenoit: ainsi le Mercure remontera dans la Boîte inférieure, & fera remonter la liqueur dans le Tuyau jusqu'à un point d'équilibre qui donnera à la colomne de Mercure, comprise entre les deux surfaces, moins de 3 lignes de plus, c'est-à-dire, qui lui ôtera une partie des 3 lignes de plus qu'elle avoit, & qui rendra à

la

la liqueur moins de hauteur qu'elle n'avoit avant la dilation du Mercure, mais plus qu'elle n'en conservoit dans la supposition du Mercure baissé d'une ligne & demie dans la Boîte inférieure.

Mais ce n'est pas là tout. Nous n'avons point encore consideré l'effet de la raréfaction de la liqueur; nouvelle considération qui fait un nouvel embarras. La liqueur en se raréfiant devient moins pesante, & occupe plus de place. Si elle étoit toute contenue dans un même Tuyau, sa hauteur n'augmenteroit qu'à proportion de ce qu'elle perd de sa pesanteur, & l'équilibre se maintiendroit; mais par la différence des capacités de la Boîte & du petit Tuyau, la raréfaction la fait monter dans le petit Tuyau bien au-delà de la hauteur qui suffiroit pour lui conserver son poids sur le Mercure; elle fera donc descendre le Mercure dans la Boîte inférieure, jusqu'à ce qu'elle-même soit descendue au point de hauteur qui lui est nécessaire pour contrepeser la partie qu'elle doit soûtenir de la nouvelle colomne de Mercure.

Voilà les difficultés qu'il faut démêler par l'Analyse, pour déterminer dans l'exactitude géometrique la part qu'a la chaleur dans les variations du Barometre double de M. Huigens, & pour se mettre en état d'en diminuer l'erreur avec lumiere. Mes recherches sur cela se bornent dans la solution des Problêmes suivans.

PROBLEME I.

Les volumes du Mercure & de la liqueur étant donnés avec le rapport de leurs pesanteurs entre elles, & celle de l'Athmosphere; les diametres des Tuyaux & des Boîtes; les longueurs HL, LSG *du Tuyau rempli de Mercure, & la hauteur* VP *de la Boîte inférieure étant aussi des grandeurs données; trouver la hauteur* F *de la liqueur dans l'état d'équilibre.*

Soient t le diametre du Tuyau $HLSG$; θ celui du Tuyau ER, & a celui des Boîtes, lesquelles je suppose d'égal diametre. Si l'on nomme m la longueur d'un Tuyau que la quantité donnée de Mercure rempliroit, & qui est supposé d'un diametre égal à t, & n la longueur que la quantité donnée de la liqueur occuperoit dans un Tuyau comme le sien du diametre θ; le produit mtt exprimant la quantité du Mercure, $n\theta\theta$ exprimera celle de la liqueur. Soient g la pesanteur du Mercure, & f celle de la liqueur. Soient enfin les autres quantités données VP, b; la longueur du Cylindre égal à $GGSSLL$, b; LH, c; DO ou $DK + KO$, (longueur de la colomne de Mercure soûtenue par le poids seul de l'Athmosphere) d.

Nommant EF, x, on a la quantité de liqueur contenue dans la partie du Tuyau $EFFE = \theta\theta x$, & la quantité contenue dans la partie de la Boîte $CVVC = CV \times aa$; & la somme de ces deux quantités étant égale à toute la quantité donnée, qui est $n\theta\theta$, on a

$\theta\theta x$

$eex + CV \times aa = nee$, ou $CV \times aa = nee - eex$, & par conséquent $VC = \frac{nee - eex}{aa}$. $CP = VP - VC = \frac{aab - nee + eex}{aa}$; & la capacité $CPPC = aab - nee + eex$. La recourbure $GLLG = btt$; $LHHL = ctt$; la hauteur $BH = LH - LB$ ou $PC = \frac{aac - aab + nee - eex}{aa}$; $KO = DO - DK$ ou $BH = \frac{aad - aac + aab - nee + eex}{aa}$ & la capacité $KOOK = aad - aac + aab - nee + eex$.

OA, hauteur de la partie du Mercure soûtenue par le poids de la liqueur, se trouve par cette Analogie, g (pesanteur du Mercure). f (pesanteur de la liqueur) :: $FE + VC$ $\left(\frac{aax + eex - nee}{aa}\right)$. $\frac{faax - feex + fnee}{gaa} = OA$, & la capacité $OAAO = \frac{faax + feex - fnee}{g}$.

Maintenant la quantité donnée de Mercure remplissant les capacités $CPPC$, $GLLG$, $LHHL$, $KOOK$ & $OAAO$, on a $mtt = aab - nee + eex + btt + ctt + aad - aac + aab - nee + eex + \frac{faax - feex + fnee}{g}$; ou $2geex + faax - feex = gmtt + 2gnee$ ±

$+ gaac - 2gaab - gbtt - gctt - gaad - fnoo$; d'où l'on tire l'égalité *A*.

$A \ldots x = \frac{gmtt - 2gnoo + gaac - 2gaab - gbtt - gctt - gaad - fnoo}{2goo + faa - foo}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

PROBLEME II.

La pesanteur de l'Athmosphere demeurant la même, & toutes les grandeurs données dans le Problême précédent, étant encore données dans celui-ci, trouver la différence de la hauteur de la liqueur dans le grand chaud, à sa hauteur dans le grand froid.

SOLUTION.

Ce que la dilatation du Mercure & de la liqueur dans le grand chaud ajoûte à leurs volumes étant connu, & par conséquent aussi le nouveau rapport de leurs pesanteurs, je prends $mtt \times \frac{1}{q}$ pour l'augmentation du volume précédent mtt du Mercure, & $noo \times \frac{1}{r}$ pour celle du volume noo de la liqueur; &

nom-

nommant les nouvelles peſanteurs f, v, je mets dans la précédente égalité A, au lieu de mtt, $mtt + \frac{1}{q} mtt$; au lieu de $n\theta\theta$, $n\theta\theta + \frac{1}{r} n\theta\theta$; & f, v, au lieu des peſanteurs g, f. Je mets auſſi pour d (hauteur dans l'égalité A de la colomne du Mercure, ſoutenue par le poids ſeul de l'Athmoſphere) $d + \frac{1}{q} d$, à cauſe du nouveau rapport de la peſanteur du Mercure à celle de l'Athmoſphere qui demeure la même. Cette ſubſtitution changera l'égalité A du grand froid, en l'égalité B du grand chaud

$$B \ldots x = \overline{fmtt + \frac{1}{q} fmtt + 2fn\theta\theta + \frac{1}{r} \times fn\theta\theta + faac - 2faab - fbtt}$$
$$\overline{- fctt - faad - \frac{1}{q} faad - vn\theta\theta - \frac{1}{r} vn\theta\theta} \times \frac{1}{2f\theta\theta + vaa - v\theta\theta}.$$

Il eſt évident que ſubſtituant dans les deux égalités A & B, au lieu des lettres leurs valeurs données, on aura deux valeurs de x (hauteur de la liqueur) l'une pour le froid, & l'autre pour le chaud; & que retranchant l'une de l'autre, leur différence ſera celle des hauteurs. *Ce qu'il falloit trouver.*

Exemple. Si la liqueur du Barometre eſt de l'Eſprit de vin, & que mtt & $n\theta\theta$ ſoient

soient les volumes de Mercure & d'Esprit de vin données dans le grand froid; Il la pesanteur du Mercure dans le grand froid étant à celle de l'Esprit de vin comme 16 à 1, on aura pour ce cas du grand froid l'égalité *C*.

$$C \ldots x = \frac{16mtt + 31noo + 16aac - 32aab - 16btt - 16ctt - 16aad}{31oo + aa}.$$

Mais, comme on a déja dit, les vôlumes mtt & noo devenant dans le grand chaud $mtt + \frac{1}{q}mtt$; $noo + \frac{1}{r}noo$; c'est-à-dire, suivant les expériences de M. Amontons, & de plusieurs autres, $mtt + \frac{1}{115}mtt$, & $noo + \frac{1}{27}noo$. d devenant aussi $d + \frac{1}{115}d$, & le rapport de la pesanteur du Mercure à celle de l'Esprit de vin étant alors celui de 33 à 2, on aura pour le cas du grand chaud l'égalité *D*.

$$D \ldots x = \overline{33mtt + \tfrac{33}{115}mtt + 64noo + \tfrac{64}{27}noo + 33aac - 66aab - 33btt}$$
$$\overline{- 33ctt - 33aad - \tfrac{33}{115}aad} \times \frac{1}{64oo + 2aa}.$$

Et multipliant le numérateur & le dénominateur de la fraction par 27×115

$=3105$, il viendra l'égalité E.

$$E \ldots x = \overline{103356\,mtt + 206080\,n\theta\theta + 102465\,aac - 204930\,aab - 102465\,btt - 102465\,ctt - 103356\,aad} \times \frac{1}{198720\,\theta\theta + 6210\,aa}.$$

Soient présentement les grandeurs désignées par les lettres qui restent, prises telles qu'on les voit ici:

$$\left\{\begin{array}{l} a = 12; \\ t = 1; \\ \theta = \sqrt{\tfrac{1}{2}}; \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} b = 48 \text{ lign.} \\ c = 336 \text{ lign.} \\ d = 340 \text{ lign.} \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} b = 46. \\ m = 2908 + \tfrac{1}{2}. \\ n = 11664. \end{array}\right.$$

On aura $mtt = 2908$ lignes & demie de Mercure dans un Tuyau d'une ligne de diametre, qui donnent 242 pouces, 4 lignes & demie, quantité ordinaire. On aura aussi $n\theta\theta = 11664$ lignes, d'Esprit de vin dans un Tuyau d'un diametre $= \sqrt{\tfrac{1}{2}}$ ligne ou 5832 lignes dans un Tuyau d'une ligne de diametre, qui font 40 lignes & demie dans la Boîte inférieure, dont le diametre est supposé de 12 lignes. C'est la quantité d'Esprit de vin que M. Amontons prenoit pour détruire l'erreur du Barometre.

En substituant dans l'égalité C ces valeurs données, on trouvera $x = 0$, c'est-à-dire, que la hauteur de l'Esprit de vin dans le grand froid sera à niveau de la Boîte, ou de l'entrée dans le petit Tuyau.

Mais en substituant ces mêmes valeurs dans l'égalité E du grand chaud, on trouvera $x = 3$ lignes $+ \frac{4303}{496800}$; c'est-à-dire, que dans le grand chaud, la hauteur de l'Esprit de vin dans le petit Tuyau, sera d'un peu plus de 3 lignes;

ce

ce qui ne donne pas une erreur de $\frac{1}{4}$ de ligne de Mercure.

PROBLEME III.

Toutes les grandeurs données dans le précédent, étant encore données dans celui-ci, excepté le volume de la liqueur; trouver ce volume requis pour que l'équilibre se conserve à la même hauteur dans le grand froid, & dans le grand chaud.

SOLUTION.

En mettant dans les égalités *A* & *B*, les valeurs données; on tirera deux valeurs de x en n par la supposition: ces deux valeurs étant égales, leur comparaison donnera la valeur de n; cette valeur étant mise dans l'une ou dans l'autre des deux égalités *A* & *B*, on en tirera la valeur de x.

Si l'on prend le même volume de Mercure qu'auparavant $= 2908$ lignes & $\frac{1}{2}$, & que la liqueur soit encore de l'Esprit de vin, on trouvera $n\theta\theta$ qui en exprime le volume requis, $= 5848 + \frac{1}{2} \frac{8081497}{287533440}$, valeur qui donnera celle de $x = 6$ & un peu moins de $\frac{11}{18}$; c'est-à-dire, que le volume d'Esprit de vin que l'on demande, est de $5848 + \frac{1}{2} + \frac{8081497}{287533440}$ & que la hauteur d'Esprit de vin est hors de la Boîte de 6 lignes & un peu moins de $\frac{11}{18}$.

A présent si l'on vouloit trouver une valeur d'Esprit de vin qui donnât la même hauteur dans le grand froid & dans le grand chaud, en prenant x dans la Boîte, il faudroit

droit former deux nouvelles égalités. Pour cet effet, soit la surface superieure de l'Esprit de vin en (*Fig.* 2.) NN, & soit VN ou EF appellée x, on aura $CPPC = aab - n\theta\theta - aax$; $KOOK = aad - aac + aab - n\theta\theta - aax$ & $OAAO = \frac{f}{g} \times n\theta\theta$; d'où l'on tirera l'égalité F du grand froid.

$$F \ldots x = \frac{2gaab + gaad + gbtt + gctt + fn\theta\theta - 2gn\theta\theta - gmtt - gaac}{2gaa}.$$

Sur cette égalité on formera celle du grand chaud, & en faisant ensuite les substitutions, & toutes les opérations requises, on trouvera $n\theta\theta$ qui exprime le volume de l'Esprit de vin, = 5431 lignes ½, & quelque chose de plus, valeur qui donnera celle de $x = 2$ lignes ¾ environ, c'est-à-dire, que le volume cherché d'Esprit de vin est de 5431 lign. ½ & un peu plus dans un Tuyau d'une ligne de diametre, & que la hauteur de l'Esprit de vin est dans la Boîte au dessous de l'entrée du Tuyau ER 2 lign. ¾ environ.

PROBLEME IV.

Tout ce qui regarde les Boîtes, les Tuyaux & les Pesanteurs, étant encore donné, déterminer le volume du Mercure & celui de la liqueur nécessaire, pour que l'équilibre,

dans

dans le grand froid & dans le grand chaud, se fasse à une même hauteur donnée.

SOLUTION.

Nous supposons toûjours que la liqueur est de l'Esprit de vin. Les valeurs données étant substituées dans les égalités *C* & *D*, on n'aura d'inconnues que *m* & *n*. Prenant donc deux valeurs, ou de *n*, ou de *m*, c'est-à-dire, de l'inconnue qu'on voudra dégager la premiere, & cette valeur étant substituée dans l'une ou dans l'autre des deux égalités, donnera la valeur de l'autre inconnue.

Soit, par exemple, la hauteur donnée $= 0$; c'est-à-dire, si l'on veut que la surface supérieure de la liqueur soit à niveau de la surface supérieure de la Boîte, dans le grand froid & dans le grand chaud, on trouvera par les opérations prescrites, que le volume du Mercure doit être de 3913 lignes $+ \frac{15497}{233111}$, & celui de l'Esprit de vin, de 5151 $+ \frac{1}{2} + \frac{23}{63} + \frac{7470}{233111} \times 30$ environ 5152 lignes.

PROBLEME V.

Les deux Boîtes Q & T *ont un diametre égal, & ce diametre est à celui du Tuyau* ER : : a. e. *Il y a du Mercure dans les Boîtes & dans le Tuyau recourbé depuis* CC *jusqu'à* AA. *Le Mercure est soûtenu à la hauteur* DA, *au dessus du niveau, par le poids de l'Athmosphere, joint à celui de la liqueur contenue dans la Boîte* T, *& dans le Tuyau depuis* CC *jusqu'à* EF.* *On*

* Fig. 2.

On demande la hauteur R, *telle que la liqueur y étant en équilibre, la colomne de Mercure soûtenue par le poids seul de de l'Athmosphere, soit moindre qu'elle n'étoit de la quantité donnée* l.

Appellant DA, d; la hauteur CF donnée e, la pesanteur spécifique du Mercure g, & celle de la liqueur f soit $FR=x$, la liqueur ne peut monter dans le Tuyau, que le Mercure ne descende dans la Boîte Q, & ne monte par conséquent dans la Boîte T. Supposons qu'il soit descendu de A en I dans l'une, & monté de C en M dans l'autre, il est évident que la descente AI du Mercure dans la Boîte Q, ou la hauteur CM à laquelle il est monté dans la Boîte T, doit être à FR (x) en raison réciproque de AA^2 ou CC^2 (aa) à FF^2 (bb); on aura donc AI ou $CM = \frac{bbx}{aa}$; on a $IM = AD - AI - DM$ ou $CM = d - \frac{2bbx}{aa}$; on a aussi $FR - CM = x - \frac{bbx}{aa}$.

Cela posé, la colomne IM n'étant plus petite que la colomne AD, que de la quantité $AI + CM$, c'est-à-dire de deux AI ou de deux CM $\left(\frac{2bbx}{aa}\right)$ & n'étant pas diminuée de toute la quantité l, il s'ensuit que la hauteur $l - 2AI$ est soûtenue par $FR - CM$ $\left(x - \frac{bbx}{aa}\right)$ ainsi on aura $g . f :: x - \frac{bbx}{aa} . l -$

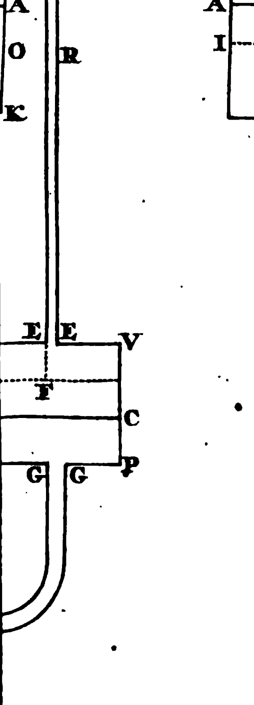
$\frac{2\theta\theta x}{aa}$; ce qui donne, en multipliant les moyens & les extrêmes $fx - \frac{f\theta\theta x}{aa} = gl - \frac{2g\theta\theta x}{aa}$ ou $aafx - f\theta\theta x + 2g\theta\theta x = aagl$, & $x = \frac{aagl}{aaf - f\theta\theta + 2g\theta\theta}$. Si l'on fait $aa = 288$, $\theta\theta = 1$, $g = 16$, $f = 1$, on aura $aagl = l \times 288 \times 16 = 4608\,l$, & $aaf - f\theta\theta + 2g\theta\theta = 288 - 1 + 32 = 319$; donc $x = \frac{aagl}{aaf - f\theta\theta + 2g\theta\theta} = \frac{4608}{319}\,l = l \times \overline{14 + \frac{142}{319}}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

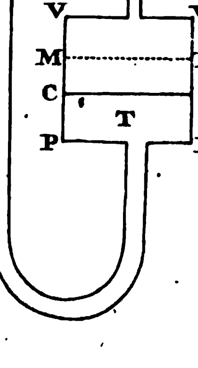
On trouvera pour le grand chaud, en faisant $g = 33$ & $f = 2$, $x = l \times \overline{14 + \frac{573}{575}} = l \times \overline{15 - \frac{12}{575}}$.

Dans le chaud moyen où $g = 65$, & $f = 4$, il viendra $x = l \times \overline{14 + \frac{1162}{1633}}$.

Ainsi pour avoir dans le Barometre double dont il s'agit, la quantité de lignes de Mercure, dont le poids de l'Athmosphere est diminué ou augmenté, il n'y a qu'à multiplier la quantité des lignes de diminution ou d'augmentation que donne la liqueur par 319, & diviser le produit par 4608 dans le grand froid. Pour le grand chaud, il faut multiplier par 575, & diviser par 8623. Dans ce dernier cas on peut, sans aucune multiplication, diviser seulement par 15, l'erreur n'étant par ligne de

Fig. 3.





de Mercure que de $\frac{1}{41}$ de ligne d'Esprit de vin; de sorte que si la différence entre la plus petite pesanteur & la plus grande n'étoit que de 24 lignes de Mercure, l'erreur totale ne seroit que d'une demi ligne d'Esprit de vin, ce qui ne donne que $\frac{1}{30}$ de ligne de Mercure. Pour le grand froid, on peut aussi sans aucune erreur sensible multiplier par 2 au lieu de 319, & diviser par 29 au lieu de 4608; l'erreur totale n'ira pas à deux lignes d'Esprit de vin, ce qui donne moins de $\frac{1}{7}$ de ligne de Mercure.



REMARQUES SUR LES POLYGONES REGULIERS INSCRITS ET CIRCONSCIRITS.

Par M. DU FAY. †

THEOREME I.

* *La différence de deux Polygones semblables* (PFHZ *&* EGBT) *l'un inscrit & l'autre circonscrit au Cercle* (TBGE) *est égale à un Polygone semblable inscrit au Cercle* (KFRH) *dont le diametre* (FH) *est égal au côté du Polygone* (PH) *circonscrit, ou circonscrit au Cercle* (LN) *qui a pour diametre une ligne égale au côté* (EG) *du Polygone inscrit.*

ON inscrira & on circonscrira à un Cercle deux Polygones semblables, & on les disposera de façon, que les Angles de l'inscrit touchent le milieu des côtés du circonscrit. On tirera la ligne *AF* du centre qui partagera *EG* en deux également. Sur un des côtés *FH*, comme diametre, on décrira un Cercle, dans lequel on inscrira un Polygone semblable, dont on appliquera un des

† 6 Dec. 1727. * Fig. 1.

des côtés ſur la ligne *AF.* Je dis que ce petit Polygone eſt égal à la différence du Polygone circonſcrit au Polygone inſcrit.

DEMONSTRATION.

La différence du Polygone inſcrit au circonſcrit étant égale à la ſomme des Triangles *EFG*, *GHB*, &c. & le petit Polygone qui doit être égal à cette différence, étant compoſé d'un pareil nombre de Triangles égaux à *KGF*, il s'agit ſeulement de prouver que *KGF* eſt égal à *GFE*. Le Triangle *GFL* leur eſt commun, *EL* eſt égal à *LG* par la conſtruction, *KG* eſt égal à *EF*, puiſque *KG* eſt un rayon du Cercle, & que *EF* eſt moitié de *PF*, ou de *FH*, diametre de ce même Cercle ; les Angles *KLG* & *ELF* ſont droits ; donc le Triangle *ELF* eſt égal au Triangle *KLG*; donc le Polygone entier *FKMSR* eſt égal à la différence du Polygone inſcrit au circonſcrit.

On voit que ce Polygone qui exprime la différence, eſt égal à celui qui ſeroit circonſcrit au Cercle, dont le diametre ſeroit un des côtés du Polygone inſcrit; car chacun des Triangles qui le compoſent, a pour hauteur *GL*, qui eſt un rayon de ce Cercle, & moitié du côté du Polygone inſcrit. On tire de cette ſeconde partie du Théoreme le Corollaire ſuivant, qui eſt une propoſition déja connue, mais qui ſervira dans la ſuite.

Co-

COROLLAIRE I.

Les Cercles inſcrits & circonſcrits aux Polygones réguliers ſont entre eux comme les Polygones ſemblables inſcrits & circonſcrits au Cercle, puiſqu'ils peuvent être regardés comme ayant pour diametres les côtés des Polygones alternativement inſcrits & circonſcrits au Cercle; ainſi le Cercle circonſcrit au Quarré, eſt au Cercle inſcrit, comme le Quarré circonſcrit au Cercle, eſt au Quarré inſcrit; & ainſi des autres.

COROLLAIRE II.

* Il ſuit de-là que ſi deux Cercles ſont, l'un inſcrit, & l'autre circonſcrit à un Polygone régulier, le Cercle qui aura pour diametre l'un des côtés de ce Polygone, ſera égal à la différence des deux Cercles, c'eſt-à-dire, à la couronne compriſe entre deux.

COROLLAIRE III.

Si au lieu de deux Cercles, l'un inſcrit, & l'autre circonſcrit, ce ſont des Polygones ſemblables entre eux, mais différens de celui du milieu, ils feront en même rapport que les Cercles, & ſeront auſſi renfermés dans la même propoſition générale : c'eſt-à-dire, que ſi deux Octogones ſont, l'un inſcrit, & l'autre circonſcrit au Quarré, l'Octogone inſcrit au Cer-

* Fig. 2.

Cercle, qui aura pour diametre l'un des côtés du Quarré, sera égal à la différence des deux Octogones, ou à l'espece d'Anneau angulaire * *ABCD*.

Il faut remarquer qu'alors les Polygones inscrits & circonscrits à un autre Polygone, sont entre eux en même rapport que le Polygone du milieu considéré comme inscrit au Cercle, seroit à un Polygone semblable circonscrit au même Cercle; car puisque les Cercles inscrits & circonscrits aux Polygones sont entre eux comme des Polygones semblables inscrits & circonscrits au Cercle, il est évident que les Polygones inscrits & circonscrits à un autre, sont aussi en même rapport, puisqu'ils peuvent être considérés comme inscrits à ces mêmes Cercles.

COROLLAIRE IV.

Dans les Polygones pairs, si l'on tire des lignes *AB*, *CD*; *AE*, *FD*, &c. par l'extrémité de tous les côtés paralleles *AC*, *BD*, *AF*, *ED*, &c. du Polygone inscrit, ces lignes formeront par leur intersection un Polygone semblable † (*HIKL*) égal à la différence, puisqu'il sera renfermé entre les mêmes paralleles que celui qui auroit pour hauteur l'un des côtés du Polygone inscrit qu'on a vû lui être égal par le Théoreme.

Dans les Polygones impairs, il faut tirer une perpendiculaire sur l'une des extrémités de chaque côté du Polygone inscrit, & ces lignes formeront de même un Polygone semblable & égal

* Fig. 3. † Fig. 4.

égal à la différence ; la démonstration est la même. On remarquera seulement, que comme dans le Triangle la différence est plus grande que le Triangle inscrit, ces lignes ne se rencontrent point au dedans de l'inscrit comme dans les autres Polygones, mais forment par leur prolongation des deux côtés, un Triangle plus grand que l'inscrit, & moindre que le circonscrit, comme on le voit *Fig.* 5.

Dans le Quarré les lignes tirées par l'extrémité des côtés paralleles du Quarré inscrit, reforment ce même Quarré, parce que le Quarré circonscrit est double de l'inscrit, & que par conséquent la différence est égale au Quarré inscrit.

COROLLAIRE V.

Dans les Polygones impairs, le Trapeze *BMNH* est égal au Triangle *GMN*, car on a vû que *GMS* est égal à *GBH*; or *GMN* est moitié de *GBH*, dont le Trapeze qui en est l'autre moitié, est égal à *GDH*.*

On peut aussi trouver dans les Polygones pairs un Trapeze semblable, si l'on dispose le Polygone qui exprime la différence, en sorte que le côté du circonscrit coupe deux de ses côtés à Angles droits.

On peut déduire du 3ᵉ Corollaire le Problême suivant.

PRO-

* Fig. 1.

PROBLEME.

Décrire deux Polygones semblables, qui soient en même rapport qu'un autre Polygone quelconque circonscrit, à un semblable inscrit, & dont la différence soit exprimée par un Polygone semblable au premier.

* Si l'on veut avoir deux Triangles (*ABC*, *DEF*) qui soient l'un à l'autre comme 4 à 3, ou comme l'Hexagone circonscrit à l'Hexagone inscrit; on inscrira & circonscrira à l'Hexagone deux Cercles, & à chacun de ces Cercles on inscrira un Triangle; ces deux Triangles seront dans le rapport que l'on demande. Si on veut avoir un Triangle qui en exprime la différence, on l'inscrira dans un Cercle qui aura pour diametre l'un des côtés (*HB*) de l'Hexagone.

DEMONSTRATION.

On a vû par le premier Corollaire, que les Cercles inscrits & circonscrits à un Polygone, sont entre eux comme ce Polygone inscrit au Cercle, est au circonscrit, & qu'alors le Cercle décrit sur l'un des côtés de ce Polygone comme diametre est égal à la différence; il est évident qu'il en est de même des Polygones semblables qui sont par la construction inscrits à ces mêmes Cercles.

Cette proposition est vraye dans tous les cas; car

* Fig. 6.

car si le Polygone auquel les deux autres sont, l'un inscrit, & l'autre circonscrit, est d'un moindre nombre de côtés, & que ce nombre soit une partie aliquote du nombre des côtés des deux autres, il n'y a nulle difficulté à les inscrire, ni à les circonscrire au Polygone du milieu, puisqu'alors pour circonscrire le Polygone du plus grand nombre de côtés à celui qui en a moins, il n'y a qu'à les circonscrire au même cercle; ainsi l'Hexagone circonscrit au Triangle, est circonscrit au même Cercle que le Triangle. Mais si le Polygone du milieu a un plus grand nombre de côtés, ou que l'un de ces nombres ne soit pas un multiple de l'autre, on ne pourra pas les inscrire régulierement: ils n'en seront cependant pas moins renfermés dans la proposition générale, car il faudra toûjours les inscrire aux Cercles qui seront, l'un inscrit & l'autre circonscrit à ce Polygone, & considérer alors le plus grand, comme s'il étoit effectivement circonscrit au Polygone du plus grand nombre de côtés, comme on le voit dans l'exemple que nous avons pris des deux Triangles, dont j'ai considéré le plus grand (*ABC*) comme circonscrit à l'Hexagone, parce qu'il est inscrit au Cercle qui est circonscrit à l'Hexagone.

Si l'on circonscrivoit réellement un Triangle à l'Hexagone, c'est-à-dire, au Cercle dans lequel l'Hexagone est inscrit, on auroit de nouveaux rapports qu'il est aisé de découvrir; ainsi dans cet exemple, le rapport du Triangle *KLM* au Triangle *DEF*, est composé du rapport du Triangle circonscrit à l'inscrit, & du rapport de l'Hexagone circonscrit à l'Hexagone inscrit,

c'est-

c'est-à-dire, du rapport de 4 à 1 & de celui de 4 à 3, donc ils sont entre eux comme 16 à 3, & ainsi des autres.

THEOREME II.

*Soit un Polygone régulier inscrit au Cercle, soient tirées des lignes du centre à tous les Angles, & sur le milieu des côtés de ce Polygone; si l'on prend la moitié * (BC) d'un des côtés du Polygone, que de ce point C on abaisse une perpendiculaire sur la ligne AD, au point D, que de ce point on en abaisse une autre sur la ligne AE, du point E une autre sur la ligne AF, & ainsi de suite jusqu'à la derniere, qui sera abaissée sur la ligne AB, on aura une espece de Polygone spiral, dont le nombre des côtés sera double plus un du nombre de ceux du Polygone régulier, & dont la valeur sera exprimée par cette formule:*

$$s = \frac{a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}bb + a^{n-4}b^3}{a^{n-2}}, \&c.$$

DEMONSTRATION.

On peut considérer cette figure comme formée par autant de Polygones moins un qu'elle a de côtés, & chacun de ses côtés comme étant moitié de celui de chacun de ces Polygones pris successivement, en commençant par le plus grand, car la ligne *CD*, perpendiculaire à la ligne *AB*, est moitié du côté

* Fig. 7.

té d'un Polygone semblable inscrit au premier, & ainsi des autres : par conséquent le Triangle ABC est au Triangle ACD, comme le Polygone circonscrit dont il fait partie est au Polygone inscrit ; il est clair que le même rapport regne dans tous les autres Triangles, ainsi on aura une Progression géométrique continue, dont le nombre des termes sera égal à celui des Triangles, c'est-à-dire, à deux fois le nombre des côtés du Polygone régulier, & le rapport sera celui du Polygone circonscrit au Polygone inscrit.

Soit le premier Triangle $= a$, le second $= b$, le troisieme sera $\frac{bb}{a}$ le quatrieme $\frac{b^3}{aa}$, &c. & le Polygone spiral, ou la somme de tous les Triangles sera égale à $a + b + \frac{bb}{a} + \frac{b^3}{aa}$, &c. Ainsi mettant n pour le nombre des côtés, & réduisant les fractions à même dénomination, on aura

$$f = \frac{a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}bb + a^{n-4}b^3}{a^{n-2}}, \&c.$$

On peut aussi se servir de la formule suivante, dont le nombre des termes est fini.

$$f = \frac{a^n - b^n}{a^{n-1} - a^{n-2}b}.$$

DEMONSTRATION.

Le premier terme de la progression étant a, le

le second b, le troisieme $\frac{bb}{a}$, le dernier sera $\frac{b^{n-1}}{a^{n-2}}$, la somme des antécédens sera $s - \frac{b^{n-1}}{a^{n-2}}$, la somme des conséquens sera $s-a$, donc on a cette proportion $s-\frac{b^{n-1}}{a^{n-2}}$. $s-a::a.b.$ d'où l'on tire $bs-\frac{b^{n-1}}{a^{n-2}}=sa-aa$, & ôtant la fraction: $a^{n-2}bs-b^{n-1}=sa^{n-1}-a^{n}$. faisant passer s dans un membre, $sa^{n-1}-a^{n-2}bs=a^{n}-b^{n}$, enfin dégageant s,

$$s=\frac{a^{n}-b^{n}}{a^{n-1}-a^{n-2}b}.$$

COROLLAIRE I.

* Ayant décrit le Polygone spiral *ABFH*, &c. si l'on porte sur *AC* la longueur de la ligne *CB* au point *D*, sur *CB* la longueur de la ligne *CF* au point *E*, sur *CE* la longueur *CH* au point *G*, & ainsi de suite, & qu'on tire les côtés *DE*, *EG*, *GK*, &c. paralleles aux côtés correspondans du Polygone spiral, on en décrira un semblable, qui sera au premier, comme le Polygone régulier inscrit,

* Fig. 2.

ſcrit, que j'appellerai *Générateur*, eſt au Polygone ſemblable circonſcrit.

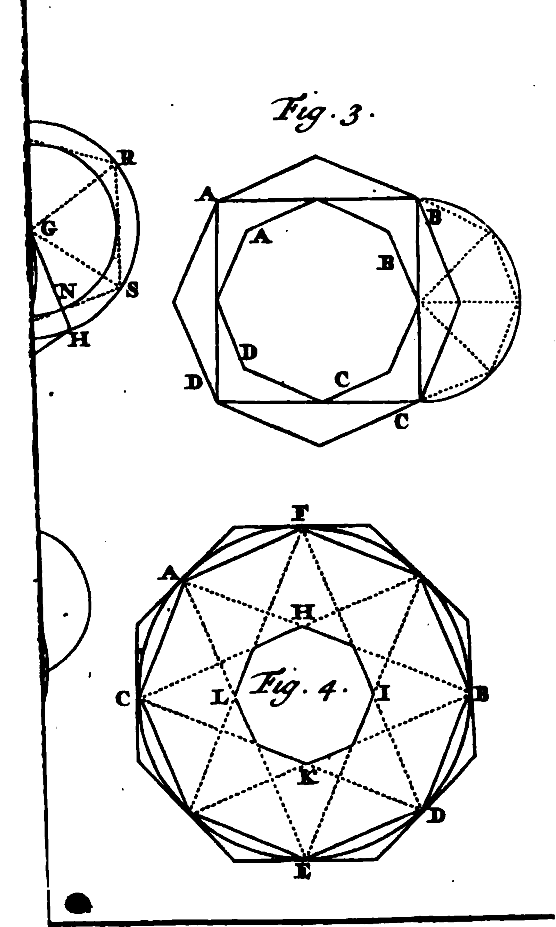
DEMONSTRATION.

Le Polygone ſpiral intérieur eſt au Polygone ſpiral extérieur, comme le Triangle *CDE*, eſt au Triangle *CAB*; or le Triangle *CDE* eſt égal au Triangle *CBF*, puiſqu'ils ont chacun un Angle droit, & que par la conſtruction *CD* eſt égal à *CB*, & *CE* eſt égal à *CF*; il eſt évident que *CAB* eſt à *CBF*, comme le Polygone générateur circonſcrit, eſt au Polygone ſemblable inſcrit; donc *CDE* eſt à *CAB*, comme le Polygone régulier inſcrit eſt au circonſcrit; donc les Polygones ſpiraux ſont entre eux comme les Polygones générateurs, & le crochet *AD*, *BE*, *FG*, &c. en exprime la différence.

COROLLAIRE II.

Il ſuit de là, que dans les Polygones réguliers, dont le rapport du circonſcrit eſt exprimé par des nombres poſſibles, on aura la valeur du crochet: ainſi dans le Triangle, le crochet eſt quadruple du Polygone ſpiral intérieur; dans le Quarré, il lui eſt égal; dans l'Hexagone, il lui eſt comme 4 à 3, &c.

ME-


Fig. 3.
R
G
S
N
H
A
B
A
B
D
C
D
C
F
A
H
C
L
Fig. 4.
I
B
K
D
E

MEMOIRE
SUR
LES DENTS ET AUTRES OSSEMENS DE L'ELEPHANT, TROUVÉS DANS TERRE.

Par M. le Chevalier HANS SLOANE.

C'EST une chose très-remarquable, que parmi cette grande variété de corps hétérogenes, qu'on trouve dans la terre, souvent à des profondeurs si considérables qu'il est absolument impossible qu'ils eussent pû s'y former & y croître, il y ait beaucoup moins de productions de la terre que de la mer. On observe même, que parmi celles qui ne peuvent qu'avoir été originaires de la terre, le nombre des Végétaux excede celui des Animaux terrestres & de leurs parties. Néanmoins l'Histoire des siécles les plus reculés, & les relations particulieres de divers Auteurs, tant anciens que modernes, nous apprennent que de tout tems, & presque dans toutes les parties du monde, on a trouvé sous terre des Dents, des Ossemens, & même quelquefois des Squeletes entiers. Et il ne doit pas paroître surprenant, que

que ceux qui étoient remarquables pour leur figure, & plus encore pour leur grandeur extraordinaire, ayent aussi par-là même mérité une attention plus particuliere. En Irlande, par exemple, on a trouvé sous terre le Bois, les Ossemens, & des Squeletes presque entiers d'une très grande espece de Cerf, qu'on prend communément pour le *Mouse Deer*, comme les Anglois l'appellent, Cerf d'une grandeur extraordinaire, & dont l'espece, à ce qu'on prétend, subsiste encore dans quelques parties du Continent de l'Amerique. Mais de tous les animaux terrestres, dont on trouve les os ou les dépouilles sous terre, je me bornerai dans ce Mémoire à l'Eléphant seul, & je me contenterai de parler des *Dentes exerti*, ou des Dents d'Yvoire, des Dents molaires, & d'autres Ossemens fossiles de cet animal.

Je commencerai par quelques morceaux assés curieux & singuliers, que j'ai dans mon propre Cabinet, & je passerai ensuite à ceux dont il est parlé dans divers Auteurs, qui sont venus à ma connoissance.

N°. 116 (de mon Cabinet) est une Dent longue (*Dens exertus*,) ou Défense, pour me servir de ce terme, d'un Eléphant. Elle fut trouvée à douze pieds sous terre dans une Carriere de gravier au bout de *Graysinnlane*, au Nord-Ouest de la ville de Londres. M. Conyers, fameux Apothicaire, il y a environ quarante ans, & qui se plaisoit beaucoup à ramasser toutes sortes de curiosités, eut soin de la conserver, en attachant de petits rubans, & des buscs de Baleine autour de ce qui en étoit resté entier. Comme la plus grande partie étoit tombée en mor-

morceaux, on ne sauroit déterminer rien de précis par rapport à sa longueur. * La piece la plus remarquable, & aussi la plus entiere, a 5 pouces & $\frac{8}{10}$ de long, & 9 pouces $\frac{6}{10}$ de circonférence, ce qui donne un peu plus de 3 pouces de diametre. Cette piece forma la base de la Dent, je veux dire cette partie par laquelle la Dent est articulée dans la tête de l'Eléphant. Ceci est évident, par une cavité en forme de cone, qui se trouve communément dans la base des Dents d'Yvoire, & qui dans celle-ci est remplie du sable graveleux de la Carriere d'où elle fut tirée.

L'état où l'on trouva cette Dent, me donne occasion de faire les deux remarques suivantes.

En premier lieu, son extrême fragilité, la facilité avec laquelle elle tomboit en pieces presqu'au simple toucher, j'ajoûterai encore une qualité astringente lorsqu'on l'approche de la langue, montrent combien les vapeurs souterraines sont capables de calciner des substances de cette nature. Plusieurs autres exemples confirment cette observation. Le grand Squelete d'un prétendu Géant, qu'on trouva proche de *Drapani* en Sicile, & dont *Boccace*, dans sa Généalogie des Dieux, nous a laissé une relation assés ample; ce remarquable Squelete éléphantin, qui fut tiré d'une Carriere proche de *Tonna* en Thuringe, & pour la description duquel nous sommes obligés au célébre M. *Tenzelius*; enfin deux autres Dents d'Eléphant, l'une longue, l'autre molaire, qui furent trouvées dans le Comté de Northampton, & dont je parlerai plus

* Fig. 2.

plus au long ci-après, avoient tous subi le même changement. Il ne s'ensuit pourtant pas de-là, que toutes les Dents ou tout Yvoire, qu'on trouve fossiles, soient calcinés de cette maniere; il y en a au contraire qui ont acquis dans les entrailles de la terre une dureté suffisante pour prendre une fine *politure*. *Thomas Bartholin*, entre autres, parle d'une Dent fossile qui lui fut envoyée d'Islande, & qui se trouva tout-à-fait changée en caillou.

Elle peut servir, en second lieu, pour montrer que la structure de ces sortes de Dents, & conséquemment de l'Yvoire en général, est une composition de différentes couches, lames ou membranes qui s'enveloppent entre elles, & sont arrangées les unes sur les autres, à peu près comme les peaux d'un Oignon, ou les cercles annuels qu'on observe dans les troncs des Arbres, en les coupant horizontalement. * En effet, ces différentes couches paroissent visiblement dans la plus grande piece de la Dent en question; cette piece, comme j'ai remarqué ci-dessus, formoit la base de la Dent, & on y peut compter jusqu'à neuf couches, dont quelques-unes ont plus d'une ligne d'épaisseur. † Vers le bout de la Dent, où elle se termine en pointe, ces différentes couches aussi se réunissoient dans trois ou quatre principales, & d'une épaisseur assés considérable. Avec un peu de soin, toutes ces couches pourroient se diviser dans un nombre beaucoup plus grand de couches plus minces, dont quelques-unes ne passeroient pas peut-être l'épaisseur du parchemin.

* Fig. 1. † Fig. 2.

min. D'ailleurs, la maniere même dont cette Dent tomba en pieces, est une preuve assés évidente de sa structure, les morceaux étant concaves par dedans, & convexes par dehors, mais de telle maniere, que les arcs de convexité & de concavité sont de véritables fragmens des cercles concentriques que ces couches formoient lorsqu'elles étoient entieres. Le savant *Thomas Bartholin* nous apprend dans son Traité *de la Licorne* [a], qu'une partie de la Licorne fossile ayant été calcinée par ordre de *Chrétien IV*, Roi de Dannemarck, on la trouva pareillement composée de couches fort minces, qui se couvroient l'une l'autre. Il conclut de-là, avec beaucoup de raison, que la Licorne n'étoit pas, comme on prétendoit, la Corne d'un Animal, mais bien la Dent; & peu de tems après il eut une excellente occasion de vérifier cette conjecture, quand *Thorlacus Scutonius*, Evêque d'Islande, envoya au fameux *Vormius* la Tête d'une espece singuliere de Baleine des Mers du Nord, appellée *Narvbal*, où une de ces Dents, qui ressembloit si bien à la Licorne fossile qu'on ne pouvoit douter que l'une & l'autre ne fussent la même chose, étoit actuellement jointe au Crâne. Cependant on ne sauroit regarder cette structure comme un effet de la calcination, soit par les vapeurs soûterraines, soit par une opération chimique: une coupe horizontale d'une Dent d'Eléphant (No. 1181 de mon Cabinet) montre qu'elle est naturelle à l'Yvoire; mais cela paroît encore plus évi-

a *De Unicornu observationes novæ*, p. 102.

évidemment par une autre piece (marquée 731) où ces couches, par quelque maladie particuliere, se trouvent actuellement séparées les unes des autres, & ressemblent à des feuilles de parchemin, tandis que l'autre bout de la même piece est un morceau d'Yvoire uni & sain. Les Dents d'un jeune Eléphant, qui mourut dans ce Païs-ci il y a quelque tems, prouvent la même chose; la couche extérieure, qui étoit un peu humide, s'étant cassée en divers endroits, à mesure que les Dents se séchoient, & s'étant ensuite détachée vers le bout.

* N°. 750 (de mon Cabinet) est partie d'une autre Dent d'Eléphant; elle me fut envoyée du Comté de Northampton, par le Révérend M. *Morton*, qui dans son Histoire naturelle de ce Comté † en donne la description suivante: „ En creusant, dit-il, il y a
„ quelque tems, dans *Bowdon parva* champ,
„ on trouva une Dent d'Eléphant fort extra-
„ ordinaire; c'étoit une de celles qui sortent
„ de la Mâchoire supérieure de cet animal,
„ & qui, à cause de leur grandeur & de leur
„ longueur, ont été prises par quelques Ecri-
„ vains pour des Cornes. Il y avoit jusqu'à
„ sa couleur naturelle, qui s'étoit conservée
„ en quelque maniere: mais elle étoit deve-
„ nue fort fragile, pour avoir été long-tems
„ sous terre; des ouvriers, en la tirant de-
„ hors, l'avoient cassée en trois ou quatre
„ morceaux, dont deux des plus grands,
„ ayant

* Fig. 5.
† *Natural history of Northampton-shire*, p. 252.

„ ayant été heureusement venus entre les
„ mains de M. *Haldford*, il eut la bonté de
„ m'en faire présent. Le plus grand de ces
„ morceaux avoit un peu plus d'une aulne
„ d'Angleterre de long, & le plus petit à
„ peu près deux pieds. A en juger par ce
„ qui étoit resté, la Dent entiere ne pouvoit
„ pas avoir eu moins de six pieds de longueur.
„ La partie la plus épaisse du plus grand mor-
„ ceau dans ma possession avoit seize pouces
„ de tour. On trouva la Dent à plus de cinq
„ pieds sous terre, & les *strata*, ou couches,
„ depuis la surface de la terre jusqu'à l'en-
„ droit où elle fut trouvée, étoient disposés
„ de la maniere suivante. 1. Treize ou qua-
„ torze pouces de terre noire labourable.
„ 2. Un pied & demi de terre grasse. 3. Deux
pieds & demi de grands cailloux avec un
petit mêlange de terre. 4. Argile bleuâtre,
dans la partie supérieure de laquelle la Dent
fut trouvée ". Jusques-là la description de
e M. *Morton*. J'ajoûterai seulement, que le
iorceau qui est entre mes mains, a des mar-
ues fort visibles, non seulement de la cal-
nation que la Dent avoit subie sous terre,
ais encore de sa structure S. S. S. ou par
ouches, telle que je l'ai décrite ci-dessus.

* No. 1185, est le *Dens exertus*, Dent
ngue, ou Dent d'Yvoire d'un Eléphant,
marquable pour sa grandeur, & pour s'être
bien conservée. Elle fut trouvée sous terre
Sibérie. M. *Bell*, habile Chirurgien, l'ap-
rta de de-là, & me la donna. Il l'avoit eue
en

* Fig. 6.

en present de la femme du Gouverneur Général de la Siberie, qu'il avoit guerie en passant par le païs avec la Caravane qui alloit de Moscou à la Chine. Elle est fort entiere, d'une couleur approchante du brun, & on y remarque fort distinctement la cavité en forme de Cone, qui se trouve ordinairement à la base de ces sortes de Dents, comme aussi à celle de la Licorne. D'ailleurs, on n'a qu'à la regarder, pour être convaincu que c'est une Dent d'Eléphant. Par dehors, depuis la base *B* par *c* jusqu'au bout *E*, elle a 5 pieds 7 pouces de long, & 4 pieds 10 pouces par dedans en *AdE*. Le bord intérieur de la base *A* est éloigné de l'extrémité *E* de 3 pieds 10 pouces & ½ en ligne droite. Tout proche de la base, dans l'endroit le plus épais, elle a 1 pied 6 pouces de circonférence, & 6 pouces de diametre. Elle pese 42 livres, poids d'Angleterre, à 16 onces la livre.

On trouve beaucoup de ces Dents, & d'autres ossemens de ce même animal, c'est-à-dire de l'Eléphant, en divers endroits de la Sibérie; & il se fait même un assés gros commerce avec les Dents qu'on vend pour de l'Yvoire par toute la Russie. *Henri Guillaume Ludolf* dans l'Appendice à sa Grammaire Russienne, imprimée à Oxford, en fait mention *parmi les Minéraux de la Russie, sous le nom de *Mammotoroikost*, & il rapporte que, selon l'opinion de la plûpart des Russiens, ce sont les Dents & les ossemens d'un Animal qui

* *Pag.* 92.

qui vit sous terre, & qui surpasse de beaucoup en grandeur tous ceux qui vivent sur terre. Les Médecins s'en servent au lieu de la Licorne, & dans les mêmes maladies; & M. *Ludolf* ayant eu une piece en présent d'un de ses amis, qui disoit l'avoir reçûe d'un Russien, homme de qualité, retourné depuis peu de la Sibérie, il trouva que c'étoit du véritable Yvoire: il ajoûte pourtant que ceux parmi les Russiens, qui ont plus de sens, soûtiennent que ce sont des Dents d'Eléphant, apportées dans ce païs, & laissées là par les eaux du tems du Déluge Universel.

Everardt Ysbrants Ides, que le feu Czar envoya en Ambassade à la Cour de la Chine, donne une description si ample & si circonstanciée de ces Dents, & d'autres ossemens fossiles de cet animal qu'on trouve en Sibérie, que j'ai cru devoir la transcrire toute entiere, telle qu'elle se trouve dans la Relation de son Voyage de Moscou à la Chine *: „ C'est „ dans les Montagnes, dit-il, qui sont au „ Nord-Est de cette Riviere, la *Keta*, qui „ arrose *Makofskoi*, & va ensuite se perdre dans „ l'*Oby*, qu'on trouve les Dents & les os des „ *Mammuts*. On en trouve aussi sur les riva„ ges du Fleuve *Jenizea*, des Rivieres de „ *Trugan*, *Mangasea*, *Lena*, aux environs de „ la ville de *Jakutskoy*, & jusqu'à la Mer Gla„ ciale. Toutes ces Rivieres passent au tra„ vers des Montagnes dont nous venons de „ parler; & dans le tems du dégel elles ont „ un cours de glace si impétueux, qu'elles

„ ar-

* *Recueil des Voyages au Nord*, tome 8. p. 48.

„ arrachent les Montagnes, & roulent avec
„ leurs eaux des pieces de terre d'une grof-
„ feur prodigieufe, ce qui découvre au milieu
„ de ces Montagnes les Dents de *Mammut*,
„ & quelquefois des *Mammuts* tout entiers.
„ Un Voyageur, qui venoit avec moi à la
„ Chine, & qui alloit tous les ans à la recher-
„ che des Dents de *Mammuts*, m'affûra qu'il
„ avoit trouvé une fois dans une piece de ter-
„ re gelée la Tête entiere d'un de ces ani-
„ maux, dont la chair étoit corrompue; que
„ les Dents fortoient hors du mufeau, droi-
„ tes comme celles d'un Eléphant, & que
„ lui & fes compagnons eurent beaucoup de
„ peine à les arracher, auffi bien que quel-
„ ques os de la tête, & entre autres celui
„ du cou, lequel étoit encore comme teint
„ de fang; qu'enfin ayant cherché plus avant
„ dans la même piece, il y trouva un pied
„ gelé d'une groffeur monftrueufe, qu'il por-
„ ta à la ville *Trugan*: ce pied avoit, à ce que
„ ce Voyageur me dit, autant de circonfé-
„ rence qu'un homme d'une taille médiocre
„ au milieu du corps. Les gens du païs, *con-*
„ *tinue M. Ides*, ont diverfes opinions au fu-
„ jet de ces Animaux. Les Idolâtres, com-
„ me les *Jakutes*, les *Tunguses*, & les *Oftia-*
„ *kes*, difent que les *Mammuts* à caufe du
„ grand froid, fe tiennent dans des foûter-
„ rains fort fpacieux, dont ils ne fortent ja-
„ mais, qu'ils peuvent aller çà & là dans ces
„ foûterrains; mais que lorfqu'ils paffent dans
„ un lieu, le deffus de la caverne s'éleve,
„ & s'abîmant enfuite, forme dans cet en-
„ droit un précipice profond, ainfi que ces

„ Sau-

„ Sauvages assûrent l'avoir vû souvent. Ils „ sont aussi persuadés qu'un *Mammut* meurt „ aussi-tôt qu'il voit ou qu'il respire l'air du „ jour, & ils soûtiennent que c'est ainsi que „ périssent ceux qu'on trouve morts sur les „ rivages des Rivieres voisines de leurs soû- „ terrains, où ces animaux s'avancent quel- „ quefois inconsidérément. Telles sont les „ fictions de ce peuple, qui au reste n'a ja- „ mais vû de *Mammuts*. Les vieux Russes de „ Sibérie disent & croyent que les *Mammuts* „ ne sont autre chose que des Eléphans, „ quoique les Dents qu'on trouve, soient un „ peu plus recourbées, & un peu plus ser- „ rées dans la mâchoire, que celles de ces „ derniers animaux. Voici quels sont là- „ dessus leurs raisonnemens: Avant le Dé- „ luge, disent-ils, leur païs étoit fort chaud; „ il y avoit quantité d'Eléphans, lesquels „ ayant été noyés comme toutes les autres „ créatures, floterent sur les eaux jusqu'à „ l'écoulement, s'enterrerent ensuite dans „ le limon. Le climat étant devenu froid „ après cette grande révolution, le limon „ gela, & avec lui les corps d'Eléphans, „ lesquels se conservent ainsi sans corruption „ jusqu'à ce que le dégel les découvre. Cet- „ te opinion n'a rien d'absurde, si l'on en ex- „ cepte le changement du climat, puisqu'il „ peut fort bien être arrivé que les eaux du „ Déluge qui couvroient tout l'Univers, „ ayent transporté dans ce païs des corps „ d'Eléphans, qui s'y sont ensuite congelés „ avec la terre. Quoi qu'il en soit, il est cer-

„ tain

„ tain qu'on trouve en Eté des Dents de *Mammuts*, dans les endroits que j'ai nommés. „ Il y en a qui sont noires & cassées, vraisemblablement pour avoir resté sur les rivages exposées à l'air pendant tout l'Eté: „ celle-ci ne servent à aucun usage; mais les „ belles valent autant que l'Yvoire, & on les „ transporte en Moscovie, où l'on en fait „ des peignes, & d'autres ouvrages fort estimés. Le Voyageur dont j'ai parlé plus „ haut, me dit qu'il avoit autrefois trouvé „ dans une tête, deux Dents pesant ensemble 12 livres de Russie, qui font environ „ 400 livres d'Allemagne. Le *Mammut* à qui „ ces Dents ont appartenu, devoit avoir été „ d'une grosseur extraordinaire; car les Dents „ qu'on trouve communément sont beaucoup moindres que celles dont nous venons de parler. Au reste, de toutes les personnes à qui je parlai des *Mammuts*, aucune ne put m'assûrer d'en avoir vû en vie, „ ni m'apprendre de quelle figure ils sont „ faits. ". Jusqu'ici c'est la description de M. *Ides*. Je n'ai qu'une remarque à faire là-dessus, qui est que ce qu'il rapporte des Dents noires & cassées, pourroit servir de Commentaire sur le passage suivant de Pline: * *Theophrastus autor est, & Ebur fossile candido & nigro colore inveniri, & ossa è terrâ nasci, invenirique lapides osseos.*

Laurence Lang, dans le Journal de son voyage à la Chine, où il fut envoyé par le feu Czar dans l'année 1715, fait pareillement mien-

* *Hist. Nat. lib.* 36. c. 18.

nention de ces os *, & dit qu'on les trouve aux environs de la Riviere *Jenisei* & proche de *Mangasea*, le long des rivages & dans les creux que laissent dans les montagnes des grands morceaux de terre, que le cours impétueux des Rivieres emporte dans le tems du dégel. Il les appelle *os de Maman*, & rapporte deux autres opinions des habitans du païs là-dessus. Les uns prétendent, à ce qu'il dit, que ce ne sont pas des véritables Dents, ou os, mais bien une espece de Corne fossile qui a cru dans la terre : d'autres au contraire soûtiennent que ce sont les os du *Behemoth*, & que la description que Job nous a laissée de cet animal dans le quarantieme chapitre, s'accorde parfaitement bien avec leur *Maman*, & que sur-tout un prétendu passage, où il est dit *que le* Behemoth *est attrapé par ses propres yeux*, a beaucoup de rapport à la tradition commune des habitans idolâtres de la Sibérie, que le *Maman* ou *Mammut* meurt aussi-tôt qu'il voit la lumiere du jour. M. *Lang* ajoûte sur le rapport, à ce qu'il dit, de gens dignes de foi, qu'on a trouvé quelquefois de ces Dents, des os de la Mâchoire & des Côtes, où il y avoit encore du sang & de la chair toute fraiche. *Jean Bernard Muller*, dans sa Relation des mœurs & des usages des *Ostiakes* †, confirme cette observation, & nous assûre positivement qu'on a remarqué que ces Cor-
„ nes (comme il les appelle) étoient san-
„ glan-

* *Etat present de la Russie, vol. 2. p. 14. de l'Edition Angloise.*

† *Ibid. p. 52. &c. Recueil des Voyages au Nord, tome 8. p. 284.*

„ glantes, lorſqu'on les caſſoit à la racine
„ où elles ſont creuſes, & que cette cavité
„ étoit remplie d'une matiere ſemblable à du
„ ſang caillé". Le même Auteur, entre autres particularités, rapporte qu'on a ſouvent trouvé avec des Cornes, des Crânes, & des Mâchoires avec les Dents mâchelieres, qui y tenoient encore, le tout d'une prodigieuſe grandeur; qu'il en a vû lui-même avec ſes amis, & qu'il en a trouvé une qui peſoit 20 ou 24 livres & davantage. Il donne auſſi la deſcription de ce *Maman*, ſur le rapport de pluſieurs perſonnes qui l'aſſûroient qu'elles avoient vû de ces animaux dans les cavernes de hautes montagnes au-delà de *Berelkwa*. Mais comme cette deſcription paroît fort fabuleuſe, & que d'ailleurs l'Auteur lui-même n'a pas crû devoir y ajoûter foi, je n'ai pas jugé à propos de l'inſerer ici. Au reſte il nomme *Iakatskoy*, *Bereſowa*, *Mangaſea & Obder*, & en général les parties les plus froides de la Sibérie, parmi les endroits où l'on trouve de ces os de *Maman*, dont les gens du païs font diverſes ſortes d'ouvrages.

L'Auteur de l'Etat préſent de la Ruſſie * remarque que quelques-uns des priſonniers Suédois que le Czar avoit exilés en Sibérie, gagnoient leur vie dans ce païs-là, en faiſant des tabatieres, & d'autres petits ouvrages en yvoire, de ces mêmes Dents; & dans un autre endroit † il en fait mention parmi les marchan-

* *Vol. 1. p. 12. de l'Edition Angloiſe.*
† *Pag. 72.*

chandises de la Sibérie, dont le Czar s'étoit reservé le monopole.

La plûpart des observations que je viens de rapporter sur les os & les Dents du Mamout (au moins les plus essentielles) se confirment par une Lettre de *Basile Tatischou*, Directeur général des Mines de Sibérie, & Conseiller de Sa Majesté Czarienne au Conseil Métallique, écrite au célèbre *Elrick Benzelius*, à présent Evêque de Gotheburg, & imprimée dans les *Acta Litteraria Sueciæ* *, où il fait mention des pieces suivantes, qu'il avoit eues dans sa propre possession: Une grande Corne, comme il l'appelle, qui pesoit 183 livres, & qu'on garde à present à Petersburg dans le Cabinet de Curiosités de Sa Majesté Czarienne, à laquelle il avoit eu l'honneur de la présenter: Une autre grande Corne qu'il avoit présenté à l'Académie Imperiale de Petersburg: Une autre Corne beaucoup plus grande qu'aucune des deux précédentes, & dont l'yvoire étoit d'un fort bon grain & d'une belle blancheur; il avoit fait couper celle-ci en morceaux & l'avoit travaillée lui-même: Une partie du Crâne de l'animal gâtée par le tems, mais qui lui paroissoit être de la grandeur de la tête d'un grand Eléphant; l'os du Crâne étoit fort épais, & avoit une petite excrescence à chaque côté, à l'endroit d'où les Cornes sortent ordinairement; excrescence pourtant qui ne paroissoit pas assés considérable à l'Auteur pour oser affirmer qu'il y eût jamais eu des Cornes attachées; la cavité

* 1725. *Trimestre second.* p. 36.

vité qui contenoit la cervelle étoit fort petite à proportion de la grandeur de la tête; il avoit trouvé en outre un os ſpongieux, long d'un pied & demi, large de trois pouces, & attaché à une partie du Crâne; la figure de cet os étoit telle, que M. *Tatiſchou* jugea qu'il avoit ſervi de baſe à une des Cornes, ce qu'on obſerve auſſi dans d'autres animaux qui portent des Cornes: Enfin une Dent molaire longue de dix pouces, large de ſix. L'Auteur paſſe ſous ſilence pluſieurs des Côtes, les os de la Cuiſſe, les os de la Jambe, & quelques autres os qu'il avoit trouvés de tems en tems. Quant aux cavités que, ſelon le rapport des habitans Payens de la Sibérie, ces animaux font en ſe promenant ſous terre, M. *Tatiſchou* prit beaucoup de ſoin de s'en informer, & il trouva que c'étoient des cavernes formées par des torrens, & des cataractes ſoûterraines qui rongeoient tellement les endroits par où ils paſſent, qu'enfin le terroir qui eſt par-deſſus s'enfonce. Voilà ce que j'ai trouvé de remarquable dans la Lettre de M. *Tatiſchou*. Je ne puis m'empêcher d'ajoûter, que quoique l'Auteur aye laiſſé la queſtion ſur l'origine de ces os indéciſe, ſes obſervations ne laiſſent pas de confirmer l'opinion de ceux qui croyent que ce ſont des os des Eléphans noyés dans un Déluge univerſel, & que ce qu'il appelle des Cornes ſont des Dents d'yvoire. On peut eſperer que cette matiere s'éclaircira encore davantage, après les ordres qu'il a plû à feu Sa Majeſté Czarienne de donner au Gouverneur-général de la Sibérie, de n'épargner ni ſoin, ni dé-

dépense pour trouver un Squelete entier de ce Mamout, & pour l'envoyer à M. *Tatischou*.

J'ajoûterai encore, avant que de passer outre, une observation de Corneille le Brun, tirée de ses voyages par la Russie aux Indes Orientales, où il nous informe qu'on avoit trouvé aux environs de *Veronitz* plusieurs Dents d'Eléphant presque sur la surface de la terre. On étoit en suspens de quelle maniere elles pouvoient être venues là ; mais le Czar conjectura qu'Alexandre le Grand après avoir passé le *Tanais* ou *Don*, s'étoit avancé jusqu'à *Kostinka*, petite ville à huit werstes de Veronitz, ce devoient être probablement les Dents de quelques-uns de ses Eléphans qui avoient péri là : en quoi personne ne s'avisa de le contredire.

N°. 764 de mon Cabinet, est une des Dents molaires d'un Eléphant. Elle fut trouvée pareillement dans le Comté de Northampton, & elle a été si bien décrite par le Reverend M. *Morton* dans son Histoire naturelle de ce Comté, que je ne saurois mieux faire que de traduire sa description. „ Au Nord, dit-il *, „ c'est-à-dire, au Nord de l'endroit où l'on „ avoit trouvé la Dent d'yvoire, dont nous „ avons parlé ci-dessus) à 50 verges ou environ, on trouva aussi une Dent molaire „ d'un Eléphant, peut-être du même à qui „ la Dent d'yvoire avoit appartenu. Toute „ la Dent, au moins toutes les pieces que „ j'en pouvois trouver, (car on l'avoit cassé „ en

* *Natural Hist. of Northamptonshire*, c. 3. *S*. 135. *p*. 252.

„ en trois ou quatre morceaux en la tirant „ dehors,) étant mises ensemble de la ma„ niere qu'elles devoient l'avoir été naturel„ lement, faisoient un composé de treize ou „ quatorze lames paralleles, chacune des„ quelles égaloit la Dent en longueur & pres„ que aussi en épaisseur. Ces lames ne sont „ pas si visibles dans les Dents naturelles, „ entieres & saines d'un Eléphant en vie, é„ tant alors couvertes d'une espece de crou„ te blanche & osseuse, qui s'étoit presque „ entierement consumée dans cette Dent fos„ sile, en sorte que les lames dont elle étoit „ composée devenoient par-là plus exposées „ à la vûe. Elle n'étoit pas pourtant d'une „ égale longueur ou hauteur, mais proche „ du milieu où elle étoit plus longue que „ vers les deux extrémités, elle avoit exacte„ ment sept pouces depuis la base jusqu'à la „ racine. Dans l'endroit le plus épais de la „ racine, qui étoit aussi proche du milieu, „ elle avoit près de trois pouces d'épaisseur; „ sa largeur d'une extrémité à l'autre, étoit „ d'un peu plus de huit pouces, & c'est cet„ te largeur qui renferme tout le rang des „ lames. Au restes ces lames ne sont pas „ immédiatement contiguës, mais il y a une „ autre lame plus mince, d'une couleur plus „ blanche, & d'une contexture moins com„ pacte, entre deux. Trois ou quatre des la„ mes, principalement de celles qui sont à „ une extrémité de la Dent, sont comme „ ondées en haut; celles-ci sont presque aussi „ larges au haut qu'en bas vers la racine de „ la Dent, où elles sont fort émoussées. Les

„ au-

„ autres se terminent insensiblement en pointe, & deviennent plus petites à mesure qu'elles s'approchent de l'autre extrémité: celles-ci sont aussi un peu recourbées les unes sur les autres. Chacune de ces lames se divise vers le haut comme dans une des Dents plus petites, & c'est par-là qu'elles se terminent de côté-là. La Dent que nous venons de décrire, fut trouvée à la profondeur de douze pieds. Les couches depuis la surface jusqu'à l'endroit où l'on la trouva, étoient disposées de la maniere suivante. 1. Seize pouces de terre grasse noirâtre. 2. Cinq pieds de terre sablonneuse avec un mêlange de cailloux. 3. Un pied de sable noir avec un mêlange de petites pierres blanches. 4. Espece de gravier mince & plus sablonneux, un pied. 5. Gravier meilleur, deux pieds. C'est dans cette couche de gravier que l'on trouva la Dent à la profondeur d'un pied & demi. Plus bas il y avoit une terre bleue". Ici finit la description de M. *Morton*. On n'a qu'à regarder cette Dent, pour être convaincu du changement qu'elle a subi dans la terre, & qui l'a réduite au même état que nous avons remarqué ci-dessus dans la Dent d'Yvoire qui fut trouvée pas loin de de-là dans *Browdon parva* champ.

N°. 119, 120, sont deux fragmens d'une grande Dent molaire, qui paroît aussi avoir appartenu à un Eléphant. Ces deux morceaux sont tout-à-fait changés en caillou fort dur.

N°. 121, est une partie d'une Dent molaire

laire d'un Eléphant, remarquable pour ses lames ondées, qui se serrent de fort près.

N°. 122, est une autre partie d'une Dent molaire, différente un peu des Dents molaires de l'Eléphant. L'une & l'autre ont des marques fort évidentes d'avoir été tirées de la terre; & celle-ci a cela de particulier, qu'une matiere pierreuse s'étoit engagée entre les lames, ce qui les a un peu séparées l'une de l'autre.

N°. 427 de mon Cabinet, des Quadrupedes & de leurs parties, est une piece du Crâne d'un Eléphant, qui fut trouvé à Glocester quelque tems après l'an 1630. On avoit trouvé quelques Dents au même endroit, dont les unes avoient cinq, les autres sept pouces de circonférence, à ce qui paroît par une courte inscription sur cette même piece.

Je viens à la seconde partie de ce Mémoire, où je me propose de faire quelques remarques sur les Relations que divers Auteurs, tant anciens que modernes, nous ont laissé de grandes Dents & autres grands ossemens trouvés sous terre presque dans toutes les parties du Monde, ce qui me donnera occasion d'examiner un peu les Squeletes, ou parties des Squeletes qu'on montre par-ci par-là pour des monumens indubitables de l'existence de prétendus Géans.

On peut bien conjecturer en général, que la plûpart de ces Dents ou os de prétendus Géans, ne sont en effet que les Dents & les os des Eléphans, des Baleines, de l'Hippopotame, ou de quelque autre bête, quand d'ailleurs leur description ne seroit pas assés éten-

étendue pour faire voir précisément à quel animal elles avoient appartenu. C'est un grand préjugé en faveur de cette conjecture, qu'il y a de ces os & de ces Dents, qui après avoir passé long-tems pour des os & des Dents de Géans, ont été à la fin, après un examen plus circonspect, reconnues pour des Dents & os des Eléphans ou de Baleines. J'aurai occasion d'en donner des exemples. Il n'y a pas long-tems qu'on montra les os de la Nageoire du devant d'une Baleine, pour le Squelete de la Main d'un Géant. J'ai dans mon propre Cabinet (N°. 1027 de la collection des Animaux & de leurs parties),* la Vertebre d'une grande Baleine, qu'on m'apporta du Comté d'Oxford, où elle fut trouvée dans une Carriere, & avoit servi pendant quelque tems d'escabeau au possesseur. Il est très-certain que si l'on avoit fait passer cette Vertebre pour la Vertebre d'un Homme, & si l'on s'étoit servi de la proportion qu'elle a aux Vertebres & à d'autres parties du Squelete humain pour le fondement d'un calcul, pour déterminer la grandeur du Squelete entier, on auroit trouvé un beaucoup plus grand que n'étoit peut être aucun de ceux dont il est parlé dans l'Histoire. Je ne saurois m'empêcher de remarquer ici, que ce seroit un objet fort digne de l'attention des habiles Anatomistes, que de faire une espece d'Anatomie comparative des os; je veux dire, d'observer avec un peu plus d'exactitude qu'on n'a fait jusqu'ici, quel rapport ont entre eux les Sque-

* Fig. 7.

Squeletes & les diverses parties des Squeletes de l'Homme & des Animaux, soit par rapport à leur grandeur, ou à leur figure, ou à leur structure, ou enfin à toute autre qualité. Cela nous meneroit certainement à un grand nombre de belles découvertes, & c'est d'ailleurs une de ces choses qui paroissent encore manquer à la perfection où l'on a porté l'Anatomie de nos jours. La même Vertebre, dont nous venons de parler, me fournit une preuve de l'utilité qu'on pourroit tirer de ces sortes d'observations. Elle différe en bien des choses des Vertebres de l'Homme & des Animaux terrestres, comme sont les Vertebres de Baleines & de Poissons Cétacées en général; & pour peu qu'on y fasse d'attention, on pourra aisément les distinguer les unes des autres. Le corps de la Vertebre est fort considérable, & beaucoup plus grand à proportion. Les *Processus* ou Apophyses transversales sortent du milieu du corps à chaque côté, à une distance considérable des autres. Les Apophyses obliques descendantes y manquent entierement. Le trou par où passe la moëlle est formé par les Apophyses obliques ascendantes & l'Apophyse épineuse; & comme dans l'Homme ce trou est presque au milieu de la Vertebre, il est ici comme à une des extrémités. Le devant du corps de la Vertebre est fort raboteux, rempli de creux & des éminences qui répondent ou reçoivent les creux & les éminences d'un os rond, ensorte qu'il y a deux os ronds placés entre chaque Vertebre, qui sont articulés entre eux-mêmes par le moyen d'un cartilage fort, &

assés épais, & cela vrai-semblablement pour faciliter le mouvement de ces animaux, & particulierement la flexion.

Mais pour revenir de cette petite digression, il y a plusieurs Squeletes qui furent trouvés sous terre dans diverses parties du Monde, & dont il est parlé dans les Auteurs qui nous en ont laissé quelque Relation, comme des Squeletes des Géans, & des preuves de leur existence, que je soupçonnerois plutôt, comme je viens de remarquer ci-dessus, avoir été les Squeletes des Eléphans, de Baleines, ou de quelque autre grande bête marine ou terrestre. Il me paroît que les Squeletes suivans sont de ce nombre: Les Squeletes de Géans de 12, de 20 & 30 *cubiti* de hauteur, dont il est parlé dans Philostrate *: Le Squelete haut de 46 *cubiti*, qu'on trouva, selon Pline †, dan la Caverne d'une Montagne en Crete, lorsqu'elle fut renversée par un tremblement de terre: Le Squelete de 60 *cubiti* de hauteur, dont parle Strabon dans sa Géographie ‡, qui fut trouvé aux environs de *Tingis* (aujourd'hui *Tanger*) en Mauritaine, & qu'on prit pour le Squelete d'*Anteus*: Le prétendu Squelete de Pallas, qu'on trouva à Rome l'an 1500, & qui étoit plus haut que les murailles de cette Ville: Enfin le Squelete qui, selon *Simon Majolus*, fut trouvé en Angletere l'an 1171: *Longè antè Fulgosi sæculum* (ce sont les propres paroles de cet Auteur §) *annis plus trecentis*, *anno*

* *In suis Heroicis.*
† *Hist. Nat. lib. 7. c. 16.*
‡ *Lib. 17.*
§ *Dierum Canicularium, colloq. 2. p. 36.*

anno scilicet 1171, *in Angliâ, illuvione fluminis, retecta sunt humati olim Hominis ossa adhuc ordine composita: longitudo totius corporis inventa est longa ad pedes quinquaginta.*

Il y en a d'autres Squeletes, ou parties de Squeletes, dont on pourroit dire, à n'en juger que par leur description, que non seulement elles n'avoient jamais appartenu à l'Homme, mais avec beaucoup de probabilité à l'Eléphant, quoi que d'ailleurs on ne sauroit l'assûrer positivement. St. Augustin *, en parlant de l'existence & des grandes actions des Géans avant le Déluge, rapporte pour preuve de ce qu'il y avance, que lui-même avec plusieurs autres personnes avoit vû à Utique sur le bord de la mer la Dent molaire d'un homme, de taille ordinaire; on en auroit pu faire pour le moins une centaine. *Hierome Magius* †, quoique lui-même fût rempli de préjugé en faveur de l'existence des Géans, conjecture néanmoins que cette Dent, dont St. Augustin parle, pourroit bien avoir été la Dent d'un Eléphant, ou de quelque bête marine, plutôt que celle d'un homme. Mais *Louis Vives* dans son Commentaire sur ce passage de St. Augustin, rapporte que dans l'Eglise de St. Christophe à Hispella, on lui avoit montré une Dent plus grande que son poignet, & qu'on prétendoit que c'étoit la Dent de ce grand Saint, peut-être avec autant de raison, qu'on montroit dans une Eglise à Venise un os d'épaule d'une grandeur ex-

* *De Civit. Dei, lib.* 15. *c.* 9. *citatus per Cassanionem & Lambecium.*

† *Miscellaneorum l.* 1. *c.* 2. *p.* 17.

xtraordinaire, pour l'os de l'épaule du même Saint, selon ce qu'en rapporte *Hierome Magius* *.

Il y a bien de l'apparence que le Squelete d'un prétendu Géant qu'on trouva en creusant les fondemens d'une maison proche de *Trapani*, Château en Sicile, & dont Boccace, dans sa Généalogie des Dieux †, nous a laissé une relation, étoit un Squelete éléphantin. Car quoique la plûpart des os par la longueur du tems & la force des vapeurs soûterraines fussent tellement consumés, qu'après avoir été exposés à l'air, le simple toucher presque les fît tomber en pieces, on trouva néanmoins trois Dents entieres, qui pesoient cent onces, & que les habitans de Trapani suspendirent dans une de leurs Eglises en mémoire de cet événement. On trouva aussi une partie du Crâne, qui avoit assés de capacité pour tenir quelques boisseaux de grains; & un os de la jambe si grand, que l'ayant comparé avec l'os de la jambe d'un homme de taille médiocre, on trouva que ce grand Géant, que quelques-uns prirent pour *Erich*, d'autres pour *Ethellus*, d'autres pour un des *Cyclopes*, d'autres enfin pour le fameux *Polypheme* lui-même, ne pouvoit pas avoir eu moins de deux cens coudées de hauteur.

C'est sur le pied de ce calcul qu'il est figuré par le P. *Kircher* ‡, comme le plus grand d'une petite compagnie de Géans, qu'après celui-ci il range dans l'ordre suivant.

Le

* *1. c. p. 20. b.* † *Lib. 4. sur la fin.*
‡ *Mund. subt. lib. 8. sect. 2.*

	Coudées.
Le Géant de Strabon, dont le Squelete fut trouvé proche de Tingis en Mauritanie, & qui, selon le rapport de cet Auteur, étoit haut de	60.
Le Géant de Pline, trouvé dans une montagne en Crete, haut de.	46.
Le Squelete d'Asterius, fils d'Anacte, haut de	10.
Le Squelete d'Oreste, qu'on tira de son tombeau par ordre exprès de l'Oracle, haut de	7.
Le Géant, dont on trouva les os sous un grand Chêne, proche du Monastere de *Reyden*, dans le Canton de Lucerne en Suisse, haut de	9.
Enfin Goliath, dont la hauteur est fixée par l'Ecriture sainte, à	6 ½.

Le cas est moins douteux par rapport aux os qu'on trouva en France l'an 1456 sous le regne de Charles VII, près d'une Riviere, dans la Baronie de Crussol (qui fut ensuite érigée en Comté) p.s loin de Valence. *Jean Marius* (*in Libris de Galliarum Illustrationibus*), *Calamæus* (*in suis de Biturigibus Commentariis*), *Fulgosius* dans ses Annales, & *Jean Cassanio de Monstrœuil* dans son Traité *des Géants* *, parlent de ces os, qui étoient si grands, qu'on conjectura que le Géant à qui on crut qu'ils avoient

* *Pag.* 57. & *seq.*

avoient appartenu, & que quelques-uns prirent pour le Géant *Briatus*, ne pouvoit pas avoir eu moins de 15 coudées. Le Crâne seul étoit large de 2 coudées, & l'os de l'épaule large de 6. Quelque tems après, on trouva davantage de ces os dans la même Baronie, & proche du même endroit. *Cassanio*, qui en vit quelques-uns lui-même, donne une description si circonstanciée d'une Dent, qu'on ne peut presque pas douter que ce n'eût été une grande Dent molaire, & conséquemment les autres os, les os d'un Eléphant. Je rapporterai ses propres paroles: * *Miræ magnitudinis Dentem multi ibi conspicientes, longitudine unius pedis, pondere librarum octo; multò autem oblongior quàm crassus visus est, radicesque aliquot habere, quibus gingivæ inhærebat. Visa est insuper ea pars, quâ cibus terebatur, aliquantulum concava latitudine digitorum quatuor.* Il ajoûte qu'on montroit de son tems une Dent pareille au Château de Charmes, dans le voisinage de cet endroit; qu'il avoit mesuré la longueur de l'endroit d'où l'on avoit tiré ces os, & qu'il l'avoit trouvé de 9 pas; que quelque tems après, on découvrit quelques autres os au même endroit; enfin que tout le païs d'alentour étoit fort montagneux, c'est-à-dire, tel que les Géans vrai-semblablement le choisissoient, comme très propre pour eux d'y demeurer. Ce qui me confirme dans mes conjectures sur l'origine de ces os, c'est que j'en vis quelques-uns trouvés là dans le voisinage, qu'un Marchand François, homme fort cu-

* *Pag.* 62.

curieux, apporta dans ce païs-ci, & qui me sembloient être les os d'un Eléphant. Il y avoit entre autres une partie du Crâne, où l'on voyoit distinctement les cellules entre les deux tablatures, telles qu'elles se trouvent dans le Crâne de cet animal. On remarqua la même chose dans le Crâne du Squelete éléphantin, trouvé proche de *Tonna* en Thuringe, dont nous parlerons ci-après.

Hierome Magius * fait mention d'un Crâne très-grand, qui avoit onze empans de circonférence, & de quelques autres grands os, vrai-semblablement du même Squelete, que deux Esclaves Espagnols trouverent dans un champ près de *Tunis* en Afrique, en labourant la terre. *Magius* en fut informé par *Melchior Guilandinus*, qui avoit vû le Crâne lui-même, ayant eu le malheur d'être pris prisonnier par les Corsaires, & mené en esclavage à cette ville l'an 1559. Je suis d'autant plus porté à croire que ce Crâne & ces os faisoient partie d'un Squelete éléphantin, parce que, comme nous verrons, on trouva quelque tems après un autre grand Squelete proche de la même ville, dont on envoya une Dent molaire à M. *Peiresk*, que cet illustre Savant trouva occasion de reconnoître pour la Dent molaire d'un Eléphant.

Je passe à ces Os, Dents molaires & Dents d'Yvoire (ou Cornes, comme quelques-uns les appellent) trouvés sous terre en différentes parties du Monde, qui ont été reconnues, par les Auteurs qui en ont parlé, pour des parties

* *Miscellaneorum*, l. 1. c. 2. p. 19. 2.

ties des Squeletes éléphantins, ou qui paroissent l'être indubitablement, à n'en juger que par leur figure & leur description.

Jean Goropius Becanus *, quoiqu'il vécût dans un tems où les fables des Géans étoient beaucoup accréditées, & avoient trouvé leurs partisans, même parmi des personnes d'ailleurs célébres par leur jugement & leur savoir, se hazarda pourtant d'affirmer que la Dent qu'on garda & montra à Anvers pour la Dent de ce Géant cruel & sanguinaire, qui fut défait, à ce qu'on prétend, par *Brabo*, fils de Jules César, Roi des Arcades, & dont la défaite, si l'on en croit l'Histoire fabuleuse de l'origine d'Anvers, a donné occasion de bâtir cette Ville & son Château; il s'est hazardé, dis-je, d'affirmer que la Dent de ce prétendu Géant n'étoit autre chose que la Dent molaire d'un Eléphant. Assertion, comme il prévoyoit lui-même, qui ne pouvoit que déplaire à des gens qui se plaisent dans ces sortes de contes fabuleux & ridicules; mais aussi se flatoit il, & avec beaucoup de raison, que des personnes judicieuses la regarderoient d'un tout autre œil. Ce qui arriva quelque tems avant qu'il écrivit ce Livre, le confirma beaucoup dans son sentiment. C'est qu'en creusant un Canal, de Bruxelles à la Rupelle, pour mettre cette Ville, & les Païs circonvoisions, à l'abri des incursions de ceux de Mechlen, on trouva proche de Vilvorde les Squeletes entiers de deux

* *Originum Antuerpianarum lib. 2. quem* Gigantomachiam *appellavit*, *p.* 178.

deux Eléphans, avec les Dents molaires, & les Dents longues, ou Dents d'Yvoire. *Goropius* conjecture que ces Eléphans pouvoient avoir été amenés dans ce païs-là par les Romains, du tems de l'Empeur Galien ou Posthume.

Un grand Squelete, pareillement d'un Géant, à ce qu'on prétendoit, fut trouvé proche de *Tunis* en Afrique, autour de l'an 1630. Un Gentilhomme, nommé *Thomas Dartos*, qui demeuroit alors à Tunis, en envoya une relation, avec une des Dents, au savant M. *Peiresk.* Le Crâne étoit si grand, qu'il contenoit huit meilleroles (mesure de vin en Provence) ou, selon *Gassendi* dans sa Vie de *Peiresk* *, un muid, une pinte & demie, mesure de Paris. Quelque tems après, un Eléphant en vie ayant été montré à Toulon, M. *Peiresk* donna ordre de l'amener à sa Maison de campagne, dans le dessein d'en examiner à loisir les Dents, dont il fit prendre l'impression en cire, & trouva par-là que la prétendue Dent de Géant qui lui fut envoyée de Tunis, étoit la Dent molaire d'un Eléphant. Voici le second grand Squelete trouvé proche de Tunis en Afrique; & comme il paroît évidemment par la Dent qu'on envoya à Peiresk, que c'étoit le Squelete d'un Eléphant, on en peut inférer avec beaucoup de probabilité, quelques autres circonstances favorisant la conjecture, que le premier dont on a parlé, c'est-à-dire, celui dont *Guilandin* vit une partie, étoit le Squelete

* *Lib.* 4. *an* 1632.

te d'un Eléphant, plutôt que celui d'un éant.

Thomas Bartholin * fait mention de la Dent olaire d'un Eléphant, qui fut trouvée sous rre en Islande, & qui lui fut envoyée par 'ierre *Resenius*. Elle étoit tout-à-fait chanée en caillou, de même que la Dent lonue ou Défense d'un Rosmare qu'on trouva ans la même Isle.

Une grande Dent dont la forme montre ssés que c'est la Dent molaire d'un Eléphant, été décrite & figurée par *Lambecius* †. Il 'avoit vûe dans la Bibliotheque de l'Empeeur à Vienne; mais il ne put rien apprendre, ni où elle fut trouvée, ni comment elle vint à être gardée dans cette Bibliotheque. Elle pesoit 28 onces, & on la prit communément pour la Dent d'un Géant. *Antoine de Pozzis*, premier Médecin de l'Empereur, dans une Lettre écrite à *Lambecius* ‡, l'assûra pourtant que c'étoit la Dent d'un Eléphant, & lui fit part de ses conjectures là-dessus, qui étoient, qu'elle fut trouvée à Baden, à quatre milles de Vienne, où, peu d'années avant la date de cette lettre, on avoit trouvé aussi l'os de la jambe & l'os de la cuisse d'un Eléphant.

Le même *Lambecius* § a donné la description & la figure d'une autre Dent dans la Bibliotheque de l'Empereur, qui paroît aussi être la Dent d'un Eléphant. Elle pesoit 23 on-

* *Act. Medic. & Philos. Hafn. tom.* 1. *obs.* 46. *p.* 84.
† *Biblioth. Cæsar. Vindob. lib.* 6. *p.* 311.
‡ *Ibid. l.* 6. *p.* 315.
§ *Ibid. l.* 6. *p.* 313.

onces, & fut trouvée l'an 1644 à *Kremis* dans la basse Autriche, en creusant autour de cette ville pour en augmenter les Fortifications.

L'année suivante, lorsque les Suédois vinrent assiéger cette même ville de Krembs, on trouva le Squelete entier d'un Géant, à ce qu'on prétendoit, au haut d'une montagne voisine, proche d'une vieille Tour. Les assiégans vouloient y faire un retranchement, mais se trouvant fort incommodés de l'eau qui couloit de la montagne, ils creuserent une fosse profonde de trois à quatre brasses pour la détourner d'un autre côté: & c'est dans cette fosse qu'on déterra ce Squelete, qui fut admiré pour sa remarquable grandeur. Beaucoup des os, principalement de la Tête, tomboient en morceaux après avoir été exposés à l'air; quelques autres furent rompus en pieces par la négligence des ouvriers: quelques-uns pourtant échaperent, & furent envoyés à des gens savans en Suede & en Pologne. Il y avoit parmi ceux-ci une Omoplate, avec une cavité assés grande pour contenir un boulet de canon. La tête fut comparée par rapport à sa grandeur à une table ronde, & les os du bras approchoient de l'épaisseur d'un homme. Une Dent molaire qui pesoit 5 livres, est aux Jésuites de Krembs: une autre est figurée par Happelius dans ses *Relationes curiosæ* *, d'où j'ai tiré ce que je viens de rapporter, & il paroît évidemment par la figure, que c'étoit une Dent d'Eléphant

* *Tom.* 4. *p.* 47. 48.

phant. Cette derniere pesoit 4 livres moins 3 onces, poids de Nuremberg.

Dans le VIII. volume des Commentaires de *Lambecius* sur la Bibliotheque Imperiale de Vienne *, il y a la description & deux figures d'une Dent d'Eléphant très-grande, qui pesoit quatre livres & trois quarts. Elle fut envoyée de Constantinople à Vienne l'an 1678, & on l'offrit de la vendre à l'Empereur pour deux mille écus. On prétendoit que pour sa grandeur & son antiquité, elle avoit été estimée ci-devant à 10000 écus, & qu'on l'avoit trouvée aux environs de Jérusalem dans une Caverne soûterraine fort spacieuse, où il y avoit le tombeau d'un Géant, avec cette inscription en caracteres Chaldaïques: *Ci git le Géant Hog*; d'où l'on voulut conjecturer que c'avoit été la Dent de *Hog*, Roi de *Basan*, qui fut défait & assujeti avec tout son peuple par Moïse, qui *étoit demeuré seul de reste de Rephaims*, dont *le lit étoit un lit de fer: sa longueur* étoit *de neuf coudées, & sa largeur de quatre coudées, de coudée d'homme* †. Comme le tout avoit l'air d'une imposture, l'Empereur ordonna qu'on renvoyât cette Dent à Constantinople.

Hierome Ambroise Langenmantel, Membre de l'Académie Impériale des Sciences, fit insérer dans les Ephémérides de cette Académie ‡, un Extrait d'une Lettre qui lui avoit été écrite par le savant *Jean Ciampini* de Rome, touchant

* *Biblioth. Cæsar. Vindob. lib. 6. p. 652.*
† *Deuteron. ch. 3. v. 11.*
‡ *Decur. 2. annus 7. f. 1688. obs. 234. p. 446.*

chant quelques Os d'une grandeur extraordinaire; à ſavoir, l'os de la Cuiſſe, l'os de l'Epaule, & cinq Vertebres, du nombre deſquelles étoit une des Vertebres du Col, qui furent trouvés ſous terre, aux environs de *Viterchiani*, dans le Dioceſe de Viterbe, l'an 1687. Tous ces os enſemble, qui peſoient plus de 180 livres Romaines, excédoient de beaucoup en grandeur les os les plus grands qui ſe trouvoient dans divers Cabinets à Rome, particulierement dans celui de la famille de *Chiſi*. La plûpart de ceux qui les virent, les prirent pour des os de Géant; mais *Ciampini*, & quelques autres, ſoupçonnant que ce pouvoit être plutôt les os d'un Eléphant, ou de quelque autre grande bête, & ſachant qu'il y avoit dans le Cabinet du Grand-Duc de Toſcane un Squelete entier d'un Eléphant, il en obtint un deſſein exact, & trouva, en le comparant avec ces os, une correſpondance ſi parfaite, qu'il n'avoit plus raiſon de douter qu'ils n'euſſent fait partie d'un Squelete éléphantin.

Le Squelete éléphantin, qui fut trouvé dans une Carriere de ſable aux environs de *Tonna* en Thuringe, l'an 1698, eſt un des plus curieux, & auſſi des plus complets dans ce genre: car il y avoit toute la Tête, avec quatre Dents molaires & les deux Dents longues ou d'Yvoire, les os des pieds de devant & de derriere, un os de l'Epaule, les os de l'Epine du Dos, quelques côtes, & pluſieurs des Vertebres du Col. *Guillaume Erneſte Tentzelius*, Hiſtoriographe des Ducs de Saxe, a ſi bien décrit toute l'hiſtoire de ce Squelete dans une Lettre à l'illuſtre *Magliabecbi*, qui

fut

fut réimprimée dans les Transactions Philosophiques *, qu'il seroit inutile d'y ajoûter quelque chose. Quelques-uns de ces os furent envoyés par M. *Tentzelius* à la Societé Royale de Londres; à savoir, partie du Crâne, où l'on voyoit distinctement les cellules, qui rendent le Crâne de cette bête remarquable, quelques-unes des Dents molaires, & une partie des Dents d'Yvoire; & ayant été examinés dans une des Assemblées de la Société, on les trouva parfaitement conformes à la description qu'il en avoit donné dans sa Lettre, & l'on ordonna qu'ils fussent soigneusement gardés dans leur Repositoire, comme des choses aussi rares que curieuses & singulieres. Au reste les *strata* ou couches, depuis la surface de la terre jusqu'à l'endroit où l'on trouva ce Squelete éléphantin, étoient, selon le rapport de *Tentzelius*, disposées de la maniere suivante: quatre pieds de terre noire labourable: deux pieds & demi de gravier; le milieu de cette couche à la hauteur de deux pieds étoit composée de l'osteocolla & des pierres: autre demi-pied de l'osteocolla & des pierres: six pieds de sable avec environ deux pouces de l'osteocolla au milieu: un pied de l'osteocolla & de cailloux: six pieds de gravier: un sable blanc & fin, dont la profondeur resta inconnue; & c'est dans ce dernier lit qu'on trouva le Squelete.

M. le Comte *Marsilli*, dans le 2e. Volume de *son Danube*, où il traite des Antiquités remarquables qu'il avoit observé le long de cet-

* N. 234. p. 737.

cette Riviere, fait mention de plusieurs os & Dents d'Eléphans, qu'il trouva tant en Hongrie qu'en Transylvanie, & qu'on garde à présent à Bologne dans son célebre Cabinet des Curiosités naturelles & artificielles. Selon le rapport des gens du païs, ces Dents & ces os furent trouvés dans des Rivieres, dans des Lacs & des Etangs. Il eut, par exemple, une Vertebre, une Dent molaire, & partie d'une Dent d'Yvoire du Lac ou Etang de *Hinlia*; deux fragmens de l'os de la jambe, qui étoient un peu rongés par dedans, furent tirés d'un Etang proche de *Fogberas* en Transylvanie, autrefois la résidence des Princes du païs: toute la Mâchoire inférieure avec deux Dents molaires dedans, lui fut présentée par des Pêcheurs, qui disoient l'avoir trouvée dans les Etangs aux environs de *Tibiscus*, un peu plus haut que le *Romerskaatz*, c'est-à-dire, le Fort Romain.

J'ai rapporté ci-dessus l'opinion de *Goropius* sur l'antiquité de deux Eléphans, dont on trouva les Squeletes proche de *Vilvorde*. Cet Auteur prétend qu'ils ne sont venus là que du tems des Romains, & de leurs expéditions dans les Païs-bas, principalement sous les Empereurs Galien ou Posthume. M le Comte *Marsilli* est du même sentiment, par rapport à ceux dont il trouva les Dents, & quelques autres ossemens, en Hongrie & en Transylvanie. Il remarque qu'il ne doit pas du tout paroître étrange, qu'on trouve des os d'Eléphans dans les païs Septentrionaux, où certainement il n'y a jamais eu de ces bêtes;

il

il remarque, dis-je, que cela ne doit pas paroître étrange à quiconque sait les grands usages que les Romains en tiroient dans la guerre; & comme ce qu'il a trouvé en Hongrie & en Transylvanie des Dents & ossemens de cet Animal, a été tiré des Lacs & des Etangs, il se sert de cette observation pour appuyer son sentiment sur leur antiquité, la coûtume des Romains ayant été de jetter les carcasses des Eléphans morts dans des eaux, ce qui se fait encore aujourd'hui avec les carcasses des Chevaux, & autres bêtes, pour prévenir par-là les maladies & autres inconvéniens que leur putréfaction pourroit causer dans une Armée. De l'autre côté, il y a un grand nombre d'argumens, tirés entre autres de la grandeur des Animaux dont on a trouvé les Squeletes sous terre, qui quelquefois surpasse de beaucoup tout ce qu'on en a pû amener de vivant en Europe, de l'état dans lesquels on les a trouvés, de la situation particuliere des os, & de l'état des couches des terres par dessus les endroits où on les a trouvés, qui prouvent, presque jusqu'à démonstration, que quelques-uns au moins de ces Squeletes (si on ne les comprend pas tous) doivent être d'une antiquité plus grande, & qu'il en faut absolument revenir à la force des eaux d'un Déluge universel, pour résoudre un phénomene aussi extraordinaire pris dans toute son étendue. Pour n'insister que sur le dernier de ces argumens, il est évident que si on les avoit enterré à une profondeur si considérable, cela n'auroit pû se faire sans creuser par les différentes couches de terre, & conséquemment

ment ſans en changer la diſpoſition. Or ſi on trouve toutes ces couches dans leur état naturel, il s'enſuit néceſſairement, que ce qu'on trouve au deſſous, doit avoir été logé là avant, ou du tems que ces couches furent formées. Mais il y a encore un argument, qui me ſemble d'un grand poids pour prouver que les Eléphans, dont on trouve les Squeletes ſous terre, n'ont pas été du tems des Romains, comme le conjecturent *Gorpius* & M. le Comte *Marſilli*. *Tentzelius* s'en eſt ſervi dans ſa Lettre à *Magliabechi*, & il eſt pris de la grande valeur de l'Yvoire depuis les tems les plus reculés, & principalement auſſi parmi les Romains. Pluſieurs Auteurs font foi de cela : il ſuffira de citer un paſſage de Pline *, où il dit que parmi d'autres preſens d'un très grand prix, que les Ethiopiens furent obligés de faire aux Rois de Perſe, au lieu d'un tribut, il y avoit vingt grandes Dents d'Eléphans, (ſans doute les *Dentes exerti*, ou Dents d'Yvoire) ; & il remarque là-deſſus, *tanta Ebori auctoritas erat*. On ne ſauroit s'imaginer que, vû le prix de l'Yvoire, les Romains euſſent négligé d'ôter les Dents des Eléphans morts, avant que de jetter leurs carcaſſes dans l'eau ; mais il n'y a preſqu'aucun de ces Squeletes, que je ſache, où l'on n'aye trouvé les Dents avec ; & même parmi les oſſemens éléphantins figurés par M. le Comte *Marſilli*, il y a trois Dents molaires, & une partie conſidérable d'une Dent d'Yvoire.

Robert Plot, dans ſon Hiſtoire naturelle du Com-

* *Hiſt. Nat. L.* 12. *c.* 4.

;omté de Stafford *, dit, que *Guillaume Le-efon Gower* de Trentham lui avoit fait pré-:nt de la Mâchoire inférieure d'un grand ɩnimal, avec des grandes Dents qui y étoient ncore enchaſſées. On l'avoit trouvé dans ne marniere ſur une de ſes terres, & M. *Plot* 'ayant comparée avec la Mâchoire inférieure ɩ'une tête d'Eléphant, dans le Cabinet de M. *Aſhmole* à Oxford, il y trouva une exacte con-'ormité.

Il y a dans le Cabinet de la Societé Roya-e de Londres deux os de la Jambe de l'Elé-ɩhant. L'un fut préſenté à la Societé par le Chevalier *Thomas Broun* de Norwich. L'au-re fut apporté de la Syrie pour l'os de la Jam-ɔe d'un Géant. M. *Grew* † fait voir par une ſupputation exacte, qu'il eſt impoſſible que ce puiſſe être l'os de la Jambe d'un Homme, n'étant que trois fois auſſi long ſur vingt-deux fois d'épaiſſeur qu'il a de plus; il a une au-ne d'Angleterre, & demi-pied de long, & en-viron un pied de circonférence dans l'endroit le plus mince. M. *Grew* remarque, que la figure fait voir que c'étoit un os de la Jam-be & non pas de la Cuiſſe, & il conjecture que l'Eléphant, à qui il avoit appartenu, de-voit avoir été haut d'environ cinq aunes.

J'en ai quelques-uns à ajoûter. *Geſner* dans ſon Traité *de Figuris Lapidum* ‡, fait mention d'une Dent quatre fois plus grande que celle qu'il avoit figurée ſous le titre d'*Hippopotamus*, dans

* *Natural hiſtory of Staffordſhire.* ch. 7. §. 78. p. 78.
† *Muſæum Regalis Societatis*, p. 32.
‡ *Pag.* 137.

dans son ouvrage *de Aquatilibus*. Un noble Polonôis la lui envoya en présent, & on l'avoit trouvé sous terre en creusant les fondemens d'une maison, avec une grande corne, (comme on disoit) que quelques-uns prirent pour la Corne de la Licorne, quoique faussement, comme le même *Gessner* conjecture, étant beaucoup plus épaisse que la Licorne, & outre cela courbée. Il est fort probable que cette prétendue Corne ait été la Dent d'Yvoire d'un Eléphant.

Le même Auteur * parle d'une Caverne soûterraine proche d'Elbingeroda, où l'on trouvoit des Dents & d'autres Ossemens des Hommes & des Animaux d'une grandeur si extraordinaire, qu'on ne pouvoit s'imaginer qu'avec peine, qu'il y en ait jamais eu de si grands.

On garde la Dent molaire d'un Eléphant pétrifiée dans le Cabinet du Roi de Dannemarck à Copenhague, comme il paroît par le Catalogue †; mais on n'y fait pas mention, ni de l'endroit où elle fut trouvée, ni comment elle passa dans ce Cabinet.

Il y dans le même Cabinet un os de Cuisse très-grand, qui pese près de vingt livres Danoises, & qui a plus de trois pieds en longueur. Il est d'une si grande antiquité, comme le remarque l'Auteur du Catalogue ‡, qu'il en est presque pétrifié. Le même Auteur fait mention, à cette occasion, d'un autre

* 1. *b.*

† *Museum Regium*, *part.* 1. *sect.* 7. *n.* 109. *de la nouvelle édition.*

‡ *Ibid. part.* 1. *sect.* 1. *n.* 73.

tre grand os long de 4 pieds, & pesant 25 livres, qui se trouvoit alors dans le Cabinet du célébre *Otho Sperling*; & il rapporte, sur la foi de *Sperling*, qu'on l'avoit déterré à *Bruges* en Flandre, dans la place de la prison publique, l'an 1643, en présence de *Bernhard de Aranda* & du Pere de *Sperling*, qui y avoit vû tout le Squelete, dont la longueur étoit de 9 aunes de Brabant. On ne sauroit déterminer rien de précis, ni sur l'un, ni sur l'autre de ces os.

On trouva une piece d'Yvoire, dans un champ, sur les bancs de la Vistule, à six milles de Varsovie, & on la montra à Dantzick à *Gabriel Rzaczynski*, Auteur de l'Histoire Naturelle de Pologne, imprimée à Sandomir dans le College des Jésuites *, qui crut y reconnoître la Dent d'Yvoire d'un Eléphant.

Dans les Notes sur la *Cynosura Medica* de Paul Herman, de la nouvelle édition publiée par M. *Boëclcr* de Strasbourg †, sous le titre *de la Licorne fossile*, il est fait mention d'une piece d'Yvoire fossile, ou plutôt d'une Dent d'Eléphant fort remarquable, dans la possession de M. le Chevalier *Jaques Samson de Rathsambansen de Ebenweyer*, Sieur *de Nonnenwyer*. Elle fut trouvée dans le Rhin proche de Nonneville, sur une de ses Terres. Elle étoit longue de trois pieds de Paris, trois pouces & demi, & avoit près d'un pied de circonférence à la base, dans l'endroit le plus épais, &

* *Pag.* 2.

† 1726. *in* 4. *pag.* 133. *part.* 3.

& environ huit pouces & demi vers l'autre extrémité. Elle étoit remplie par dedans d'une espece de Marne, mais par dehors elle étoit pierreuse dans quelques endroits, & osseuse dans d'autres. Elle sentoit l'Yvoire quand on en racloit, ou brûloit la partie offensée: la raclure bouillie dans de l'eau en faisoit une espece de gelée. L'Auteur des Notes ajoûte, qu'on trouve la Licorne fossile dans diverses parties de l'Europe, dans la forêt d'Hercynie en Moravie, en Saxe, & dans le Duché de Wirtemberg proche de Canstad.

EXPLICATION DES FIGURES.

Fig. 1. LE plus grand morceau, ou la base de la Dent d'Yvoire trouvée proche de Londres, dont le diametre & la longueur ne sont ici qu'au quart de la grandeur naturelle. *A*, Cone de sable qui remplissoit la cavité en forme de Cone, qui se trouve au bas des Dents d'Yvoire. *b*, le bout de ce Cone, tronqué & environné de couches, qui composent la Dent, marquées *c*, *c*, *c*, &c.

Fig. 2. Le bout de la même Dent, diminué un peu moins du quart de sa grandeur naturelle, & composé de couches marquées *a*, *a*, *a*.

Fig. 3. Coupe horizontale d'une Dent d'Yvoire, dans laquelle les lignes rondes autour du centre *a*, *a*, *a*, &c. marquent les différentes couches dont la Dent étoit composée. Le diametre de cette piece est ici le quart plus petit que dans sa grandeur naturelle. Le grain

de

de l'Yvoire en est d'ailleurs très-beau & fort uni.

Fig. 4. Partie d'une Dent d'Yvoire, dont les couches se sont séparées l'une de l'autre d'un côté par quelque maladie, tandis que l'Yvoire de l'autre est fort sain & bon. *a*, est la partie saine de l'Yvoire. *b*, *b*, *b*, &c. les couches couvertes de chaque côté d'une matiere blanche très-fine, la couleur de l'Yvoire même approchant un peu au jaune.

Fig. 5. Fragment de la Dent d'Yvoire fossile, trouvée dans le Comté de Northampton, long d'un pied onze pouces, mesure d'Angleterre.

Fig. 6. La Dent d'Yvoire fossile, trouvée en Sibérie.

Fig. 7. Vertebre fossile, d'une Baleine, trouvée dans le Comté d'Oxford. *A*, est le corps de la Vertebre. *b*, *b*, les endroits d'où sortoient les Apophyses transversales qui manquent dans celle-ci. *c*, l'Apophyse épineuse. *d*, *d*, les deux Apophyses obliques. *e*, le Trou entre l'Apophyse épineuse & le corps de la Vertebre, par où passe la moëlle. La hauteur de cette Vertebre, depuis la base jusqu'au bout de ce qui reste de l'Apophyse épineuse, est d'un pied cinq pouces, la largeur du corps de la Vertebre est d'un pied.

Fig. 8. Vertebre naturelle du Squelete d'une Baleine, qui répond à la fossile (*Fig.* 7.) *A*, est le corps de la Vertebre. *b*, *b*, les Apophyses transversales, dans chacune desquelles il y a un trou *f*. *c*, *c*, les Apophyses obliques. *d*, l'Apophyse épineuse. *e*, le Trou par où passe la moëlle. C'est une des Vertebres les plus grandes, par rapport à son corps, mais ses Apophyses sont moindres à proportion. Elle a un pied trois pouces de hau-

hauteur depuis la baſe juſqu'au bout de l'Apophyſe épineuſe, & le corps a onze pouces & demi de largeur.

Fig. 9. Autre Vertebre du Squelete d'une Baleine. *A*, le corps de la Vertebre. *b*, *b*, les Apophyſes tranſverſales. *c*, *c*, les Apophyſes obliques. *d*, l'Apophyſe épineuſe. *e*, le Trou par où paſſe la moëlle. Il y a deux pieds ſix pouces du bout d'une Apophyſe tranſverſale au bout de l'autre, & un pied huit pouces & demi de la baſe du corps au bout de l'Apophyſe épineuſe.

OBSERVATIONS

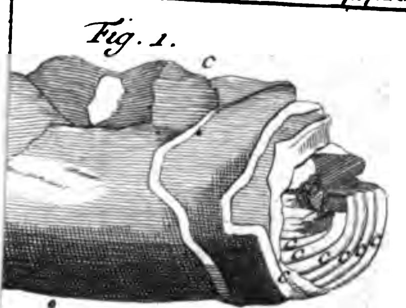
Touchant une Végétation particuliere qui naît ſur l'Ecorce du Chêne battue, & miſe en poudre, vulgairement appellée DU TAN.

Par M. MARCHANT.*

ON ſait en général que tout eſt mouvement dans la Nature ; & ce qui nous paroit quelquefois une ſubſtance entierement détruite par un dérangement de ſes parties, produit au contraire, par le ſecours de la fermentation, de nouvelles Végétations qu'il ſeroit difficile de prévoir ; & il n'y a que les obſervations qui pourroient faire connoître combien la combinaiſon de différentes matieres contribue ſouvent à faire naître des Phénomenes, ou inconnus, ou peu examinés.

Pen-

* 3 Dec. 1727.



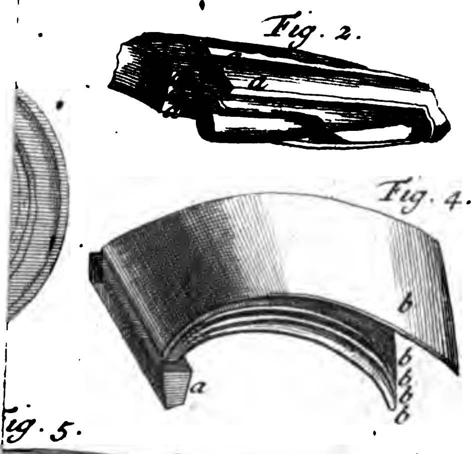
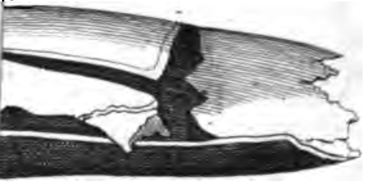
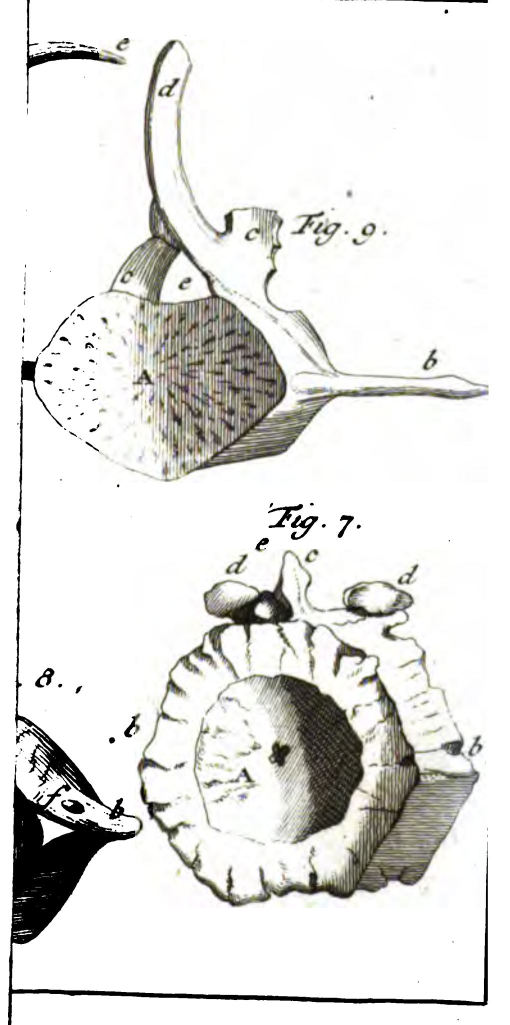


Fig. 5.




e
d
c
Fig. 9.
c
e
A
b
Fig. 7.
e
d
c
d
8.
b
A
b
f
b

Pendant le mois de Juillet dernier, étant dans l'Attelier d'un Marchand Tanneur, je fus agréablement surpris en voyant plusieurs touffes d'une espece de gazon de très-belle couleur jaune-matte, dispersées en différens endroits sur le haut d'un gros monceau de Tan, qui avoit servi plusieurs mois à tanner & couvrir des Cuirs de Bœuf, qu'on range par lits l'un sur l'autre dans des fosses faites à cette usage, puis ce Tan est après retiré des mêmes fosses & mis en gros tas.

Ce Tan, après avoir ainsi servi, est alors appellé par les ouvriers *de la Tannée*; & cette matiere ne sert plus qu'à faire des mottes, dont on sait que les pauvres se servent (faute de bois) pendant l'hiver.

Les touffes en maniere de gazon dont on vient de parler, sont une Végétation connue chés les Tanneurs, sous le nom de *Fleurs de la Tannée*. Mais comme je ne sais point qu'aucun Physicien ait observé, ni fait mention de ces sorte de fleurs, nous les décrirons ici, telles que j'eus l'honneur de les faire voir à l'Académie il y a quelque tems, & ainsi qu'elles étoient, lorsque nous les fimes déssiner d'après nature.

Pour faire connoître cette Végétation dès sa naissance, je dirai que j'ai observé qu'elle sort de la substance de la Tannée, (*Fig.* I. *a*, *a*, *a*.) en une espece d'écume, qui peu à peu s'épaissit en consistance de pâte molle, de couleur jaune-citron, & de l'épaisseur de six à huit lignes. A mesure que cette pâte végéte (*Fig.* II *vûe à la Loupe*) sa surface devient poreuse & spongieuse, bouillonnée, remplie d'une infinité de petits trous de différent diametre, dont les interstices

forment une espece de rézeau plus ou moins regulier, & souvent interrompu par des *bouillons*, qui s'élevent un peu au-dessus de la superficie de cette matiere, qui étant à son dernier point d'accroissement, a plus de rapport à la surface d'une éponge platte & fine, qu'à toute autre végétation. Sa couleur augmente toûjours jusques enfin au jaune-doré, & alors elle devient un peu plus solide en se desséchant à l'air. Nous n'avons pû appercevoir dans la matrice de cette Végétation, qui vrai-semblablement est la Tannée, aucunes fibres qu'on pût soupçonner être ou faire les fonctions de racines pour la production de cette Végétation, qui a d'abord une légere odeur de bois pourri, laquelle augmente par la suite. Sa saveur a quelque chose du stiptique.

La Tannée sur laquelle elle croit, (*Fig.* I *&* II, *bb.*) est alors de couleur fort brune, dure, foulée & plombée quoique fort humide; & dans l'instant de cette production, la Tannée a une chaleur aussi considérable depuis sa surface jusqu'à un demi-pied de profondeur, que si elle avoit été récemment abbreuvée d'eau tiede.

Pendant le premier jour de la naissance de notre Végétation, elle paroît fort agréable à la vûe, légere & comme fleurie, lorsque les portions de gazon qu'elle forme s'étendent circulairement en façon de lobes jusqu'à dix ou douces pouces de diametre; mais si par hazard elle se trouve naître en un lieu exposé au Midi (ce qui lui est favorable pour sa production, & non pour sa durée) les rayons du Soleil la résoudent dès le second jour en une liqueur blanc-jaunâtre, laquelle en peu de tems se condense,

&

: se convertit entierement eu une croûte sè-
he, épaisse d'environ deux lignes. La Vé-
étation ayant ainsi disparu, on trouve quel-
ues jours après sous cette croûte, une cou-
he ou lit de poussiere noire très-fine, qui a
ssés de rapport à la poussiere qu'ou décou-
re dans le *Lycoperdon*, & qui ici pourroit être
e la Tannée dissoute, puis desséchée, & en-
n convertie en une espece de terreau réduit
n poudre impalpable.

La fleur de la Tannée paroît tous les ans
ers le commencement du mois de Juin, ou
uelquefois plutôt, suivant la chaleur du
rintems, particulierement s'il a fait quel-
ues pluyes chaudes ; & lorsqu'elle paroît
ans les grandes chaleurs de l'Eté, elle mar-
ue du changement de tems, ou même sou-
ent de l'orage, selon le dire des ouvriers.

Suivant ce que nous venons de rapporter,
est assés vraisemblable que le Tan qui a
rvi à tanner les Cuirs, est la matrice de
ette Végétation. Car en effet la Chaux qu'on
nploye pour faire tomber le poil des Cuirs,
s sels, les huiles, & les soufres contenus
ans les Cuirs, joints à l'acide du Tan,
acérés ensemble dans des fosses pendant
usieurs mois, & dont le Tan a été parfai-
ment imbibé, contient des substances, qui
dées de l'air, sont toûjours prêtes à fer-
enter, & par conséquent à produire la Vé-
tation dont il s'agit.

On sait aussi qu'entre les arbres que nous
nnoissons, le Chêne est celui qui produit une
us grande diversité d'excroissances, de Vé-
tations, ou d'excrémens, ainsi que Jean

Bauhin, l'un de nos plus ſavans Botaniſtes, appelle ces ſortes de productions, & dont il a donné un excellent Traité dans ſon Hiſtoire générale des Plantes. On trouve encore un autre petit ouvrage particulier ſur les productions du Chêne, composé par Jean du Choul, & intitulé *De variâ Quercûs hiſtoriâ*, imprimé à Lyon en 1555. Mais il paroît par les Ecrits de ces Auteurs, que de leur tems on n'avoit point obſervé la fleur de la Tannée, ni connu les deux productions extraordinaires vûes ſur le Chêne, & rapportées dans les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences en l'année 1692, dont ces Hiſtoriens auroient ſans doute fait mention, ou depuis eux d'autres Phyſiciens, s'ils en avoient eu connoiſſance.

Pour donner une plus grande intelligence de ces anciens Mémoires de 1692, je me ſervirai par occaſion de celui-ci, quoiqu'il n'ait du rapport aux précédentes obſervations, qu'à cauſe que les unes & les autres ſont faites ſur le Chêne. Pour cet effet nous ferons d'abord remarquer, qu'on doit bien prendre garde de ne pas confondre ces deux productions extraordinaires avec celles qui ſont cauſées par des picquures que les inſectes font quelquefois en dépoſant leurs œufs ſur des Plantes, leſquelles picquures nous étoient parfaitement connues, lorſque nous fimes ces obſervations, ainſi qu'on pourra le voir par la lecture deſdits Mémoires. L'attention particuliere que nous eumes enſuite à examiner ce fait dans le tems, prouve ce que j'ai avancé à l'égard de ces productions, ayant alors

lors bien observé la consistance des globules
ormés par les Végétations, où nous avons
récisément dit dans cet article, que nous ne
rouvâmes dans ces deux productions aucune
pparence ni d'œufs, ni de vers, ni de mou-
herons, ni d'aucun autre corps étrange. On
oit aussi considérer comme chose particu-
ére à ce fait, les petites feuilles que nous
emarquâmes sur les filets qui soûtenoient
es globules, lesquels filets n'étoient point
ertainement des chatons ou fleurs du Chê-
e, puisque les chatons du Chêne ne portent
oint de feuilles, & qu'ils ne paroissent ja-
ais qu'au Printems, & tombent incontinent
près; & que ce fut au contraire dans la sai-
on de l'Automne que nous fimes les deux
bservations citées ci-dessus, & dans lesquel-
es j'ai rapporté les faits tels que je les ai
ueillis & examinés sur les Chênes, ce qui
t enfin plus amplement énoncé & figuré,
nsi qu'on le pourra voir dans ces anciens
Mémoires.

Pour revenir à ce qui fait le principal ob-
et du présent Mémoire, je dirai que j'ai ba-
ncé avant de me déterminer, pour savoir
ous quel genre de Plante on devoit ranger
ette Végétation, parce que je n'y ai pu re-
arquer les parties essentielles qui ordinaire-
ent caractérisent les Plantes. Mais quoique
uelques Botanistes modernes appellent abusi-
ement ces sortes de productions, des Plan-
s imparfaites, cependant notre Végétation
omparée à l'Eponge reconnue pour Plante,
dans laquelle on n'apperçoit presque ni
cines, ni feuilles, ni fleurs, ni même de

graines, non plus que dans notre Plante, qui par son port & par sa structure, tant extérieure qu'intérieure, a infiniment plus de ressemblance à l'Eponge qu'à toute autre Plante connue; je me suis enfin déterminé à la ranger sous le genre de l'Eponge, & ainsi nous la nommerons *Spongia fugax, mollis, flava & amœna, in pulvere coriario nascens.*

Je tâcherai de continuer cette observation, suivant que notre Plante paroîtra; laquelle d'ailleurs les Tanneurs m'ont assûré n'avoir jamais vû croître sur du Tan neuf. Et si par la suite nous pouvons faire quelques nouvelles expériences sur la génération de ce Phénomene botanique si passager, mais toutefois constant & régulier dans sa maniere de naître, nous en rendrons compte à la Compagnie.

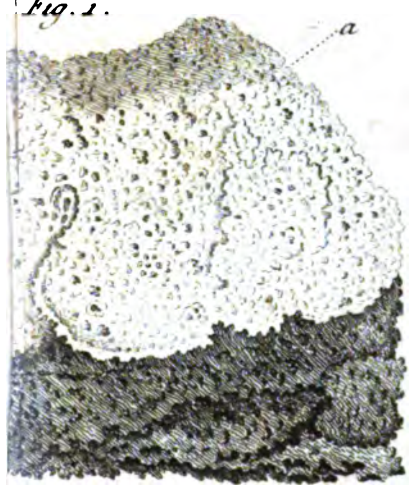
NOUVELLE MANIERE DE DEVELOPPER LES COURBES.

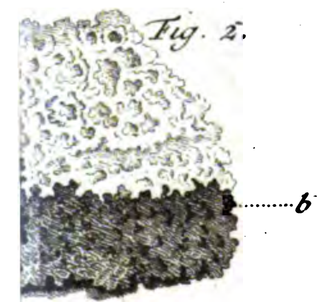
Par M. DE MAUPERTUIS.

SOIT la Courbe OMF* enveloppée d'un fil: si l'on développe cette Courbe, soit vers la concavité, soit vers la convexité, de maniere que la partie MF du fil soit toûjours appliquée sur la Courbe; & que tirant le bout du

* Fig. 1.







… amoena, in pulvere coriario nascens.

du fil à travers l'anneau mobile M, la partie du fil ML, $M\Lambda$ qui quitte la Courbe lui soit toûjours perpendiculaire, l'extrémité du fil L ou Λ décrira dans ce mouvement une nouvelle Courbe OL, $O\Lambda$; & si le fil est plus long que la Courbe d'une quantité donnée LL^2, $\Lambda\Lambda^2$, l'extrémité du fil décrira les Courbes AL^2, ou $\alpha\Lambda^2$. Voilà une nouvelle maniere de développer les Courbes nouvelles, dont nous allons examiner les propriétés générales; celles qui sont indépendantes de la nature de la Courbe qu'on développe, soit que ce développement se fasse sur des Courbes géométriques ou transcendantes, rectinables ou non.

Pour plus grande généralité, je suppose que le fil est plus long que la Courbe, de la quantité a; lorsqu'il sera égal à la Courbe, il n'y aura qu'à effacer les termes où se trouvera a.

* Soit MC un rayon de la Développée à l'ordinaire de la Courbe OMm, & mC un autre rayon infiniment proche, qui rencontre le premier au point C: ces deux rayons rencontrent les Courbes AL, $\alpha\Lambda$ aux points Ll, $\Lambda\lambda$. Ayant décrit du centre C de l'intervalle CL, $C\Lambda$, les petits Arcs LB, $\Lambda\beta$, par la nature de notre développement, l'on aura toûjours $Bl = Mm = \beta\lambda$; & nommant le rayon de la Développée à l'ordinaire

$$MC = r$$
$$\text{l'Arc } OM = s$$

l'on

* Fig. 2.

l'on aura $r : du :: r - u - a : \frac{\overline{r - u - a}}{r} du = BL$

$$r : du :: r + u + a : \frac{\overline{r + u + a}}{r} du = \beta A.$$

Et à cause des Triangles semblables BLL, MTl, l'on aura pour le développement vers la concavité

$lB : BL :: LM : MT$

$$du : \frac{\overline{r - u - a}}{r} du :: u + a : \frac{ru - uu - 2au + ar - aa}{r} = MT$$

soutangente de la Courbe qui resulte du développement, prise sur la tangente de celle qu'on développe. L'on voit donc que cette soutangente est la quatrieme proportionnelle aux trois lignes; le rayon de la Développée à l'ordinaire MC : sa partie CL terminée par la Courbe qui résulte du développement : : & le reste de ce rayon LM compris entre les deux Courbes.

Si le développement se fait vers la convexité, l'on aura, à cause des Triangles semblables $\lambda\beta\Lambda$, $\Lambda M\tau$,

$\lambda\beta : \beta\Lambda :: \Lambda M : M\tau$

$$du : \frac{\overline{r + u + a}}{r} du :: u + a : \frac{ru + uu + 2au + ar + aa}{r} = M\tau.$$

La soutangente est la quatrieme proportionnelle à ces trois lignes; le rayon de la Développée MC : ce rayon prolongé jusqu'à la Courbe qui resulte du développement $C\Lambda$: : & le prolongement de ce rayon ΛM compris entre les deux Courbes.

Et la différence $T\tau$ des deux soutangentes, est

est $2.\ \frac{\overline{u+a}^2}{r}$, c'est-à-dire, double de la troisieme proportionnelle au rayon MC de la Développée à l'ordinaire : & à la partie ML ou $M\lambda$ du fil qui a quitté la Courbe.

Faisant toûjours $MC = r$, l'on a trouvé

$BL = \frac{\overline{r-u-a}}{r} du.$

L'on aura donc vers la concavité, le petit Trapeze $MmBL = \frac{\overline{Mm+BL} \times ML}{2}$

$$= \frac{du + \frac{\overline{r-u-a}}{r} du \times \overline{u+a}}{2} = \frac{2ru - 2au - uu + 2ar - aa}{2r}$$

$du.$

Vers la convexité, l'on a trouvé $\beta\lambda$

$= \frac{\overline{r+u+a}}{r} du.$

L'on aura donc le petit Trapeze $Mm\beta\lambda$

$$= \frac{du + \frac{\overline{r+u+a}}{r} du \times \overline{u+a}}{2} = \frac{2ru + 2au + uu + 2ar + aa}{2r}$$

$du.$

L'intégrabilité de chaque espace compris entre les Courbes qui résultent du développement & celle qu'on développe, dépendra de la nature de celle qu'on développe, & aucun de ces deux espaces n'est quarrable généralement, pas même en supposant la rectification de la Développée. Cependant les deux espaces pris ensemble, celui qui résulte du développement vers la concavité, & celui

du développement vers la convexité, ont une quadrature absolue, en supposant la rectification de la Courbe qu'on développe.

Car joignant les deux Trapezes $MmBL$, $Mm\beta\lambda$, l'on a $\overline{\frac{4rn+4ar}{2r}}\, dn = \overline{2n+2a}\, dn$, dont l'intégrale est $nn+2an$ pour l'espace $AL\lambda\alpha$.

Voici pourquoi les deux espaces pris ensemble, sont toûjours quarrables, en supposant la rectification de la Courbe qu'on développe.

* Si l'on suppose que la ligne qu'on développe, soit la droite OM, les rayons de la Développée MC devenant paralleles, il est clair que l'on a $BL=b=Mm=\beta\lambda=\beta\lambda=dn$; les lignes OM, λL, croissent l'une & l'autre en progression arithmétique; l'espace $\alpha AL\lambda$ sera égal à la somme de tous les petits rectangles $\lambda LB\beta$, ou au quarré de $OM+2$ $\overline{OA}\times\overline{OM}$. Aussi alors a-t-on pour le petit rectangle, qui est l'élément de cet espace, $Mm\times\lambda L=dn\times\overline{2n+2a}$, dont la somme est $nn+2an$; celle que nous venons de trouver pour l'espace $\alpha AL\lambda$.

† Mais si la droite OM vient à se courber, alors λl & λL n'étant plus paralleles, Mm devient plus petit que $\lambda\beta$, & plus grand que LB, & est précisément autant moindre que $\lambda\beta$, qu'il est plus grand que LB, à cause de $ML=M\lambda$: le rayon eE venant dans la situation

* Fig. 3. † Fig. 4.

tion βB, change le petit rectangle en Trapeze, & diminue ce petit rectangle vers la concavité, de ce qu'il l'augmente vers la convexité. Car on voit assés que le petit Triangle mBE est égal à $m\beta\epsilon$, à cause de mB, ou $ml = m\beta$, ou $m\lambda$. L'on peut donc considérer le petit Trapeze $\lambda\beta BL$, comme si c'étoit le rectangle $\lambda\epsilon EL$, & que la ligne λL parcourût la ligne OM, faisant toûjours des Angles droits avec elle ; & l'une & l'autre croissant en proportion arithmétique, la courbure de la ligne OM ne change plus rien, & l'on a la même aire que l'on auroit, si la ligne OM étoit redressée.

* Si maintenant on développe la Courbe OM à l'ordinaire, c'est-à-dire, par un fil touchant, & plus long que la Courbe, de la même quantité a, le petit secteur Sms formé par le développement d'un côté Mm de la Courbe considérée comme Polygone, sera toûjours égal au petit Triangle BmE ou $\beta m\epsilon$. Car à cause des secteurs semblables MCm, Sms, l'on aura

$$MC : Mm :: MS : Ss.$$

$$r : du :: \overline{u+a} : \frac{\overline{u+a}}{r} du = Ss.$$

Et pour le petit Triangle Sms, $\frac{Ss \times MS}{2}$
$= \frac{\frac{\overline{u+a}}{r} \times \overline{u+a}}{2} du = \frac{\overline{uu + 2au + aa}}{2r} \times du$, qui est la moitié de la différence des deux Trapezes

* Fig. 4.

zes $MLBm$, $M\lambda\beta m$, élémens des deux espaces, l'intérieur & l'extérieur. Ce que l'on voit aussi sans calcul, par l'égalité des angles BmE, & des côtés mB, mS.

Donc l'espace formé par le développement à l'ordinaire, c'est-à-dire l'espace GMS, est la moitié de la différence des deux espaces de notre développement.

Mais de plus les petits Triangles BmE ($\overline{\frac{uu+2au+aa}{2r}}\,du$) sont ce qui empêche que les espaces de notre développement ne soient généralement quarrables, pris séparément, en supposant la rectification de la Courbe qu'on développe. Car si l'on ajoûte BmE au Trapeze du développement intérieur $MLBm$, ou qu'on l'ôte du Trapeze du développement extérieur $M\lambda\beta m$, ces Trapezes deviendront des rectangles, dont les hauteurs ML, $M\lambda$ croissant comme les parties de la Courbe OM qui sont les bases, formeront de chaque côté un espace quarrable.

Donc l'espace intérieur de notre développement $OALM$ plus l'espace du développement de M. *Hugens*, GMS, c'est-à-dire, l'espace $OALMSGOM$; comme aussi l'espace extérieur $O\alpha\lambda M$ moins l'espace GMS sera toûjours quarrable, en supposant la rectification de la Courbe qu'on développe. Ce que l'on voit aisément par les élémens de ces espaces.

L'on a trouvé pour le Trapeze de l'espace intérieur, $MLBm = \overline{\frac{2ru+2ar-2au-uu-aa}{2r}}\,du$.

Pos

Pour le Triangle, élément de l'espace du développement de M. *Huigens*, SMs

$= \frac{uu + 2au + aa}{2r} du.$

Si l'on ajoûte ensemble ces deux élémens, l'on aura $\overline{u + a}\, du$, & $\frac{1}{2} uu + au$ pour la somme des deux espaces $OALM + GMS$.

De même l'on a trouvé pour le Trapeze de l'espace extérieur, $M\Lambda\beta m$

$= \frac{2ru + 2ar + 2au + uu + aa}{2r} du.$

Si de ce Trapeze l'on ôte le Triangle SMs, l'on aura $\overline{u + a}\, du$, & $\frac{1}{2} uu + au$ pour la différence des deux espaces $O\alpha\Lambda M - GMS$.

Toutes ces propriétés sont indépendantes de la nature de la Courbe qu'on développe, & subsistent, soit qu'elle soit géométrique, ou méchanique; rectifiable, ou non.

Voici maintenant quelques applications à des Courbes particulieres.

I.

* Si la Courbe que l'on développe est un Cercle, l'on a trouvé pour l'élément de l'espace intérieur $OALM$,

$\frac{2ru + 2ar - 2au - uu - aa}{2r} du$; Et pour l'élément de l'espace extérieur $O\alpha\Lambda M$,

$\frac{2ru + 2ar + 2au + uu + aa}{2r} du$. Et le rayon de la

Dé-

* Fig. 5.

Développée à l'ordinaire étant conſtant, chacun de ces élémens ſera intégrable, en ſuppoſant la rectification du Cercle.

Et faiſant le rayon du Cercle $r=b$, l'on aura pour l'eſpace du développement vers la concavité,

$$OALM = \frac{bu^2 + 2abu - au^2 - \frac{1}{3}u^3 - aau}{2b}.$$

Et pour l'eſpace du développement vers la convexité,

$$O\alpha\Lambda M = \frac{bu^2 + 2abu + au^2 + \frac{1}{3}u^3 + a^2u}{2b}.$$

Et pour la ſomme des deux eſpaces, ou l'eſpace entier, $AL\Lambda\alpha = uu + 2au$.

Et pour leur différence, $\frac{au^2 + \frac{1}{3}u^3 + a^2u}{b}$.

Et comme nous avons trouvé que la moitié de cette différence eſt égale à l'eſpace formé par le développement de M. *Huigens*, l'on aura l'eſpace $GMS = \frac{au^2 + \frac{1}{3}u^3 + a^2u}{2b}$; & lorſque le fil n'excéde point l'arc, * $GMS = \frac{u^3}{6b}$.

D'où l'on voit que dans la Courbe qui réſulte du développement du Cercle à la maniere de M. *Huigens*, lorſque le fil eſt égal à l'arc, l'eſpace OMS eſt égal au cube de l'arc OM diviſé par le triple du diametre.

Et ſuppoſant la circonférence du Cercle $=$, l'on aura l'eſpace total $OSBOMO = \frac{c^3}{6b}$, qui

eſt

* Fig. 6.

eſt à l'eſpace total circulaire, comme le quarré de la circonférence eſt au triple du quarré du rayon.

Car l'aire du Cercle $= \frac{cb}{2}$, & $\frac{c^3}{6b} : \frac{cb}{2} :: c^2 : 3bb$.

II.

* Si l'on développe la Cycloïde par ſon ſommet; faiſant le rayon du Cercle générateur $= b$, $OP = x$, l'on aura la corde $OK = \sqrt{2bx}$ & l'arc de la Cycloïde $OM = u = 2\sqrt{2bx}$; & comme l'on a trouvé pour la ſomme des deux eſpaces,

$$uu + 2au.$$

l'on aura l'eſpace entier $ALAa = 8bx + 4a\sqrt{2bx}$. & lorſque $x = 2b$, c'eſt-à-dire, lorſqu'on a dévéloppé la demie Cycloïde OMF, l'on a l'eſpace,

$$ALAa = 16bb + 8ab.$$

†2°. Si l'on développe la Cycloïde par ſon extrémité; & que faiſant toûjours le rayon du Cercle $= b$, l'on faſſe $FI = x$, $FK = \sqrt{2bx}$, l'on aura l'arc $OM = u = 4b - 2\sqrt{2bx}$; & ſubſtituant cette valeur de u dans la ſomme des 2 eſpaces, l'on aura pour l'eſpace entier $ALAa = 16bb - 16b\sqrt{2bx} + 8bx + 8ab - 4a\sqrt{2bx}$; & lorſque $x = o$, c'eſt-à-dire, lorſqu'on a développé la demi-Cycloïde, l'on a l'eſpace,

$ALAa$

* Fig. 7. † Fig. 8.

$$ALA\alpha = 16bb + 8ab.$$

Les 2 espaces du développement entier de la demi-Cycloïde sont donc égaux, soit qu'on commence le développement par le sommet ou par l'extrémité ; & dans l'un & l'autre cas, lorsque le fil n'excéde point la Courbe, ces espaces sont égaux au Quarré du double du diametre du Cercle générateur.

III.

* Si l'on développe la seconde parabole cubique dont l'Equation est ($qxx = y^3$) par un fil qui excéde la Courbe de $\frac{8q}{27}$, c'est-à-dire $a = \frac{8q}{27}$; l'on a, comme l'on sait, l'Arc

$$OM = u = \frac{1}{27q^{\frac{1}{2}}} \times \overline{4q + 9y}^{\frac{3}{2}} - \frac{8q}{27} ; \text{ \& sub-}$$

stituant dans $uu + 2au$, expression générale de l'espace $ALA\alpha$ parcouru par le fil, pour u & pour a leurs valeurs, l'on trouvera

$$ALA\alpha = \frac{48qy}{81} + \frac{108y^2}{81} + \frac{y^3}{q} = \frac{16qy}{27}$$

$$+ \frac{4yy}{3} + \frac{y^3}{q}.$$

Voici maintenant la maniere de trouver la nature des Courbes produites par notre développement.

† Soit

* Fig. 9.

† Soit dans la Courbe OM que lon developpe,

$OP = x$	$AN = t$	$\alpha\nu = t.$
$PM = y$	$LN = z$ ou	$\Lambda\nu = z.$
$OA = a$	$MD = y - z$	$M\Delta = z - y.$
$OM = u$	$DL = a + t - x$	$\Delta\Lambda = a + t + x$

$ML = a + u = M\Lambda.$

Soient par les points L, Λ, que décrit le fil, tirées les lignes LD, $\Lambda\Delta$, paralleles à AP; l'on aura à cause des Triangles semblables MRm, MDL, $M\Delta\Lambda$.

$$MR : Rm :: \begin{cases} MD : DL \\ M\Delta : \Delta\Lambda \end{cases}$$

$$dx : dy :: \pm y \mp z : a + t \mp x$$

$$RM : Mm :: \begin{cases} DL : ML \\ \Delta\Lambda : M\Lambda \end{cases}$$

$$dy : du :: a + t \mp x : a + u.$$

D'où l'on tire

$$\overline{a + t \mp x}.\ dx = \overline{\pm y \mp z}.\ dy.$$

$$\overline{a + t \mp x}.\ du = \overline{a + u}.\ dy.$$

Ces Equations expriment le rapport des coördonnées de la Courbe qu'on développe, aux coördonnées de la Courbe qui résulte du développement; soit vers la concavité, soit vers la convexité.

Il

† Fig 10.

Il est clair qu'afin que la Courbe qui résulte du développement soit géométrique, il faut que celle qu'on développe soit géométrique, & de plus rectifiable. Dans tous les autres cas, la Courbe qui résulte du développement sera méchanique.

JE ne saurois finir sans appliquer ce développement à la Spirale logarithmique; & ce sera un exemple du développement des Courbes dont les ordonnées partent d'un pôle.

* Sóit la Spirale logarithmique *AM*, dont l'ordonnée $AM = y$; & dont l'Equation est $n\,dx = m\,dy$. $m < n$.

L'on sait qu'ayant tiré par *A* la droite *TC* perpendiculaire à *AM*, la tangente *MT* est égale à la Courbe *AM*; & le rayon *MC* de la Développée à l'ordinaire va rencontrer son infiniment proche *mC* au point *C* sur cette perpendiculaire, & y forme un des points de la Développée de M. *Huigens* qui est la même Spirale logarithmique.

Si l'on développe maintenant la Courbe *AM* vers la concavité par un fil perpendiculaire, & égal à l'arc *AM*; ayant tiré par *L* point que le fil trace, la ligne *LD* parallele à *AC*, il est évident que les Triangles *MRm*, *MTA*, *MAC*, *MDL* sont semblables: mais *MDL* est égal à *ATM* à cause de *ML* = l'arc *AM* = *MT*.

L'on

* Fig. 11.

L'on a donc $AM = y = DL$.

$$Mm = \frac{dy}{n} \sqrt{m^2 + n^2} = Bl.$$

$$\text{L'arc } AM = \frac{y}{n} \sqrt{m^2 + n^2} = ML.$$

$$MC = \frac{y}{m} \sqrt{m^2 + n^2}.$$

$$LC = \frac{\overline{ny - my}}{mn} \sqrt{m^2 + n^2}.$$

$$AD = \frac{ny - my}{n}.$$

Et à cause des secteurs semblables,

$$CM : Mm :: CL.$$

$$\frac{y}{m}\sqrt{m^2 + n^2} : \frac{dy}{n}\sqrt{m^2 + n^2} :: \frac{\overline{ny - my}}{mn}\sqrt{m^2 + n^2}$$

$$: LB.$$

$$:: \frac{\overline{n - m}\,dy}{n^2} \sqrt{m^2 + n^2}$$

Et faisant $AL = z$.

$LP = dt$.

L'on aura

$LB^2 + lB^2 = LP^2 + lP^2$, qui donne l'Equation.

$$(A)\ \overline{m^4 - 2m^3n + 3m^2n^2 - 2mn^3 + 2n^4}.dy^2 = n^4. dz^2 + dt^2.$$

L'on a de plus, à cause de $AD^2 + DL^2 = AL^2$,

$$\overline{2n^2 - 2mn + m^2}.\ y^2 = n^2 z^2.$$

D'où l'on tire

$$\overline{2n^2 - 2mn + m^2}.\ dy^2 = n^2 dz^2.$$

Et

Et substituant cette valeur de dy^2 dans l'Equation *A*, l'on trouvera

$$m\,dz = n\,dt.$$

qui fait voir que la Courbe qui résulte de notre dévelopement, est la même Spirale logarithmique ; qui se trouve ici placée entre celle qu'on dévelope, & la Dévelopée à la maniere de M. *Huigens*.

* Il peut arriver différens cas ; lorsque $m > n$, le fil se croise auparavant de décrire la Courbe qui résulte du dévelopement ; qui cependant est encore la même spirale Logarithmique.

Enfin lorsque $m = n$ les points *L* & *C* se réunissent, & la nouvelle Spirale logarithmique tombe sur la Dévelopée de M. *Huigens*.

Dans tous ces cas, si l'on dévelope la Spirale logarithmique *A M* par la convexité, la nouvelle Spirale *A* A sera toujours la même que celle qu'on dévelope.

Voilà encore une nouvelle merveille ajoûtée à une Courbe, à qui ses singulieres propriétés avoient déja fait donner le nom de *Spirale merveilleuse*.

* Fig. 12.

EX-

Fig. 1.

Fig. 3.

EXPLICATION DES TABLES DU PREMIER SATELLITE DE JUPITER;

Avec des Réflexions sur le mouvement de ce Satellite.

Par M. MARALDI. *

LEs Tables des Satellites de Jupiter que feu M. Cassini a publiées en 1693, contiennent deux Méthodes de calculer leurs Eclipses. Dans l'une, il employe les moyens mouvemens ; & dans l'autre, il se sert de leurs révolutions. Dans la premiere il suppose l'orbe de chaque Satellite à peu près concentrique à Jupiter, autour duquel le Satellite se meut également, parcourant des parties égales en tems égaux. Il considere une ligne droite, qui partant du centre de leurs moyens mouvemens, est parallele à celle qui étant tirée du centre du moyen mouvement de Jupiter, va au commencement d'*Aries*. Cette ligne qui part du centre de Jupiter, marque dans l'orbe de chaque Satellite un point qui sera le premier point d'*Aries*. C'est

* 15 Janv. 1727.

C'eſt de ce point que commence la diviſion de leurs cercles en douze Signes du même nom que ceux du Zodiaque, & qui eſt pris pour terme des moyens mouvemens de chaque Satellite, comme l'on fait communément à l'égard de tous les mouvemens céleſtes; ainſi un Satellite aura fait le cercle entier, ou le tour du Zodiaque à l'égard du centre de Jupiter, quand il ſera retourné à ce point de ſon orbite après en être parti.

Quand donc Jupiter par ſon mouvement ſera au premier degré d'*Aries*, & qu'un Satellite ſe trouvera avec Jupiter dans ſa conjonction ſupérieure, le Satellite aura la même longitude que Jupiter; le Satellite ſera en *Cancer*, quand à l'égard du même point, il aura parcouru la quatrieme partie de ſon cercle, & en *Libra* quand il en aura parcouru la moitié; ainſi des autres. On conſidere donc les moyens mouvemens des Satellites à l'égard du centre de leurs cercles, comme l'on fait les moyens mouvemens des autres Planetes à l'égard du point où ſe fait ce mouvement.

Je ne m'arrêterai point à faire voir les principes ſur leſquels eſt fondée la méthode de calculer leurs Eclipſes par les moyens mouvemens: il ſuffira d'expoſer ceux que ſuppoſe la ſeconde méthode, qui eſt beaucoup plus facile que la premiere, & qui ſe fait par l'addition & par la ſouſtraction de certains nombres, dont on ne voit pas d'abord la raiſon. L'explication de la ſeconde méthode ſervira à faire voir les principes qu'on ſuppoſe dans la premiere, & qui ſont les mêmes dans l'une

&

& dans l'autre, quoiqu'on les employe d'une maniere un peu différente.

Dans la seconde méthode de calculer les Eclipses du premier Satellite, on employe ses révolutions autour de Jupiter, qui sont considerées d'une maniere un peu différente que les moyens mouvemens. Car on prend les révolutions, non pas à l'égard du point d'*Aries*, comme l'on fait les moyens mouvemens, mais à l'égard de la ligne qui va du Soleil à Jupiter; & comme cette Planete se meut par son mouvement propre d'Occident en Orient, il résulte que le retour du Satellite à l'égard de cette ligne qui va du Soleil à Jupiter, est un peu plus long qu'à l'égard de la ligne qui est dirigée au commencement d'*Aries*: car afin que le Satellite fasse sa révolution à l'égard de la ligne qui va du Soleil à Jupiter, il faut qu'il parcoure son cercle entier, & de plus une portion de son cercle égale à celle que Jupiter a parcouru dans l'espace d'une révolution du Satellite. Le tems que le Satellite employe à parcourir son cercle, & de plus une portion de son cercle égale à celle que Jupiter parcourt en même tems sur son orbite, est donc appellée révolution du Satellite.

On distingue ces révolutions en moyennes qui sont égales entre elles, & en véritables ou apparentes qui sont inégales; & on se sert des moyennes pour trouver les véritables.

M. Cassini prend les révolutions moyennes à l'égard de la ligne qui marque le moyen mouvement de Jupiter; cette ligne part d'un point pris sur l'Axe de l'orbite de Jupiter

Soleil de l'excentricité de Jupiter ;
ntre de cette Planete. Cette ligne
forte qu'elle fait avec l'Axe de
angle, qui depuis l'Aphélie aug-
ours également en tems égaux juf-
élie, & en fait de même depuis le
fqu'à l'Aphélie.

me ligne du moyen mouvement
olongée jufqu'à la partie fupé-
orbe du Satellite, fait le même
la ligne tirée par le centre de Ju-
lelement à celle de l'Axe de fon
xe de l'ombre de Jupiter où arri-
lipfes des Satellites, fe rencontre
e du vrai mouvement, & elle fait
centre de Jupiter avec la ligne
nouvement, qui eft appellé An-
uation périodique ou de premiere
il augmente depuis l'Aphélie ou
érihélie jufqu'à la moyenne diftan-
n & l'autre terme ; & il diminue,
nt des moyennes diftances jufqu'à
ou jufqu'au Périhélie, où il fe
n.

on de l'orbe du Satellite compris
e du moyen mouvement de Ju-
e du vrai qui fe croifent au centre
eft la mefure de l'angle de l'E-
Jupiter ; il mefure encore l'inéga-
ouvement de l'ombre de Jupiter
du Satellite qui eft la diftance en-
du moyen mouvement, qui fe
ment dans l'orbe du Satellite, &
me de Jupiter. Les révolutions du
feprennent à l'égard de la ligne du
moyen

moyen mouvement de Jupiter ſeront donc égales entre elles, & les révolutions qui ſe terminent à la ligne du vrai mouvement ſeront inégales, & la différence qu'il y a entre les unes & les autres eſt meſurée par le tems que le Satellite employe à parcourir l'arc compris entre ces deux lignes; ce tems ayant la même proportion au tems d'une révolution entiere du Satellite, que cet arc a au Cercle entier. Par les révolutions moyennes on trouve les conjonctions moyennes du Satellite, & les conjonctions moyennes ſervent à trouver les véritables par la différence du tems qu'il y a entre les unes & les autres.

Dans l'Aphélie & dans le Périhélie, les véritables conjonctions concourent avec les moyennes. Quand Jupiter quitte ſon Aphélie & va vers le Périhélie, ce tems ſe ſouſtrait de l'heure de la conjonction ou Eclipſe moyenne, parce que le Satellite dans ſa révolution rencontre l'ombre de Jupiter, où ſe fait l'Eclipſe, avant que de rencontrer le lieu où ſe termine la conjonction moyenne; mais lorſque Jupiter va du Périhélie à l'Aphélie, la différence du tems s'ajoûte au tems de la moyenne conjonction, parce qu'en ce cas le Satellite rencontre la ligne du moyen mouvement avant que d'arriver à l'ombre: par cette Equation les conjonctions véritables accelerent, & les révolutions du Satellite ſont plus courtes que les moyennes depuis l'Aphélie juſqu'aux moyennes diſtances; mais depuis ce terme juſqu'au Périhélie, les conjonctions retardent & les véritables révolutions ſont plus longues que les moyen-

nes; depuis le Périhélie jusqu'à l'Aphélie, il arrive le contraire de ce qui a été remarqué dans le premier demi-cercle.

Pour distribuer cette inégalité aussi-bien que les autres qui se trouvent dans le mouvement du premier Satellite, M. Cassini a cru que la maniere la plus commode pour le calcul des Eclipses, étoit de donner dans des Tables la partie de ces inégalités qui convient à chaque revolution; car comme les Eclipses sont ce qu'il y a de plus important à observer dans le mouvement des Satellites, il n'y a rien aussi qui facilite davantage le calcul de ces Eclipses, que d'avoir ces Equations calculées pour le tems de chaque Eclipse: par-là on n'a pas besoin de prendre des parties proportionelles; on voit aussi-tôt la différence de chaque révolution moyenne à l'égard de la véritable, & on tire la vraye révolution suivante, de la précédente.

Pour cet effet, il s'est avisé par un art très-ingenieux de diviser l'Orbe de Jupiter en autant de parties qu'il y a de révolutions ou d'Eclipses du premier Satellite dans le tems que Jupiter employe à parcourir son Orbe, après avoir déterminé par la comparaison des observations des plus anciennes Eclipses avec les modernes, le nombre des révolutions comprises entre les unes & les autres. Voici de quelle maniere il s'y est pris.

On trouve qu'en 12 années Juliennes 22^h 42' 12'' le premier Satellite fait 2477 retours à l'ombre de Jupiter, comme il paroît par la Table des révolutions des années.

En 12 années Juliennes Jupiter fait une ré-

révolution par le Zodiaque & de plus 4° 21′ 24″, comme il est constant par les Tables les plus exactes de cette Planete; en 22ʰ 42′ 12″, tems que 2477 révolutions surpassent 12 années Juliennes, Jupiter par son moyen mouvement fait 4′ 42″; donc en 12 années Juliennes 0 jours 22ʰ 42′ 12″ égales à 2477 révolutions du premier Satellite, Jupiter parcourt son cercle entier & de plus 4° 26′ 6″; mais le mouvement de l'Aphélie de Jupiter en 12 années est 10′ 6″, suivant l'ordre des Signes; donc en 12 années Juliennes 22ʰ 41′ égales à 2477 révolutions du premier Satellite, le mouvement de Jupiter à l'égard de son Aphélie, outre le cercle entier, est de 4° 16′.

Maintenant le premier Satellite de Jupiter fait 29 révolutions en 51 jours 7ʰ 49′ 24″, comme il paroît par la Table des mois. Dans cet intervalle le moyen mouvement de Jupiter est 4° 16′, égal par conséquent à l'excès que le mouvement de Jupiter fait en 2477 révolutions. Si l'on ôte ces 29 révolutions de 2477, on aura 2448 révolutions précisément égales au tems d'une révolution de Jupiter à l'égard de son Aphélie.

Supposant donc que le Satellite acheve ce nombre de révolutions dans le retour de Jupiter à son Périhélie, on donne calculée dans la Table qui commence à la page 21 & finit à la page 38, la partie de l'Equation de Jupiter qui convient à chaque révolution, en commençant du Périhelie, & passant successivement par toutes les révolutions jusqu'à l'Aphélie.

Ce nombre de 2448 par une rencontre heureuse se trouve commode pour cette distribution, à cause du grand nombre des parties aliquotes qu'il contient ; car puisque 2448 représente le Cercle entier de l'anomalie de Jupiter, 1224 en donne le demi-Cercle, 612 en donne le quart ou trois Signes, 408 deux Signes, 204 un Signe, 34 révolutions, 5 degrés; ainsi des autres, comme l'on peut voir dans la Table qui est à la page 20.

Pour calculer l'Equation qui convient à chaque révolution du Satellite, on a supposé celle qui se trouve dans les Tables qui représentent mieux les observations de Jupiter; différentes Tables la faisant un peu différente. Pour cette recherche on a préféré les Tables Rudolphines qui supposent cette Equation dans les moyennes distances, où elle est plus grande, de 5°. 30′, & sa distribution par l'Orbe de Jupiter comme elle est supposée par Kepler; ayant donc calculé l'Equation de Jupiter qui convient à chaque révolution du premier Satellite à commencer du Périhelie, on l'a convertie en tems, en raison d'un jour 18 heures 28 minutes 36 secondes pour 360 degrés. Ce tems calculé pour chaque révolution, qui marque la différence entre les Eclipses moyennes & véritables, va en augmentant depuis le Périhélie jusques aux moyennes distances, où il est 39′ 8″, comme l'on peut voir par la Table qui commence à la page 21, où le nombre premier qui est dans la premiere colomne, marque le nombre des révolutions à commencer du Périhélie; & les minutes & secondes qui y ré-

répondent dans la seconde colomne, sont ce qu'il faut ajoûter aux révolutions moyennes pour avoir les véritables depuis o jusqu'au nombre 1224, & ce qu'il faut ôter des moyennes pour avoir les véritables depuis le nombre 1224 jusqu'à 2448; ainsi le nombre premier marque le nombre des révolutions du premier Satellite depuis le Périhélie de Jupiter, & les minutes & secondes qui répondent au nombre premier sont l'Equation de Jupiter convertie en tems qui convient aux mêmes révolutions. Voilà l'explication du nombre premier & de l'Equation qui se prend par le moyen de ce nombre; on donnera dans la suite l'explication du nombre second qui est dans la troisieme colomne de la même Table.

Après avoir cherché la premiere inégalité des révolutions, il est nécessaire de savoir en quel endroit du Ciel cette inégalité doit commencer, ce qui dépend du lieu où se trouve le Périhélie de Jupiter dans le Zodiaque, & du tems auquel cette Planete y passe.

Les Astronomes ne s'accordent pas dans la situation du Périhélie de Jupiter, à cause de la grande difficulté de le déterminer avec précision; & la différence qu'il y a dans cette détermination entre divers Astronomes est si grande, qu'elle peut produire une erreur de 4 ou 5 minutes de tems dans le calcul des Eclipses du premier Satellite. Dans cette diversité d'hypotheses, M. Cassini a suivi celle qui s'approchoit le mieux de ce qu'il avoit déterminé lui-même, & qui en même tems représentoit plus précisément les Eclipses du pre-

premier Satellite. Il suppose donc le lieu du Périhélie de Jupiter en 1700 au 10° 20' de *Libra*, d'où il résulte que Jupiter passa par cet endroit l'an 1702 le 13 d'Octobre; ainsi ce jour-là de l'an 1702, le nombre premier fut 2448 ou zero. Pour trouver quel étoit le nombre premier en 1700 qui est l'époque qu'il a prise dans ses calculs, il faut considérer que depuis le commencement de l'année 1702 jusqu'au 13 d'Octobre il y a 162 révolutions du premier Satellite, & qu'en deux années Juliennes comprises depuis 1700 jusqu'en 1702 il y a 413 révolutions; donc depuis le commencement de l'année 1700 jusqu'au 13 d'Octobre 1702, il y a 575 révolutions du premier Satellite, qui étant ôtées de 2448 on aura 1873, époque du nombre premier pour le commencement de l'année commune 1700, telle qu'elle est dans les préceptes : par un semblable raisonnement on trouvera le nombre premier pour l'année 1600, ou pour toute autre époque que l'on voudra.

Après l'explication du nombre premier qui sert à trouver la premiere inégalité des révolutions du premier Satellite, il faut rendre raison du nombre second, qui sert à connoître la seconde inégalité; car les Eclipses du premier Satellite ne sont pas seulement sujettes à l'inégalité qui dépend du mouvement de Jupiter, elles en ont encore une seconde dont la période s'acheve au retour de Jupiter à la même situation du Soleil vue de la Terre.

Le tems du retour de Jupiter à son opposition, ou à sa conjonction avec le Soleil, est in-

inégal par deux causes différentes; l'une dépend de l'inégalité du mouvement de Jupiter sur son orbite; l'autre du mouvement du Soleil autour de la Terre, ou de la Terre autour du Soleil: mais le tems dans lequel se fait une révolution moyenne qui n'est pas sujette à ces inégalités, est d'une année commune, 34 jours & près de deux heures, ou de 399 jours & près de deux heures. Dans l'intervalle d'une année, 33 jours 5^h $16'$ il y a 225 revolutions du premier Satellite; donc entre le retour moyen de Jupiter à l'opposition, & 225 révolutions du premier Satellite, il y a 20 heures 34 min. de différence, dont les 225 révolutions sont plus courtes: ces 20 heures 34 min. font quatre dixiemes de révolution; donc le tems du retour de Jupiter à son opposition moyenne est mesuré par 225 révolutions moyennes du premier Satellite & $\frac{4}{10}$. On prend le jour de l'opposition de Jupiter avec le Soleil pour époque de ces révolutions qui sont désignées par le nombre second; ainsi le nombre second marquera le nombre des révolutions depuis l'opposition de Jupiter avec le Soleil qui la précéde; ce nombre se termine à l'opposition suivante, & il sert à régler la seconde inégalité qui convient à chaque révolution.

Mais pour faire la distribution de la seconde inégalité à chaque révolution, il faut connoître quelle est la plus grande, en quel endroit elle arrive, & par quelles règles elle varie. M. Cassini a conclu la plus grande inégalité par celle qu'il a trouvée près des quadratures de Jupiter avec le Soleil; car

ayant calculé en cet endroit les Eclipses du premier Satellite par rapport aux époques qu'il avoit établies dans les oppositions, il a reconnu que les conjonctions calculées par la premiere Equation, différoient d'un degré entier, ou un peu plus à l'égard des conjonctions du premier Satellite qu'on trouvoit par les observations immédiates ; de sorte que ce Satellite dans les quadratures a un degré environ d'Equation soustractive à l'égard du mouvement établi dans les oppositions, ce qui lui fit conclure qu'elle alloit en augmentant jusqu'aux conjonctions de Jupiter avec le Soleil, où elle devoit être plus de deux degrés, & le double plus grande que près des quadratures. Le premier Satellite parcourt deux degrés de son orbite en 14′ 10″ de tems; & parce que entre une opposition moyenne de Jupiter avec le Soleil, & la conjonction suivante, il y a la moitié de l'intervalle qui est entre une opposition moyenne & la suivante, égal à 225 revolutions, il suit qu'entre l'opposition & la conjonction il doit y avoir 112 révolutions: c'est par cette raison que dans la Table qui commence à la page 39 au nombre 112 répond 14′ 10″ d'Equation qu'il faudroit faire au Satellite, lorsque Jupiter est en conjonction avec le Soleil, si ces Eclipses étoient visibles en cet endroit. Cette Equation a été distribuée à chaque révolution comprise entre la conjonction & l'opposition de Jupiter, en raison du sinus verse de la distance de Jupiter à l'égard du Soleil vue de la Terre.

Telle est la construction de la Table de la se-

seconde inégalité qui se prend avec le nombre second, qui, comme nous avons déja dit, désigne les révolutions du Satellite depuis l'opposition de Jupiter avec le Soleil jusqu'à la suivante. La Table de cette Equation se trouve à la page 39 & 40.

On remarquera ici que cette Table suppose que le Satellite a la même inégalité à pareilles distances de l'opposition, & que l'Equation qui convient à l'Eclipse d'un Satellite avant l'opposition, est la même que celle qui lui convient dans un pareil nombre de révolutions après l'opposition; mais cela n'est pas toûjours conforme aux observations, ainsi que M. Cassini l'a reconnu lui-même, ce qui a été aussi confirmé par les observations que nous avons continué de faire, & que nous rapporterons dans la suite de ce Mémoire.

Cette Equation est souvent différente non seulement dans la même année à égale distance de l'opposition, mais elle n'est pas la même 12 ans après, lorsque Jupiter retourne au même lieu du Zodiaque. Ces deux mêmes variations qui arrivent à la seconde inégalité s'observent encore dans les trois autres Satellites, & elles sont beaucoup plus sensibles & plus grandes dans ces Satellites que dans le premier, ainsi que nous le ferons voir dans une autre occasion.

A l'égard du nombre second des Tables du premier Satellite, il reste à rendre raison des Equations qu'il y a à faire.

Pour comprendre ces Equations, il faut considérer que si le mouvement de Jupiter étoit égal aussi bien que celui du Soleil, en-

tre une opposition de Jupiter & la suivante il y auroit toûjours le même intervalle de tems, ou un égal nombre de révolutions du premier Satellite, qui est de 225 $\frac{4}{10}$, tel que nous l'avons trouvé ci-dessus : mais parce que le mouvement vrai de ces deux Planetes est tantôt plus vîte, tantôt plus lent que le moyen, il en résulte qu'entre une opposition de Jupiter avec le Soleil & l'autre, il y a tantôt un plus long intervalle de tems, & tantôt un peu plus petit, & par conséquent un plus grand nombre de révolutions que 225, ou un plus petit; & comme la différence entre une opposition & l'autre vient en partie de l'inégalité du mouvement du Soleil, & en partie de celle du mouvement de Jupiter, on considere à part la différence que chacune de ces inégalités y peut apporter.

Pour commencer par celle du Soleil; lorsque cette Planete se trouve dans son périgée ou dans son apogée, ce qui arrive sur la fin de Decembre, & sur la fin de Juin, il ne doit pas y avoir de différence par cette cause entre les révolutions moyennes & les véritables, parce qu'alors le lieu véritable du Soleil concourt avec le moyen; mais à égale distance du périgée & de l'apogée, le lieu moyen du Soleil est différent du véritable de son Equation, qui dans les moyennes distances est près de deux degrés, ce qui arrive sur la fin de Mars & de Septembre : les révolutions véritables doivent donc être différentes des moyennes, & la différence est causée par l'inégalité du mouvement du Soleil, qui est près de deux degrés. Or le Soleil ne parcourt

court ces deux degrés qu'en deux jours; dans ces deux jours il y a une révolution entiere du premier Satellite, & de plus 5^h 31', qui font environ deux dixiemes de révolution: c'est donc là la différence qu'il peut y avoir par cette raison entre les révolutions moyennes & les véritables. C'est pourquoi dans les révolutions qui sont dans la Table des mois, le nombre second concourt avec le premier au commencement de Janvier, pourquoi ils different d'une révolution & deux dixiemes au mois de Mars, & qu'ils concourent de nouveau à la fin de Juin, & enfin pourquoi ils sont de nouveau différens d'une révolution & deux dixiemes à la fin de Septembre.

Il sera aisé de voir pourquoi le nombre second va en augmentant à l'égard du premier depuis le commencement de l'année jusqu'à la fin de Mars, & qu'il diminue ensuite jusqu'en Juillet; pourquoi depuis ce terme le nombre second est plus petit que le premier, & va toûjours en diminuant jusqu'à la fin de Decembre, où le nombre second est le même que le premier.

Il reste à rendre raison du nombre second qui est dans la grande Table de la premiere Equation. Ce nombre est proprement une Equation qu'il faut faire au nombre second, à cause de l'inégalité du mouvement de Jupiter, qui fait que les oppositions moyennes de Jupiter avec le Soleil ne concourent pas le plus souvent avec les véritables, & cause une variation dans le nombre des révolutions du premier entre une véritable opposition & la suivante, outre celle que nous avons re-

mar-

marqué venir du Soleil, de sorte qu'elles sont tantôt plus, tantôt moins que 225 ; ainsi pour avoir les véritables conjonctions du Satellite qui sont échûes depuis l'opposition, il faut faire au nombre second l'Equation qui est convenable à l'inégalité du mouvement de Jupiter, de même que pour avoir le nombre des conjonctions du Satellite, qui sont échûes après l'opposition, & qui servent à trouver la seconde Equation, qui leur convient.

Pour comprendre la raison de ce nombre, il faut considérer, comme nous avons déja dit, que l'Equation de Jupiter est nulle dans le Périhélie & dans l'Aphélie; que depuis ces termes elle va en augmentant jusqu'aux moyennes distances, où elle monte à 5 degrés & demi ; les conjonctions moyennes dans ces endroits différent donc d'autant des véritables comme elles sont vues du Soleil. Or le Soleil, par son mouvement, parcourt l'intervalle de 5 degrés & demi en 5 jours & demi, dans lesquels il y a un peu plus de trois révolutions du premier Satellite ; il y a donc dans les moyennes distances un peu plus de trois révolutions du Satellite entre les conjonctions moyennes & les véritables.

Dans le Périhélie & dans l'Aphélie les conjonctions moyennes concourent avec les véritables, c'est pourquoi il n'y a point d'Equation à faire au nombre second. Depuis le Périhélie jusqu'à l'Aphélie le Satellite arrive plutôt à la ligne des véritables conjonctions qu'à celles des moyennes, c'est pourquoi il faut ôter du nombre second cette Equation des révolutions moyennes pour avoir les véritables;

les ; mais depuis l'Aphélie jusqu'au Périhélie, il faut l'ajoûter par une raison contraire.

Tout ce que nous avons dit jusqu'à présent regarde le calcul des conjonctions du Satellite qui se font lorsqu'il arrive à peu près au milieu de sa course dans l'ombre de Jupiter ; mais le Satellite n'est point visible en cet endroit. On peut observer seulement, à l'égard du premier Satellite, son entrée dans l'ombre, ou sa sortie, & jamais l'une & l'autre dans la même Eclipse ; ainsi quand on a trouvé par le calcul l'heure de la conjonction du Satellite, pour avoir celle de son entrée dans l'ombre, il faut connoître le tems qu'il employe à la parcourir : car sa moitié étant ôtée de l'heure de la conjonction, donne le tems de son immersion ou de son entrée dans l'ombre, qui est la phase visible depuis la conjonction de Jupiter avec le Soleil jusqu'à son opposition. La même demi-incidence dans l'ombre ajoûtée à l'heure de la conjonction, donne le tems de son émersion ou de sa sortie de l'ombre, qui est la phase qui se peut observer depuis l'opposition jusqu'à la conjonction suivante de Jupiter avec le Soleil. Il faut donc avoir le tems que le Satellite employe à parcourir l'ombre de Jupiter, ou la durée des Eclipses.

Mais la durée des Eclipses du Satellite dépend de différens principes. Il faut premierement connoître la situation des nœuds des Satellites avec l'orbite de Jupiter, l'inclinaison de l'orbite du Satellite à l'égard de celle

de

de Jupiter, & le diametre que l'ombre de Jupiter occupe dans l'orbe du Satellite ; car ces trois principes concourent à déterminer la durée des Eclipses, & à connoître les régles avec lesquelles elle varie dans les différens endroits du Zodiaque.

Lorsque Jupiter, vu du Soleil, se trouve dans les nœuds des Satellites, la durée des Eclipses est la plus grande de toutes, parce que l'incidence du Satellite dans l'ombre, ou la partie de son orbe qu'il parcourt dans l'ombre, est pour-lors représentée par le diametre de cette ombre. Quand Jupiter, vu du Soleil, est éloigné des nœuds du Satellite, la durée des Eclipses est représentée par une Corde qui est d'autant plus petite, que Jupiter est éloigné des nœuds; ainsi pour avoir la durée des Eclipses, il faut considérer cette distance des nœuds, qui avec la déclinaison de l'orbe du Satellite à l'égard de celle de Jupiter, détermine la latitude du Satellite, laquelle étant comparée avec le diametre que l'ombre occupe dans l'orbe du Satellite, fait connoître la partie de l'orbe du Satellite qui tombe dans l'ombre; cette portion de l'orbite du Satellite étant comparée avec le tems de la révolution entiere du Satellite, donne la durée de l'Eclipse. Il est donc nécessaire de connoître pour cela la situation des nœuds des Satellites, leur inclinaison à l'égard de l'orbite de Jupiter, & le diametre que l'ombre de Jupiter occupe dans l'orbe du Satellite.

Pour connoître la grandeur que l'ombre occupe dans l'orbe du Satellite, il faut avoir

le

le diametre du Soleil, tel qu'il ſeroit vu de Jupiter, ce que l'on trouve par ſon diametre vu de la Terre, & par la proportion des diſtances de Jupiter au Soleil, & du Soleil à la Terre. Il faut ſavoir en ſecond lieu le diametre de Jupiter vu du Soleil, ce qu'il faut conclure de l'apparence qu'il fait à la Terre, & de la proportion des mêmes diſtances de Jupiter & de la Terre à l'égard du Soleil. Enfin pour avoir la grandeur de l'ombre dans l'orbe du Satellite, il eſt néceſſaire de ſavoir encore le rapport du diametre de Jupiter au diametre de l'orbe du Satellite. Voilà ce qui eſt néceſſaire de ſavoir, pour connoître la grandeur de l'ombre, qui eſt un des principes qui ſervent à trouver la durée des Eclipſes.

Le ſecond principe qui ſert au même uſage, eſt la ſituation des nœuds des Satellites à l'égard de l'orbite de Jupiter. Si dans la même Eclipſe l'on pouvoit obſerver l'entrée & la ſortie du premier Satellite dans l'ombre de Jupiter, par les obſervations aſſidues des mêmes Eclipſes, on pourroit trouver cette ſituation; car en les comparant enſemble, on auroit celles de la plus longue durée, & le lieu de Jupiter où elles arrivent donneroit la ſituation des nœuds des Satellites: mais comme on ne peut pas obſerver dans la même conjonction du premier Satellite qu'une de ces phaſes, on ne peut pas employer cette méthode qui ſeroit des plus ſimples; il a donc fallu avoir recours à d'autres plus compoſées. On s'eſt ſervi des conjonctions apparentes du premier Satellite dans la partie inférieu-

rieure de ſon cercle, dans leſquelles on peut obſerver l'entrée dans Jupiter & ſa ſortie, pour avoir la durée totale. Mais comme elle est un peu différente de la durée dans l'ombre qui arrive dans la même révolution, & que d'ailleurs la plus longue durée dans l'ombre n'arrive pas dans la même révolution de la plus longue durée dans le diſque, M. Caſſini a été obligé de chercher une méthode de trouver la différence qu'il y a entre une apparence & l'autre, en réduiſant par les hypotheſes du mouvement de Jupiter & du Soleil, les apparences qui s'obſervent de la Terre à celle qui ſeroient vues du Soleil. Il ſeroit trop long de rapporter ici les différentes méthodes dont il s'eſt ſervi pour cette recherche, & qu'on peut voir dans ſon Traité ſur les hypotheſes des Satellites de Jupiter.

Enfin pour avoir la durée des Eclipſes du premier Satellite de Jupiter, par tous les degrés de ſon orbite où cette Planete ſe trouve, il faut connoître l'inclinaiſon de l'orbite du Satellite à l'égard de celle de Jupiter, qui eſt un des principes qui, comme nous avons dit, concourent à déterminer leur durée.

On eſt parvenu à cette connoiſſance par l'obſervation des plus grandes latitudes du Satellite vues de la Terre & comparées au diametre de Jupiter, ce qui demande des obſervations de pluſieurs années pour ſavoir quelles ſont les plus grandes, & en quel endroit du Ciel elles arrivent. On trouve encore l'inclinaiſon par la plus grande durée & par la plus courte des conjonctions inférieures du premier Satellite avec Jupiter; car comme l'on

peut

peut observer en cet endroit son entrée dans Jupiter & sa sortie de Jupiter, on connoîtra la durée, ce qui ne demande pas une moindre suite d'observations pour savoir quelle est la plus grande & quelle est la plus courte. La plus grande durée mesure l'arc du Satellite compris par le diametre de Jupiter; la plus courte mesure l'arc par lequel le Satellite parcourt une corde de ce disque : ces deux arcs sont deux côtés d'un triangle rectangle, par le moyen duquel on trouve la latitude du Satellite dans la conjonction par rapport au centre apparent de Jupiter. Cette latitude ainsi trouvée, seroit égale à la déclinaison vue de Jupiter, si au tems de l'observation de la plus grande & de la plus courte durée, cette Planete n'avoit point de latitude : mais comme cela n'arrive presque jamais, il a fallu réduire par des méthodes particulieres cette déclinaison ainsi trouvée, à celle qui seroit vûe de Jupiter par rapport à son orbite, qui est la véritable déclinaison de l'orbe du Satellite.

Voilà les observations qui ont été nécessaires, & les voyes qu'il a fallu suivre pour calculer la durée des Eclipses du premier Satellite qui est à la page 41 des Tables de M. Cassini.

On prend la demi-durée des Eclipses avec le nombre premier qui, comme nous avons dit, marque les révolutions de ce Satellite depuis le Périhélie de Jupiter. Le nœud ascendant des Satellites où est la plus longue durée, a été déterminé au 14° 30′ d'*Aquarius*. Le Périhélie de Jupiter étant au 10° d'*Aries*, il suit

suit que de ce dernier terme au 14° 30' du Lion opposé à *Aquarius*, il y a 800 révolutions du premier ; donc quand le nombre premier sera 800, Jupiter sera dans le nœud descendant des Satellites, il marquera pour lors la plus longue durée de ses Eclipses. Il en sera de même, lorsque le nombre premier sera 2098, car Jupiter sera pour-lors dans le nœud ascendant des Satellites ; & comme le nombre premier marque les différens points de l'orbe de Jupiter, il servira à connoître la durée des Eclipses dans ces mêmes points.

Ce sont-là les principes qui ont été employés dans les Tables du premier Satellite, & c'est-là la méthode que M. Cassini a donnée pour calculer ces Eclipses. Ces Tables ont été faites avec un tel art, que quoiqu'elles supposent les moyens mouvemens du Soleil & de Jupiter, aussi-bien que leurs véritables & les distances de ces deux Planetes vues de la Terre, connus pour le tems de chaque Eclipse du Satellite, on n'a pas besoin de les calculer, mais à leur place on employe ses révolutions qui servent de mesure pour connoître ces différens mouvemens. Cette méthode facilite les calculs de ces Eclipses à un tel point, qu'ils peuvent être faits par ceux mêmes qui n'ont aucun principe d'Astronomie, pourvu qu'ils sachent seulement les règles de l'addition & de la soustraction.

Ces Tables ainsi construites, représentoient avec assés de précision toutes les observations qu'on avoit faites jusqu'en 1693, qui fut l'année de leur édition. Cependant, comme

par

par la suite des observations les hypotheses des mouvemens célestes se perfectionnent toûjours davantage, sur-tout ceux des Satellites, qui ne sont connus que depuis si peu de tems, & dont nous n'avons d'observations un peu exactes de leurs Eclipses que depuis 1650; feu M. Cassini, cinq années après l'édition de ses Tables, ayant compté les observations les plus éloignées entre elles qu'il avoit faites alors par lui-même, trouva que les revolutions du 1er. Satellite supposées dans les Tables, étoient un peu trop longues, & qu'il falloit ôter une seconde de tems à 25 révolutions du premier, ce qui fait 8 secondes de tems en 206 révolutions comprises dans une année: ainsi ôtant 8 secondes à la derniere révolution des mois qui se termine au 30 Décembre 14^h 11′ 36″, on aura à la place 30 14^h 11′ 28″: il en sera de même dans les autres années à proportion; ce qui est une correction qui se peut faire aisément aux Tables.

Après cette correction faite aux révolutions moyennes, M. Cassini ayant comparé les Eclipses observées près des moyennes distances, lorsque Jupiter alloit de son Aphélie à son Périhélie, il reconnut qu'elles avoient une Equation soustractive de 40 ou 41 minutes de tems; & lorsqu'il alloit du Périhélie à l'Aphélie près des moyennes distances, elles en avoient une Equation additive à peu près de 41′; ainsi dans l'une & dans l'autre situation l'Equation étoit environ une minute ou deux de tems plus grande que celle des Tables qui la donnent 39′ 8″. Il est extrêmement diffi-

difficile de s'assûrer d'une minute, à cause du grand nombre de principes qui entrent dans le calcul d'une Eclipse du Satellite, qui pris un peu différemment, peuvent causer tous ensemble une différence encore plus grande; c'est pourquoi dans ce doute M. Cassini se détermina à augmenter la premiere Equation de sa 30e partie, qui donne la plus grande Equation de 40′ 26″, au lieu de 39′ 8″ comme elle est dans la Table. Il prit ce parti non seulement pour avoir à peu près un milieu entre la plus grande & la plus petite correction qu'il y avoit à faire, mais encore pour faciliter le calcul de cette Equation, afin qu'on pût l'appliquer aisément aux Tables qu'il avoit publiées; car le nombre qui marque dans la Table les minutes de la premiere Equation, & qui répond au nombre premier, étant doublé, si on l'ajoûte au nombre des secondes de la même Equation, on aura l'Equation corrigée, & telle qu'il faut l'employer.

Il faut remarquer ici, que si l'on suppose exacte l'Equation de Jupiter, telle qu'elle est dans les Tables Rudolphines, qui est celle qui a été employée dans ce calcul, & qu'elle n'ait pas besoin de correction, la 30e partie dont il faut augmenter la premiere Equation du Satellite pour représenter les observations de ces Eclipses, & sur-tout celles qui arrivent près des moyennes distances, seroit une troisieme inégalité à laquelle ces Eclipses seroient sujettes. Mais nous avons lieu de croire qu'au moins une partie de cette différence vient de ce que Kepler fait la premie-

re

re Equation de Jupiter trop petite; car ayant comparé ensemble un grand nombre d'observations que nous avons faites dans les oppositions de Jupiter avec le Soleil, nous avons trouvé son Equation de 5 minutes plus grande que celle qui est supposée par ce célébre Astronome, & qui est employée dans les Tables du premier Satellite, ce qui donneroit 35 secondes de plus seulement & feroit l'Equation totale de 39′ 40″ au lieu de 40 ou 41 qu'a trouvé M. Cassini. Il faudra examiner si l'autre partie de l'Equation qui est nécessaire pour représenter ces Eclipses ne vient point de la premiere Equation de Jupiter, qui dans ce cas devroit être encore de 6 ou 7 minutes de degré plus grande que nous ne la supposons; si cela est, les mouvemens de Jupiter & du premier Satellite concourroient à se perfectionner réciproquement.

M. Cassini fit les corrections que nous venons de rapporter sur les mouvemens du premier Satellite, en 1698, cinq ans après l'édition de ses Tables, & elles sont le sujet d'un Mémoire qu'il communiqua à l'Académie au mois de Juillet de la même année, dont M. du Hamel a publié un Extrait dans la 2e. édition de son Histoire. Elles sont encore rapportées dans les Mémoires de l'Acad. de l'an 1706, pag. 81, à l'occasion de l'accord que le P. Laval dit avoir trouvé entre les observations des Eclipses du premier Satellite faites à Marseille, & le calcul qu'on avoit donné de ces Eclipses dans la Connoissance des Tems; car en cet endroit M. Cassini dit que ces calculs ont été faits sur les corrections

qu'il avoit données en 1698, & qui consistent à ôter 4 minutes à l'époque marquée dans les Tables, à ôter une seconde de tems à 25 révolutions, & augmenter la premiere inégalité qui est dans la Table de sa trentieme partie.

Outre ces corrections qui ont été publiées dans ces deux différens endroits, M. Cassini en fit une autre à la durée des Eclipses du Satellite, comme il paroît par une Table écrite de sa main qui nous reste. Dans cette Table, il augmente d'une minute de tems la plus longue durée qu'il a donné dans celle qui est imprimée; & supposant la plus courte, telle qu'elle avoit été marquée dans la même Table, il calcule par cette hypothese dans les différentes distances de Jupiter au nœud des Satellites, la durée des Eclipses qui résulte de quelques secondes de tems, plus longue.

Les corrections de feu M. Cassini, qui consistent à ôter une seconde de tems à 25 révolutions, & à augmenter la premiere Equation de sa trentieme partie, représentent non seulement les observations des Eclipses du premier Satellite qui avoient été faites jusqu'à l'année 1698 qu'il donna ces corrections, mais encore celles que nous avons continué de faire depuis ce tems-là jusqu'à présent, de sorte qu'il n'y a rien à changer ni au moyen mouvement, ni à la premiere Equation; & elles représentent ces Eclipses avec tant de précision, que parmi plus de six cens que nous avons comparées ensemble, une grande partie s'accorde dans la minute, une autre

par-

partie s'en éloigne un peu plus, & il n'y a que 40 obſervations qui s'éloignent de 4 à 5 minutes du calcul.

Ces plus grandes différences ſe rencontrent pour l'ordinaire dans les Eclipſes obſervées proche des conjonctions de Jupiter avec le Soleil, où la ſeconde Equation eſt plus grande, ce qui fait connoître qu'elle eſt ſujette à des variations.

Entre pluſieurs obſervations qui font voir ces variations de la ſeconde inégalité, nous nous contenterons de rapporter les ſuivantes. En 1670 feu M. Caſſini obſerva l'Emerſion du premier Satellite le 31 Mai à 8^h 48′ 46″, tems moyen. Dans cette obſervation, où la ſeconde Equation réſulte de 17 minutes, le nombre ſecond eſt 86, & par conſéquent Jupiter étoit éloigné de la conjonction ſuivante de 26 révolutions du premier. En 1671 il obſerva l'Immerſion du premier le 18 Octobre à 4^h 2′ 56″, tems moyen, d'où la ſeconde Equation réſulte de 7 à 8 minutes. Dans cette obſervation le nombre ſecond étoit 146, & par conſéquent Jupiter étoit éloigné de la conjonction précédente de 33 révolutions, & 17 révolutions plus éloigné de la conjonction que celle de 1670. Si elles avoient été faites à la même diſtance, en 1671 l'Equation auroit été d'une minute plus grande qu'en 1670, & par conſéquent elle auroit été de 8 à 9 min. mais en 1670 elle a été de 17; elle a donc été 8 min. au moins plus grande avant la conjonction de 1670, qu'elle n'a été après la même conjonction en 1671 à diſtances égales de la conjonction.

En 1695 cette Equation, avant la conjonction, a été égale à celle qui résulte des observations faites après, à la même distance, & elle s'est trouvée cette année-là telle qu'elle est dans les Tables.

En 1716, par les observations que nous avons faites le 10 Avril à 7^h 33′ 41″, tems moyen, avant la conjonction, la seconde Equation résulte de 9 minutes; & par une autre, faite la même année, le 24 Juillet, à 3^h 44′ 56″ du matin, tems moyen, après la conjonction, elle résulte de 16′ 10″. Dans l'observation du 10 Avril, le nombre second étoit 86, & dans celle du 24 Juillet il étoit de 143. La premiere étoit donc éloignée de la conjonction suivante de 26 révolutions, & la seconde étoit éloignée de la conjonction précédente de 31, avec une différence de 5 révolutions, dont la derniere étoit plus éloignée, ce qui donne une différence de 30 secondes, dont la derniere auroit été encore plus grande; elle auroit donc été de près de 17 minutes, si elle avoit été faite à la distance de 26 révolutions, comme celle du 10 Avril, mais celle-ci n'a été que de 9 minutes; donc en 1716 la seconde Equation a été fort inégale, & presque le double plus grande après la conjonction qu'avant, à distances égales de ce terme.

La seconde inégalité ayant donc été par les observations de 1670 & 1671, plus grande avant la conjonction qu'après, on auroit lieu de croire que vers ces années-là le terme où elle a été plus grande, n'a pas été dans la conjonction, mais avant; qu'en 1695 ce terme s'est rencontré dans la conjonction; & enfin qu'en 1716 ce ter-

erme s'est rencontré après la conjonction ; d'où 'on peut inférer qu'il a un mouvement qui, à l'égard du Soleil, l'a transporté de la partie occidentale vers l'orientale, & qu'en 1716 il étoit autant éloigné vers l'Orient qu'il en étoit vers l'Occident en 1671.

Ces inégalités & les variations qui arrivent à la seconde Equation du premier Satellite, non seulement en différentes années, mais dans la même année, à pareille distance de la conjonction de Jupiter avec le Soleil, ne sont pas favorables à l'opinion de quelques Philosophes, touchant le mouvement de la Lumiere, qu'on prétend prouver par cette seconde inégalité, laquelle dans ces circonstances devroit être sensiblement égale, au lieu qu'elle est le plus souvent tantôt plus grande & tantôt plus petite, avec une différence de 7 à 8 minutes.

On peut ajoûter cette nouvelle réflexion aux autres, que nous avons rapportées dans le Mémoire de 1707 contre cette hypothese. J'ai communiqué cette réflexion avec d'autres à M. Halley, célébre Astronome Anglois, dans une Lettre que je lui écrivis en 1718, à l'occasion d'une faute de Calcul que j'ai faite dans ce Mémoire, & dont il eut la bonté de m'avertir. Voici en quoi elle consiste.

J'y comparai deux observations du troisieme Satellite avec deux autres du premier, faites à peu de jours près l'une de l'autre, & dans cette comparaison je trouve par erreur la seconde inégalité du troisieme de 8 minutes, & contraire à celle qui se trouve dans le même intervalle entre deux observations du premier ; au lieu que par un calcul plus exact, elle n'est que de 2 mi-

minutes, & conforme à celle qui résulte des observations du premier, comme l'a remarqué M. Halley, de sorte que dans cette circonstance la seconde inégalité du troisieme Satellite étant conforme & égale, à quelques secondes près, à celle du premier, elle est favorable à l'hypothese du mouvement de la Lumiere. Mais la preuve que nous avons tirée dans le Mémoire de 1707, de l'inégalité du second contre cette hypothese, subsiste toûjours, quoique les principes que nous suivons présentement touchant le mouvement du second Satellite, un peu différens de ceux que nous employames alors dans ces calculs, donnent la quantité de cette Equation un peu différente.

On peut ajoûter encore que si l'Equation du 3e. se trouve égale à celle du premier dans les deux observations rapportées, & dans d'autres, comme nous avons dit dans ce Mémoire, il y en a un grand nombre où elle se trouve plus grande, quoique dans ce Satellite elle ne suive pas le rapport des distances des Satellites à l'égard du centre de Jupiter.

Il reste à examiner la durée des Eclipses du premier Satellite, ce qui est nécessaire à savoir pour avoir l'heure des Immersions & des Emersions.

Pour vérifier ce principe, nous nous sommes servis de différentes méthodes. Celle qui nous paroît la plus simple & la plus certaine, est de comparer une Immersion qui a été observée quelques révolutions avant l'opposition de Jupiter avec le Soleil, avec une Emersion qui a été observée quelques révolutions après l'opposition, ce qui donne l'intervalle du tems qu'il

a entre une révolution & l'autre. Cet intervalle est composé du nombre entier de révolutions, & de plus du tems que le Satellite a employé à parcourir l'ombre de Jupiter, puisqu'on compare le tems d'une Immersion avec celui d'une Emersion; si l'on ôte de cet intervalle celui qui est dû au nombre des révolutions qui y sont comprises, ayant égard aux variations qui arrivent à la premiere & à la seconde Equation dans le même intervalle, on aura le tems que le Satellite a employé a parcourir l'ombre de Jupiter, avec presque autant de précision que si on l'avoit pû observer par son entrée dans l'ombre & par sa sortie de l'ombre dans la même révolution.

Il est vrai qu'on ne peut employer cette méthode qu'une fois tous les 13 mois, & qu'il y a des années où le tems n'a pas été favorable pour faire des observations à une petite distance de l'opposition de Jupiter avant & après, comme il est nécessaire; mais quoique les autres observations que l'on employe pour cette recherche soient un peu moins rares, elles n'ont pas la même évidence, & cette méthode peut servir à vérifier les mêmes principes que l'on a trouvé par les autres méthodes.

Ayant donc comparé de cette maniere les observations faites depuis 1672 jusqu'en 1726, parmi lesquelles il y a en a un grand nombre propres pour cette recherche, nous avons trouvé en 1677 la demi-demeure du Satellite dans l'ombre de Jupiter de 1h 8′ 13″, lorsque cet Astre étoit au 20° 30′ d'*Aquarius*, & plus avancé de 8 degrés du 14° 30′ du même Signe, où M. Cassini place le nœud ascendant des Satellites; en

1724 lorſque Jupiter étoit au 7d 16′ du lieu du même nœud, la demi-demeure du Satellite dans l'ombre a été de 1h 8′ 33″.

Par les obſervations faites l'an 1683, lorſque Jupiter étoit au 17° 10′ du Lion, plus avancé de 2d 40′ que le nœud aſcendant, nous avons trouvé la demi demeure de 1h 9′ 43″, & en 1695 de 1h 8′ 45″, le lieu de Jupiter dans le Zodiaque étant au 21° 44′ du même Signe & plus avancé de 7° & un quart, que le lieu où l'on place le nœud deſcendant.

En comparant ces obſervations enſemble, il paroît que la plus grande durée eſt arrivée, lorſque Jupiter étoit vers le milieu d'*Aquarius* & du Lion, qui eſt le degré où M. Caſſini a déterminé les nœuds des Satellites. Si l'on compare les obſervations de 1677 avec celles de 1724, éloignées entre elles d'un intervalle de 47 ans, on voit avec toute l'évidence que peuvent donner ces obſervations, que la ſituation des nœuds eſt la même, & que par conſéquent ils n'ont point eu de mouvement ſenſible, comme cela réſulte encore des obſervations faites chaque année dans cet intervalle; en cela les Satellites ſont plus conformes aux Planetes qu'à la Lune, dont les nœuds ont un mouvement ſenſible. Il réſulte cependant de ces mêmes obſervations, que la durée des Eclipſes au retour de Jupiter près du même lieu du Zodiaque n'eſt pas la même, comme elle réſulte des calculs fondés ſur les principes établis ſur le plus grand nombre d'obſervations, par leſquels on calcule cette durée à différentes diſtances de nœuds. On trouve dans la durée des Eclipſes une variation non ſeulement par les obſervations faites pro-

roche des nœuds, & à différentes distances des nœuds, mais dans les limites des plus grandes latitudes qui sont éloignés des nœuds de 90 degrés.

Voici ce qui résulte des observations faites dans ces limites. En 1691, Jupiter étant au 0° 50′ du Taureau, éloigné de 3° 40′ d'un de ces termes, la demi-durée de l'Eclipse résulte de 1h 4′ 0″. En 1703, Jupiter étant au 17° 8′ du même Sigue, & fort près du limite de la plus grande latitude, on trouve la demi durée de l'Eclipse de 1h 2′ 20″. Et en 1715, elle a été de 1h 3′ 48″, Jupiter étant au 21° 25′ du Taureau. Ainsi entre ces trois différentes déterminations, il y a une minute 40 secondes, quoique la différente distance de Jupiter à l'égard du limite n'en doive causer de sensible. La durée des Eclipses paroît plus uniforme par deux déterminations faites près du limite opposé, par l'une desquelles elle est de 1h 4′ 27″, & par l'autre 1h 4′ 18″.

On est porté à supposer que cette variation qui se trouve dans la durée des Eclipses, non seulement près des nœuds & des limites de la plus grande latitude, mais encore dans les différentes distances à l'égard de ces termes, vient de la difficulté de déterminer précisément cette durée; mais il y a quelque raison de les croire ces variations réelles, parce qu'au retour de Jupiter dans le même lieu du Zodiaque, nous en avons trouvé encore de plus grandes & de plus sensibles dans la durée des Eclipses des trois autres Satellites que l'on a déterminée avec toute l'évidence & toute l'exactitude possible par l'entrée & par la sortie des Satellites dans l'om-

bre obſervées dans la même révolution, comme nous le ferons voir une autre fois.

Il eſt vrai que ces variations ne ſont point cauſées par le mouvement des nœuds, puiſqu'on les trouve toûjours dans le même endroit du Zodiaque; mais elles peuvent venir de quelque changement dans l'inclinaiſou de l'orbite du Satellite à l'égard de celle de Jupiter, ou par quelque excentricité des Satellites, qui étant variable, eſt cauſe que le Satellite rencontre le cone de l'ombre de Jupiter, tantôt plus proche, tantôt plus loin de cet Aſtre, & fait par cette cauſe en différentes années, au même endroit du Zodiaque, la durée des Eclipſes tantôt un peu plus longue, tantôt un peu plus courte, comme il arrive aux Eclipſes de Lune.

Suppoſé que ces variations ſoient réelles, & qu'elles ne dépendent point des obſervations, comme il y a tout lieu de croire, il faudra un grand nombre d'obſervations pour en trouver les règles & connoitre la cauſe, celles que nous avons juſqu'à préſent, & quoique faites avec toute l'attention & l'aſſiduité poſſible, n'étant pas ſuffiſantes.

M. Pond, célébre Aſtronome Anglois, a donné dans les Tranſactions Philoſophiques de 1719, les Tables du premier Satellite de Jupiter, dans leſquelles il ſuppoſe les révolutions moyennes échues au 30 Décembre, de 14^h 11′ 28″. M. Caſſini dans ſes Tables imprimées en 1693, le ſuppoſe de 14° 11′ 36″, la différence entre les unes & les autres de 8″ de tems, dont les révolutions que M. Pond employe ſont plus courtes: ces 8 ſecondes ſont juſtement la correction que M. Caſſini trouva en 1698 qu'il falloit faire aux révolutions moyennes; ainſi

ainsi les révolutions moyennes, calculées suivant les corrections de M. Cassini, sont les mêmes que celles de M. Pond.

EXAMEN
D'UN SEL TIRÉ DE LA TERRE EN DAUPHINÉ;

Par lequel on prouve, que c'est un SEL DE GLAUBER NATUREL.

Par M. BOULDUC.

M. DE RESSONS, Membre de l'Académie Royale des Sciences, y présenta, il y a quelque tems, un Sel à examiner, pour savoir à quel genre il pourroit être rapporté, ou quel usage on en pourroit faire? & nous dit, que c'est auprès de Grenoble, que l'on le tire de la terre.

Cette Ville a des environs, où il y a différentes Mines métalliques, & d'autres Matieres minérales, pour la recherche desquelles on a coupé la terre en différens tems, & l'on a fait des creux, dont quelques-uns restent encore ouverts, & sont d'un facile accès. Quelques ouvriers ou Mineurs s'aviserent de travailler de nouveau dans un de ces creux ;& loin de trouver ce qu'ils y cherchoient, ils découvrirent une terre chargée de quelques petits brillans, que quelques-uns d'entre eux reconnurent pour être salins.

falins. Ils se persuaderent d'abord d'avoir trouvé une terre fertile en Salpêtre, & ils se crurent confirmés dans leur idée d'avoir rencontré un magasin plein de ce Sel, quand, après avoir fait une forte lessive de leur terre, ils apperçûrent dans l'évaporation de cette lessive des Cristaux, qui avoient quelque ressemblance, quoique très imparfaite, avec ceux du Salpêtre.

Mais quand les Cristaux du Sel du Dauphiné auroient ressemblé davantage à ceux du Salpêtre, il ne pouvoit pas encore pour cela passer ni être reçû pour ce Sel, vû que les autres qualités, qui sont propres & comme spécifiques au Salpêtre, lui manquent. La seule configuration d'un Sel n'épuise pas son essence ou son caractére.

Afin de faire connoître le Sel du Dauphiné pour ce qu'il est en effet, je comparerai d'abord *ses proprietés*, qui ne sont en quelque façon qu'*exterieures*; ensuite j'examinerai ce qui regarde *son interieur*, je veux dire, *les principes* dont il est composé.

Ce Sel, tel qu'on nous l'envoye du Dauphiné, est ordinairement en gros monceaux, dont la partie inférieure, qui est épaisse d'environ un pouce, est une masse indistincte, blanche, opaque, & assés ferme; & le dessus, ou la partie supérieure, épaisse d'environ deux à trois pouces, représente un tas de petits Cristaux transparens & brillans, dont quelques-uns sont en lamelles plattes; d'autres, & c'est la plus grande partie, sont formés en petits quarrés allongés, mais tellement serrés les uns contre & sur les autres, que la configuration, qu'ils affectoient, n'a pas pû s'achever; & parmi ceux-ci

il

il est rare d'en trouver, qui soient en petites colomnes parfaitement de quatre côtés surmontées de facettes.

Cette irrégularité & confusion sont l'effet d'une évaporation & cristallisation trop précipitées, que les ouvriers mieux instruits éviteroient facilement; car ayant dissous de nouveau une quantité de ce Sel, tant du dessus que du dessous des monceaux, & l'ayant laissé cristalliser lentement, j'ai vû les derniers Cristaux aussi bien que les premiers en colomnes exactement quarrées, dont les extrémités sont taillées à facettes, lesquelles répondent en nombre aux côtés de leurs colomnes, quoique les derniers de ces Cristaux soient plus grêles, & d'un bien moindre volume que les premiers; ce qui est ordinaire aux Sels moyens.

Dans quelque état que l'on prenne notre Sel, il se *dissout facilement dans environ un poids égal d'Eau commune*, il *est friable*, *il ternit par la chaleur*, & même avec le tems *à l'air*, & se couvre comme d'une sole farine; sur *un charbon ardent il fond aisément*, sans fuser comme le Salpêtre & sans s'enflammer, il se boursouffle seulement par l'Eau qu'il contient & que la chaleur en dissipe, & alors il se change en une chaux saline; enfin *ce Sel* étant goûté, imprime d'abord à la langue une *amertume sensible*, qui est bien-tôt après suivie de *fraîcheur*.

A ces marques & proprietés, quoique seulement extérieures, on a coûtume de reconnoître le Sel, qu'on appelle *admirable* suivant Glauber son Auteur. Le Sel du Dauphiné ayant ces mêmes qualités, est donc déja par-là son semblable.

Mais comme dans les recherches que nous faisons par la Chimie, on ne peut pas se contenter d'un petit nombre de circonstances, qui n'achevent pas le caractere d'un Mixte; il faut entrer dans l'examen des principes, dont ce Mixte est combiné. C'est ce que je vais faire pour le Sel du Dauphiné, qui fait mon sujet.

A l'égard de celui que nous faisons par art, selon la méthode de Glauber, nous savons avec certitude, qu'il est composé *de deux principes*, dont l'un est *Salin* & l'autre *Terreux*; le premier est *l'acide vitriolique fixe*, & le deuxieme la *Terre du Sel marin*, dans laquelle cet acide s'engaîne & se corporifie: il faut que notre Sel ait les deux mêmes principes, pour être entierement semblable à celui de Glauber.

Il pourroit à la vérité suffire de bien prouver le principe Salin de notre Sel, & supposer le deuxieme par une juste conséquence; puisque nous sommes présentement bien convaincus, que l'acide vitriolique ne peut avec aucune autre substance connue, si ce n'est celle qui fait la base du Sel commun, former un Sel de la configuration & des proprietés, que doit avoir celui de Glauber: néanmoins je ne perdrai point *ce deuxieme principe* entierement de vûe.

Il est superflu pour ma recherche de rapporter, que le Sel du Dauphiné se convertit aisément en Foye de Soufre avec des matieres inflammables par rapport *à son principe salin*, & qui dans ce changement ne peut-être que *l'acide vitriolique*; je ne toucherai pas non plus les précipitations qu'il fait de l'argent dissous en Eau forte, & du sucre de Saturne ou plomb dissous par le Vinaigre, par rapport au *même principe*; je

je m'arrêterai seulement à ce qu'il opere avec le Vif-argent; & à cette petite opération j'en ferai succeder une autre, qui regarde son principe terreux: ces deux opérations sont également faciles à imiter par les moins connoisseurs.

Je dissous une once de Vif-argent dans un poids égal ou un peu plus de bon Esprit de Nitre, & je verse cette solution dans deux onces de Sel du Dauphiné dissous dans l'Eau commune: sur le champ l'acide vitriolique, contenu dans le Sel du Dauphiné, abandonne sa base terreuse à l'Esprit de Nitre & dérobe, comme par le droit du plus fort, à celui-ci le Vif argent, & après s'être lié étroitement avec lui, ils tombent tous les deux au fond du vaisseau en *une poudre jaune* semblable au Turbith minéral, que nous faisons dans nos opérations ordinaires par le Vif-argent & l'Huile de vitriol.

Après avoir retiré cette poudre jaune, qui est réellement un Turbith minéral, comme la suite le fera voir, & après l'avoir lavée & séchée, j'en mêle une once avec deux onces de Sel marin pareillement bien sec, & je pousse ce mélange au feu de sable dans un vaisseau, dont la partie supérieure est bien convexe; alors il s'ouvre une nouvelle scene; l'acide du Sel marin jouït ici de la supériorité, il enleve à son tour à l'acide vitriolique, concentré dans le Turbith, le Vif-argent; & s'élevant ensemble au haut du vaisseau, ils forment eux deux un Sublimé Mercuriel, pendant que l'acide vitriolique, retrouvant une terre semblable à celle qu'il avoit abandonnée à l'Esprit de Nitre, laquelle est ici ce que l'acide du Sel marin a laissé en arriere, s'y rejoint & reste uni avec elle au fond

fond du vaiſſeau comme une poudre ſaline ; laquelle diſſoute dans l'Eau regenere ou reproduit un Sel parfaitement ſemblable à celui que j'avois d'abord employé à précipiter le Mercure, ayant la même configuration des Criſtaux, les mêmes autres proprietés & les mêmes principes ; en un mot le caractere du Sel de Glauber.

Ceux qui ne ſont pas initiés dans les principes de Chimie, ni accoûtumés à entendre parler des rapports, qui regnent entre les ſubſtances naturelles & que les expériences nous font encore connoître tous les jours, peuvent être ſurpris des différens changemens, qui arrivent dans les deux opérations que je viens d'expoſer. Voici ce que je puis en dire ſuccinctement. Dans la *premiere*, qui eſt le *mélange du Sel du Dauphiné avec la ſolution du Mercure*, l'acide vitriolique, contenu dans ce Sel, jouït en plein de ſa force, qui eſt : „ Que preſque dans toutes les occa„ſions, il eſt ſupérieur aux autres acides, „ il leur enleve ſelon l'occurrence les Sels „ & les Terres ; il leur emporte même les „ ſubſtances métalliques, & cela va juſqu'à „ l'Eſprit de Nitre, comme il le fait ici à „ l'égard du Mercure, que l'Eſprit de Nitre „ avoit diſſous ; il force cet acide à le lui ce„ der, & il tombe enſuite avec lui en Turbith „ minéral. Mais une petite circonſtance change la Theſe dans la *deuxieme opération*, qui eſt *le mélange de ce Turbith avec le Sel marin* : La Chimie a des exceptions ſous ſes règles générales, comme d'autres Arts. Cette exception eſt par rapport à notre ſujet : „ Que toutes les

„ fois

„ fois que certaines ſubſtances méta liques
„ ſe trouvent diſſoutes par un acide quel qu'il
„ ſoit, & que le Sel marin ou ſon principe
„ ſalin eſt de la partie, ou qu'il y ſurvienne,
„ il leur enleve à tous les ſubſtances métal-
„ liques, ayant plus de relation ou de rap-
„ port avec elles que les autres; peut-être ce
„ rapport roule-t-il ſur ce que ces ſubſtances
„ métalliques ſont Mercurielles.) C'eſt tou-
tefois ce que ce Sel fait ici par ſon principe ſa-
lin à l'égard du Mercure même, il l'enleve
à l'acide vitriolique qui le tenoit enchaîné
dans le Turbith, & l'éleve avec lui en Su-
blimé, laiſſant en arriere ſa terre, que l'aci-
de vitriolique ſaiſit à ſon tour.

Par ces deux opérations *les principes conſti-tutifs* de notre Sel deviennent évidens; il précipite d'abord le Mercure en Turbith minéral; & le Mercure ne peut devenir Turbith que par l'acide vitriolique: notre Sel a donc cet acide pour ſon principe ſalin.

Ce Sel auſſi ne peut avoir pour deuxieme principe que la Terre du Sel marin, parce que, comme je l'ai déja dit, l'acide vitriolique ne peut qu'avec cette ſubſtance-là former un Sel, qui ait les proprietés & la configuration des Criſtaux, comme le Sel du Dauphiné les a lui-même & *communes* avec celui de Glauber: c'eſt ce que la deuxieme opération confirme, où l'acide vitriolique de notre Sel, qui étoit tranſporté ſur le Mercure, retrouvant dans le Sel marin une terre ſemblable à celle qu'il avoit abandonnée à l'Eſprit de Nitre, forme de nouveau avec elle un Sel criſtalliſé comme le premier que j'avois em-

employé, & doué des mêmes proprietés.

Ainsi le Sel du Dauphiné a les mêmes principes que celui de Glauber; ainsi il est encore par-là lui-même *un vrai Sel de Glauber*, que j'appelle à juste titre *naturel*, parce que l'art ne contribue rien pour sa composition, la nature l'ayant elle-même travaillé dans la terre, dont on ne fait que le séparer par le moyen de l'Eau.

Et c'est-là ce que je m'étois proposé de vérifier aujourd'hui.

Avant de finir, on me permettra de faire quelques réflexions sur mon sujet, *comme sortant de la terre.*

Environ vers le milieu du siecle passé, *Glauber* fit connoître son *Sel*, que *Kunckel* pourtant assûre dans son *Laborat. Chymic.* avoir été connu sous un autre nom cent ans auparavant dans la Maison Electorale de Saxe. Quoi qu'il en soit, nous en devons la connoissance & la composition au premier, lequel après en avoir vû des effets qui le surprenoient lui-même, lui donna l'épithete d'*Admirable*. En effet, ce Sel a eu depuis son tems bien de la réputation, particulierement pour l'usage intérieur, & la soûtient encore aujourd'hui. Mais on étoit fort éloigné de croire alors, & même long-tems après, qu'il se trouvoit son pareil dans le sein de la terre, ou dans la Nature, dont pourtant il ne me sera pas difficile de prouver présentement la vérité.

Il y a quelques quarante ans, que M. *Lister*, tirant des Eaux minerales d'Angleterre un Sel qui lui étoit inconnu, & dont les ap-

pa-

parences extérieures approchoient en quelques choses du Salpêtre, l'appella *Nitrum calcarium*. Cependant ce prétendu Nitre est au fond un vrai *Sel de Glauber*, vérifié par la figure que cet Auteur en donne lui-même, & par les effets qu'il en rapporte dans son livre *De Fontibus medicatis Angliæ*, de 1682.

Après Lister, M. *Grew* publia en 1696 le *Sel d'Epsom:* mais quelque connu qu'il soit depuis dans toute l'Europe, son mélange & le vrai caractere nous ont été cachés longues années: & quoiqu'ils ne soient pas encore tout à fait éclaircis (car ce Sel n'est pas simple) je puis du moins assûrer, que *celui de Glauber* en fait une bonne partie, soit que le Sel d'Epsom vienne de la Source minérale de cet endroit, soit, comme l'assûre M. Slare, Membre de la Societé Royale de Londres, qu'on le tire depuis quelques années d'une mine de Sel commun fossile, avec lequel il se trouve confondu, & dont on le sépare par le moyen de la cristallisation après les avoir dissouts ensemble, & dépouillés des impuretés terreuses qui y sont mêlées: dans les *Transactions philosophicales* de 1714.

M. *Stahl*, & je crois qu'il est le premier, reconnut ensuite au vrai le *Sel de Glauber* dans les Acidules ou Eaux minérales ferrugineuses, & ne balança pas de le mettre au nombre des *Sels minéraux*, qui sont ceux que la terre fournit: dans son *Specimen Beccherianum* de 1703, & dans son *Traité des Sels*, imprimé depuis.

Après lui, M. *Hoffmann*, encore actuellement Professeur à Halle, découvrit une Source

ce d'Eau minérale bien amere & purgative, dont la livre, au rapport de M. Henckel, donne deux gros de *Sel* pareil aux précédens, & qui se convertit aisément en Foye de Soufre. C'est dans ses *Observations Physiques & Chymiques* de 1722.

Je puis ajoûter, qu'il y a trois ans que j'eus occasion de faire reconnoître, dans une Assemblée de cette Académie, le *Sel cathartique*, que l'on trouve auprès de Madrid, pour un vrai Sel de Glauber; comme j'ai encore aujourd'hui l'avantage de faire connoître le *Sel du Dauphiné* pour son semblable.

Par ces faits il est bien constant, que cette espece de Sel, que nous appellons *de Glauber*, se trouve *naturellement* dans le sein de la terre, & peut-être même en plus grande abondance que nous n'avons pû présumer jusqu'ici. Et comment ne s'y trouveroit-il pas? La Nature, qui travaille sans cesse à décomposer les Mixtes & à les changer en d'autres, rencontrant, pour ainsi dire, sous ses mains des matieres vitrioliques, sulphureuses ou alumineuses avec le Sel marin, ou du moins avec sa terre, produira aussi-bien par-là cette sorte de Sel, que nous faisons par le secours de l'Art, non seulement avec l'Huile de Vitriol, mais encore avec le Vitriol lui-même, ou l'Alun & le Sel marin: Et alors ce Sel (étant une fois dans cet état) s'il est détrempé & dissous par des Eaux soûterraines, qui ont de l'issue, il s'écoulera avec elles, tantôt *seul*, & produira des Eaux ameres, dont Galien a déja fait mention; tantôt *mêlé avec d'autres matieres minérales*, comme il l'est dans quel-

quelques Acidules : Si au contraire le Diſſolvant général des Sels lui manque, il reſtera comme arrêté & ſupprimé dans la terre, dont on le retirera, quand on aura l'avantage de le reconnoître ; comme on le fait depuis peu auprès de Neuſol en Hongrie, où ce Sel, au rapport de M. *Hermann* dans une Diſſertation faite à ce ſujet, eſt attaché aux parois & dans les fentes d'un roc, qui ſe trouve dans les creux d'une Mine de Cuivre.

Juſques-là nous avons vû, que le Sel de Glauber eſt *naturellement* dans le ſein de la terre, & qu'on l'en a tiré en différens païs. Je pourrois ajoûter que j'en ai trouvé, en quantité raiſonnable, dans une Plante calcinée ou brûlée. Mais, comme je ne ſuis pas encore certain ſi ce Sel a paſſé formellement & en ſa propre ſubſtance dans la Plante, par la ſuppoſition que l'on peut faire que le terrain où elle croît, en ſoit rempli ; ou ſi dans la calcination, le feu y ayant rencontré ſes principes conſtitutifs, les a uni, & produit par-là notre Sel ; je différerai d'en entretenir la Compagnie, juſqu'au tems que j'aurai plus de certitude de l'un ou de l'autre.

On diroit que ce Siecle nous ſera favorable pour la découverte du Sel de Glauber naturel.

Au reſte, il y a lieu de croire, que quand la Médecine aura pris connoiſſance de notre Sel du Dauphiné, elle lui accordera la place qu'il mérite dans la Matiere Médicinale, non ſeulement parce que nous l'avons dans le Royaume, mais principalement parce qu'il produit les mêmes effets ſur le Corps humain qu'un

qu'un bon Sel de Glauber, & que d'ailleurs il a le caractere de perfection en ce genre de Sels, qui est: Qu'il ne s'humecte point à l'air; qu'il n'altere point la teinture du Tournesol & des fleurs de Violettes; & que lui-même n'est point altéré par l'Huile de Vitriol, comme ceux de ses semblables, qui ont encore retenu du Sel marin. Ces trois articles sont autant de preuves de la juste proportion qu'il y à entre ses principes.

OBSERVATIONS SUR LE PORC-ÉPIC;

Extraites de Mémoires & de Lettres de M. Sarrazin, Médecin du Roi à Québec, & Correspondant de l'Académie.

Par M. DE REAUMUR.

DANS les Mémoires que l'Académie a donnés en 1666, pour servir à l'Histoire Naturelle des Animaux, on trouve une Description anatomique de six Porcs-épics, qui ne nous empêchera pas de communiquer les observations de M. Sarrazin; il est de ces observateurs qui peuvent fort bien saisir ce qui a échappé aux grands maîtres sur des matieres qu'ils ont traitées. Mais il y a tout lieu de croire que, malgré la ressemblance des noms, les nouvelles recherches n'ont pas été

é faites sur les mêmes animaux que les anennes ont eu pour objet. Il s'agit dans les ıes & dans les autres de Porcs-épics, mais 'obablement d'especes différentes, & peutre aussi différentes entre elles qu'elles le ınt l'une & l'autre de notre Hérisson.

Les Porcs-épics qui ont été anciennement ısséqués par les Anatomistes de l'Académie toient d'Afrique; leur museau ressembloit à elui d'un Lievre; leur levre supérieure étoit endue. Le Canada est le païs natal de ceux u'a disséqués M. Sarrazin; il n'a trouvé à eur museau aucune ressemblance avec celui es Lievres, quoiqu'il fût qu'elle leur eût té donnée par d'anciens Naturalistes qui n'aoient apparemment jamais vû de Porcs-épics 'Amérique. Il le compare pour la forme, celui d'une espece de Rat, nommé le *Sieur*, qu'il a décrit ci-devant sous le nom de *Rat des Alpes*. Le plus grand des Porcs-épics lont on a donné la description, avoit dix-huit ouces depuis le museau jusqu'à l'extrémité les pieds de derriere allongés. M. Sarrazin trouvé aux siens dix-huit pouces depuis le museau jusqu'à la racine de la queue; ils étoient donc au moins aussi grands que les autres: cependant les plus longs picquans les siens n'avoient que trois à quatre pouces, & les autres en avoient de longs d'un pied. Une si grande différence dans la longueur les picquans, suffiroit seule pour établir une différence d'espece entre des animaux qui ous paroissent sur-tout remarquables par ces mêmes picquans. Mais les dissections nous apprendront qu'outre les différences extérieures,

Le poil de la quatrieme espece est roux. Il a deux pouces de longueur; il est un peu frisé; il est épars sur la tête.

Celui de la cinquieme espece, qui est un peu plus roux que le précédent, est rude, & arrangé le long des parties latérales de la queue.

Celui de la sixieme espece est un poil noir, long d'environ un pouce. Il est fort rude; il est placé autour des parties naturelles, & sous la queue.

Le poil de la septieme espece couvre la gorge, le ventre & l'entre-deux des cuisses; il est mollet, & de couleur fauve tirant souvent sur le blanc.

Le Porc-épic a environ 24 pouces de longueur, savoir quatre pouces depuis le bout du museau jusqu'à la premiere vertebre du col; & de-là jusqu'à la racine de la queue il en a quatorze; & enfin la queue en a six.

La tête a trois pouces d'une oreille à l'autre: chaque oreille a environ trois lignes de longueur, & un peu plus de largeur. Elles ne ressemblent point à l'oreille de l'Homme, comme y ressembloient celles des Porcs-épics des Mémoires de l'Académie.

Les dents sont semblables à celles des Animaux qui rongent. Les incisives supérieures ont six lignes de longueur, les inférieures en ont dix. Les premieres sont entaillées en dedans de la profondeur d'environ demi-ligne; les unes & les autres sont larges de deux lignes.

Les yeux ont trois lignes d'un angle à l'autre. On a remarqué dans les Mémoires de l'Aca-

Académie comme une singularité, que le :and coin étoit beaucoup plus haut que le etit; il y a apparence que cette singularité e se trouve pas dans les Porcs-épics du Caada, du moins M. Sarrazin n'en a rien dit.

Les cuisses ont deux pouces & demi de longueur; la jambe en a quatre; le pied est plat omme celui du Castor; il a deux pouces & emi depuis le talon jusqu'à l'origine des oreils. Il est large d'un pouce & demi dans le milieu, & n'a que deux lignes au talon. Il cinq orteils, le gros n'a qu'une ligne de ong, les trois qui suivent en ont chacun rois, & le petit est un peu plus court. Les ongles ont environ trois lignes de longueur; ls sont très-forts, ils sont creux, tranchans, courbés, & très-pointus. Le bras & l'avant-bras ont une longueur égale à celle des jambes & des cuisses: pour les mains elles sont semblables à celles des animaux qui rongent, & leurs ongles à ceux des pieds; structure qui donne à cet animal une grande facilité pour grimper, qui lui est souvent très-nécessaire.

Les parties contenantes du bas-ventre n'ont rien de particulier. Quand on les a séparées, le foye se présente: il occupe non seulement l'hypocondre droit, mais encore une partie du gauche; il est divisé en six lobes, savoir quatre grands & deux petits. M. Sarrazin a remarqué comme une des particularités du Porc-épic, qu'il n'a point de vésicule de fiel, mais que le pore biliaire y supplée; son conduit s'ouvre dans le *duodenum*. On a trouvé à ceux qui ont été disséqués anciennement cet-

te véſicule, mais elle étoit petite, applatie, & preſque vuide.

Une autre particularité encore de celui du Canada, c'eſt qu'il n'a pas d'épiploön; il ne manquoit pas de même à ceux d'Afrique, mais il ne flottoit pas librement ſur les inteſtins, à l'ordinaire. L'eſtomac a huit pouces depuis la partie antérieure juſqu'à la poſtérieure: elles ſont approchées l'une de l'autre par une membrane, qui les tient dans une attitude pareille à celle où ſont les mêmes parties dans le Rat-muſqué. Il contient environ une livre & demie d'eau: il a dans cet état dix pouces de tour dans ſa plus grande largeur. L'iſſüe de l'œſophage dans l'eſtomac eſt avancée de dix lignes plus du côté de la partie latérale antérieure que du côté de l'épine; & il eſt bien plus proche du fond que de la partie oppoſée.

La rate a environ un pouce de longueur.

Le pancreas eſt tel que celui du Rat-muſqué.

Les inteſtins ont dix-ſept pieds de longueur, & n'ont d'ailleurs rien de particulier.

La veſſie n'a auſſi rien de particulier, elle peut contenir quatre onces d'eau.

La verge eſt attachée à la levre inférieure de l'os pubis. Elle a deux pouces de long, & trois lignes de diametre. Le balanus eſt long d'environ quatre lignes; il eſt couvert d'une peau chagrinée, comme celui du Caſtor. Il eſt dentelé dans ſa circonférence, c'eſt une eſpece de prépuce.

Les teſticules ont dix-huit lignes de longueur, & environ huit de diametre à leur gros

bout,

bout, & deux feulement au petit bout; leur fituation ordinaire eft en partie dans l'aine. Ils font appuyés fur les os pubis à côté de la racine de la verge; ils font cachés fous la peau; ils font enveloppés dans des bourfes que les mufcules obliques leur donnent, & au fond defquelles ils font adhérens, en forte qu'en rentrant dans le ventre, comme je les y ai trouvés, ils les renverfent & les entraînent avec eux, comme cela arrive dans le Rat-mufqué.

L'épididime fort du petit bout du tefticule, & monte en ferpentant le long du tefticule même, auquel il eft colé de la longueur de fept ou huit lignes.

Le déférent, qui eft une continuation de l'épididime, a dans cet endroit une ligne; il paffe par les anneaux, entre dans le ventre, dans lequel il s'éleve confidérablement en formant une écharpe qui a cinq pouces de longueur; il s'abbaiffe en s'approchant du col de la veffie, dans lequel ils ont l'un & l'autre leurs iffues féparées, & aboutiffent à l'uretre, où il y a une efpece de *veru-montanum.* Il a trouvé dans l'extrémité de ces vaiffeaux une lame offeufe, mince comme du papier, longue de demi-ligne & moins large encore. Il femble que cette lame ferve à tenir leurs extrémités toûjours ouvertes, car ils n'ont dans cet endroit qu'un quart de ligne de diametre.

Ce qui a paru de plus particulier à M. Sarrazin dans l'intérieur du Porc-épic, ce font les véficules féminales; elles repréfentent parfaitement deux de ces efpeces de fouets à

plusieurs brins de corde noués, ou de ces disciplines à manche appellées martinets, dont l'usage n'est que trop familier à ceux qui montrent les premiers élémens aux enfans. Elles sont posées comme deux de ces martinets renversés; les parties qui ressemblent aux manches sont tournées du côté de la vessie, elles sont les conduits excretoires, qui comme les déférens s'ouvrent aussi dans le *veru-montanum*, dont il a été parlé, par plusieurs petits trous, par où la liqueur des vésicules s'échape en forme de rosée; elle est grisâtre. Chaque manche de nos especes de disciplines ou martinets soûtient plusieurs branches qui sont longues, quelques-unes d'un pouce, d'autres un peu plus, d'autres moins; elles sont élevées, & étendues sur les muscles psoas. De distance en distance il y a le long de ces branches de petits nœuds qui sont autant de glandes grosses comme des grains de Chenevis. Ces grains ou especes de nœuds rendent plus parfaite la ressemblance de ces parties avec les martinets ou fouets auxquels on les a comparés.

Les parties naturelles de la femelle du Porc-epic n'ont fait voir rien de particulier, sinon que l'entrée en est de travers.

Si on se donne la peine de comparer les observations anatomiques que nous venons de rapporter, avec celles qui ont été faites sur les Porcs-épics d'Afrique, on trouvera encore dans la structure intérieure de ces animaux des différences que nous n'avons pas fait remarquer: nous ne nous sommes arrêtés qu'à celles qui nous ont semblé les plus considérables.

Le

Le Porc-épic d'Amerique, ou au moins du Canada, est un animal lourd; il semble qu'il soit embarrassé de sa peau chargée de tant de picquans; il n'y a point de Chasseur qui à la course ne le joigne en peu de tems, & qui ne l'assomme d'un seul coup de bâton donné sur son museau. M. Sarrazin pense que quand il y en auroit eu autrefois en Europe, au moins dans les païs habités, qu'il ne devroit plus y en rester aujourd'hui. On s'apperçoit même déja en Canada qu'ils y deviennent rares: leur instinct pourtant les conduit à demeurer dans les lieux, où ils ont le moins à craindre les hommes; ils se tiennent dans les forêts les plus épaisses & les moins praticables, comme sont celles de Pins & de Cedres de Canada. Ils préférent les païs de rochers & de montagnes, aux païs plats: mais ces mêmes païs si peu praticables aux hommes, sont souvent habités par d'autres ennemis qui leur sont aussi redoutables; les Pecands, les Ours, les Carcajoux leur font une cruelle guerre.

Il n'y a qu'un cas, où le Porc-épic puisse par la fuite échaper à de pareils ennemis, c'est quand il a le tems de saisir quelque arbre; il y grimpe, il gagne les plus petites branches qui suffisent pour le porter, & sur lesquelles des animaux plus forts, mais plus pesans, n'osent aller; là il lasse leur patience, il y reste constamment jusqu'à ce qu'ils soient partis, pour aller chercher une autre proye.

Les arbres creux lui donnent encore un autre asyle, il entre dans leur cavité la tête

la premiere, & ne laisse à l'ouverture que sa partie postérieure qui est toute hérissée des plus courts & des plus forts picquans. Ils savent aussi se placer de même dans les cavernes, & dans les trous des rochers.

Mais le Porc-épic se met souvent en campagne pour chercher l'herbe qu'il aime : quand il est surpris alors, une de ses ressources pour sa défense, est de courber sa tête vers sa queue, de se mettre en boule. Par ce moyen, tout ce qui paroît de son corps est couvert de picquans, qu'il hérisse bientôt. Sa gorge & son ventre qui en sont dénués, se trouvent dans l'intérieur de la boule. Notre Hérisson sait très-bien pratiquer cette manœuvre pour se défendre contre les Chiens : c'est la seule que nous lui ayons vû faire. Mais on assûre que le Porc-épic, au lieu de se mettre en boule, se tapit souvent contre terre ; alors son ventre & sa gorge ne sont pas exposés ; son ennemi ne peut l'attaquer que par le museau, que notre animal défend même avec ses dents. Il n'a le malheur de périr que quand il est assailli par trop d'adversaires à la fois, ou par un adversaire que la faim force à braver tant de picquans.

C'est encore une grande question, que de savoir si le Porc-épic lance ses picquans. Divers Chasseurs ont dit à M. Sarrazin qu'ils ne lui en avoient jamais vû lancer ; les rapports circonstanciés de plusieurs autres le font pourtant pancher à croire qu'il les lance. On assûre qu'il les abbaisse, & qu'il les éleve soudainement, qu'il leur fait faire des mouvemens semblables à ceux que le vent fait faire

re

re aux épis de nos moissons, mais plus subits ; que c'est dans ces mouvemens que les picquans sont lancés. D'autres prétendent que ceux qu'il lance sont sur-tout ceux de la queue, que quelquefois ils la frappent contre terre avec force & vîtesse, & que c'est alors que les picquans partent. On cite nombre d'exemples de Chasseurs & de Chiens, qui sans avoir touché de Porcs-épics, se sont trouvés avoir de ces picquans.

Peut-être que les deux sentimens opposés se peuvent concilier. On a imaginé, & les expressions des Anciens tendent à le faire croire, que le Porc-épic décoche ses picquans, comme un arc décoche une fleche. Le Porc-épic ne fait rien de pareil, & c'est ce que n'ont point vû, & que peut-être s'attendoient à voir, ceux qui disent qu'ils ne lui ont point vû lancer de picquans. Mais ces picquans tiennent si peu au Porc-épic, qu'il n'est guere possible qu'il se donne des mouvemens vifs, sans que quelques-uns se détachent ; les mêmes mouvemens qui les détachent, peuvent les porter à quelque distance de l'animal. Ceux qui les ont fait aller le plus loin, disent qu'ils sont poussés à quatre à cinq pieds ; la distance n'est pas grande, & peut-être y a-t-il beaucoup à en rabbattre.

M. Sarrazin a observé lui-même que quand le Porc-épic est pris, qu'il ne lance point ses picquans, que tout ce qu'il fait alors est de s'applatir contre terre.

Ce qui est de très-sûr, c'est que pour peu que la pointe d'un picquant touche quelque corps, elle y tient plus fortement que sa raci-

ne ne tient à la peau de l'animal; ainsi le picquant y reste attaché.

M. Sarrazin mit un Porc épic qu'il vouloit disséquer, sur une table couverte d'un tapis de toile cirée, tous les picquans qui toucherent la toile s'y accrocherent si-bien, que lorsqu'il en tira l'animal, ils resterent tous sur la toile. Aussi avons-nous fait remarquer au commencement de ce Mémoire, que la racine du picquant du Porc-épic est très-déliée. Les picquans de nos *Hérissons* ne sont pas faits pour se détacher aisément, comme ceux des Porcs-épics. Dans les Mémoires de l'Académie, à la suite de la Description anatomique des six Animaux de cette derniere espece, on a donné celle de deux Hérissons; on y a très-bien remarqué qu'il n'a pas comme le Porc-épic un muscle peaussier propre à secouer la peau, & à en lancer ou faire tomber les picquans. Mais on n'y a pas fait remarquer une structure du picquant, qui fait voir que la Nature a non seulement songé à l'attacher plus solidement que ceux du Porc-épic, mais même aussi solidement qu'il étoit possible. La partie du picquant, qui perce la peau, est un peu plus menue que ce qui la précede, mais en dessous de la peau le bout de la racine s'élargit; il forme une espece de tête plate & ronde. En un mot, le picquant du Hérisson est arrêté en dessous de la peau, comme nous arrêtons diverses pointes, en les rivant plus proprement que nous ne rivons les pointes des clous ordinaires.

La facilité que les picquans du Porc-épic ont à se détacher, & la structure particuliere

de

le leur pointe, que nous avons dit, d'après M. Sarrazin, être terminée d'abord par des dentelures, & enfin par une vis, sont cause que les animaux qui l'attaquent, n'en sont pas quittes à aussi bon marché qu'on le penseroit. Il semble qu'il ne s'agit pour eux que du risque de quelques picquures; mais ce ne sont pas les picquures qui sont le plus à craindre, c'en sont les suites. L'animal reste chargé des picquans qui l'ont percé; & comme s'ils avoient conservé l'envie de vanger le Porc-épic qui les a produit, ils poursuivent sa vengeance, même après sa mort; chaque jour ils augmentent la blessure qu'ils ont faite, ils pénetrent de plus en plus dans la peau de l'animal où ils se sont attachés, ils percent ses chairs, & font par la suite des blessures qui rendent l'animal languissant, & qui même le font périr. Le remede est d'arracher ces picquans sur le champ. Les autres Animaux ne connoissent pas plus ce remede que les Chiens le connoissent; mais heureusement que les maîtres de ceux-ci savent les secourir. Les Chasseurs ne manquent point d'ôter ceux qui paroissent attachés à leurs Chiens, lorsqu'ils ont approché d'un Porc-épic. Il y a pourtant des Chiens qui languissent long-tems, & périssent quand ils ont appartenu à des maîtres négligens, ou qui n'ont point vû les traits dont ils avoient été percés.

Les hommes même ne savent pas toujours se garantir contre les suites des picquures du Porc-épic. M. Sarrazin, que sa profession & son savoir mettent à portée de voir les maladies les plus remarquables du Canada, a

été consulté par plusieurs personnes qui étoient réduites dans un pitoyable état, pour n'avoir pas sû se retirer à tems le picquant dont elles avoient été percées. Entre plusieurs exemples, il en cite un dans ses Mémoires, qui ne doit pas être oublié ici. Un nommé d'Orval chassant sur le bord du Lac Champelain, tua d'un coup de Fusil un jeune Ours: il le chargea sur ses épaules, comme le Berger y met quelquefois sa Brebis. L'Ours apparemment avoit vaincu, ou combattu un Porc-épic; quelques picquans étoient restés embarrassés dans son poil. Il y en eut un qui perça la chemise & la peau du Chasseur au dessous de l'épaule. Il sentit la picquure, sans penser assés à la cause d'où elle pouvoit venir. Le picquant eut le tems de pénétrer, il fit son chemin, & mit bien du tems à le faire. Après cinq années, pendant lesquelles le pauvre Chasseur fût dans un état de langueur continuel, il apperçut la pointe du picquant à la partie antérieure de son corps; il la saisit, & retira peu à peu le picquant: depuis ce jour sa santé commença à se rétablir, & il s'est très-bien porté dans la suite. Aussi l'usage ordinaire des Chasseurs, qui ont tué un Porc-épic, est de le griller sur le champ, pour ne pas courir risque d'être picqués.

La figure de la pointe du picquant met M. Sarrazin en état d'expliquer bien clairement pourquoi le picquant pénétre dans les chairs des Animaux qu'il a commencé à percer. Elle lui permet, cette figure, d'aller en avant; mais elle ne lui permet pas de même de re-

tour-

ourner en arriere. Quelque-part où elle soit engagée, elle est agitée par le mouvement alternatif ou de systole & de diastole des arteres; de ces deux mouvemens celui-là seul pousse avec succès le picquant qui tend à lui faire continuer son chemin en avant. D'ailleurs soit en marchant, soit en agissant de toutes les autres façons qui nous sont familieres, nous donnons des mouvemens presque continuels à nos muscles, & ces mouvemens sont des causes très-capables de faire pénétrer les picquans dans les chairs, où ils se sont engagés. L'expérience de l'épi de bled qu'on fait monter le long du bras, est connue des enfans; ils se divertissent à la faire; ils posent l'épi de bled immédiatement sur la chair de leur avant-bras, ayant ses barbes tournées vers les doigs; ils r'accommodent ensuite leur manche de chemise, & boutonnent celle de leur veste; ils agissent après à leur ordinaire; l'épi de bled monte alors peu à peu, & souvent est moins d'une heure à parvenir jusqu'à l'épaule. La méchanique qui fait monter cet épi, & celle qui fait pénétrer le picquant dans les chairs, sont visiblement la même.

Souvent le picquant rencontre un os sur lequel il s'arrête; il y produit une tumeur qui ne suppure jamais, elle devient osseuse, & subsiste sans causer aucune douleur. Mr. Sarrazin avoue ingénuement qu'il n'a jamais sû donner aucuns conseils salutaires à ceux qui étoient incommodés de picquans qui s'étoient entierement cachés sous leurs chairs, & qu'alors il ne sait point de moyen de les

en retirer; qu'il eſt même difficile de retirer le picquant lorſqu'il a pénetré très-avant, quoiqu'il ne ſoit pas encore entré en entier.

Les Chaſſeurs, ſoit François, ſoit Sauvages, prétendent que le Porc-épic vit douze à quinze ans. Ils aſſûrent que les mâles ſont furieux dans le tems du Rhut, qui eſt dans le mois de Septembre, qu'ils ſe déchirent les uns les autres à belles dents, qu'ils s'entreblessent de leurs picquans. Ils n'ont pourtant à les craindre que pour leur ventre & leur gorge, le reſte de leur corps étant bien couvert.

Mais dans les approches du mâle & de la femelle, ces mêmes picquans ſemblent devoir être dangereux & pour l'un & pour l'autre. On a voulu faire croire à M. Sarrazin que la femelle ſe ſuſpendoit par ſes cuiſſes à une branche d'arbre la tête en bas, & que le mâle ſe ſoûtenoit ſur une autre branche voiſine par le moyen de ſes mains. Il traite ce récit de fabuleux; il cite des témoins oculaires qui méritent qu'on leur ajoûte foi, qui aſſûrent avoir vû le Porc-épic approcher de ſa femelle pardevant. Mais on n'explique pas préciſément de quelle maniere.

La femelle du Porc épic met ordinairement bas au mois d'Avril; elle porte environ ſept mois. On a aſſûré M. Sarrazin qu'elle ne faiſoit jamais qu'un petit à chaque portée. Il en a diſſequé deux pleines, l'une au mois de Février, & l'autre au mois de Mars, qui n'en avoient auſſi qu'un chacune. Ces fœtus étoient couverts de poils & de picquans déja rudes, ſur-tout ceux du dernier; ils n'étoient

pour-

pourtant pas capables d'incommoder la mere. On dit qu'elle n'allaite son petit qu'environ un mois. Elle ne peut plus le souffrir, lorsque les picquans sont devenus trop durs; pour lors il vit d'herbe, & s'accoûtume peu à peu à se nourrir d'écorce.

Les Sauvages du Canada teignent en rouge, en noir, en jaune, les picquans du Porc-épic; ils en brodent différentes sortes d'ouvrages d'écorces d'arbres, comme des Corbeilles de diverses grandeurs & figures; ils en brodent aussi des bracelets, des ceintures de cuirs dont leurs femmes se parent. Ces broderies de picquans de Porcs-épics sont souvent très-bien faites, & ont l'avantage d'être plus durables que nos broderies de soye, & même que nos broderies d'or & d'argent.

OBSERVATION DE L'ECLIPSE DU SOLEIL.

Du 15 Septembre 1727.

Faite à Thury près de Clermont en Beauvoisis.

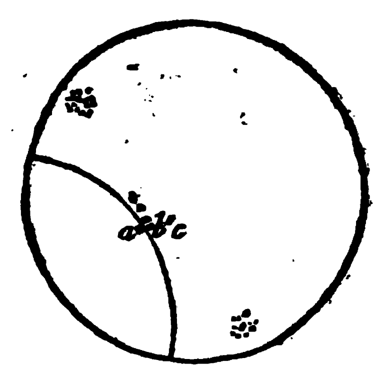
Par M. CASSINI.

LE tems fut très-favorable pour l'observations de l'Eclipse du Soleil, que je me préparai de faire avec une Lunette de 8 pieds, dans laquelle j'avois placé au foyer commun des deux Verres, un Micrometre à réticules paralleles, qui, en s'approchant & s'éloignant les uns des autres, conservent le parallelisme, & comprennent des intervalles égaux entre eux. Je disposai ce Micrometre de for-

te,

te, que les fils extrêmes comprenoient exactement l'image du Soleil, & je fis les observations suivantes.

A 6h 26'	34"	Le Soleil paroît éclipsé d'une très-petite partie.
		J'ai jugé par la fin que le commencement a dû arriver à 6h 26' 4"
32	15	Un doigt.
35	46	Un doigt & demi.
40	1	Deux doigts.
44	41	Deux doigts & demi & un peu plus.
49	22	Trois doigts.
56	42	Trois doigts & demi.
59	3	La petite Tache *a*, est éclipsée.
7 8	43	Trois doigts 50 minutes, le bord du Soleil est éloigné de la Tache *b*, de la moitié de la distance entre les Taches *b* & *c*.



7h 14'	28"	L'Eclipse diminue, & le bord de la Lune est éloigné de la Tache

che *b*, d'une diſtance égale à celle qui eſt entre les Taches *b* & *c*.

28 43 Deux doigts & trois quarts.
31 5 Deux doigts & 25 minutes.
35 38 Deux doigts.
39 40 Un doigt & 25 minutes.
43 24 Cinquante-cinq minutes.
46 54 Vingt-cinq minutes.
48 59 Fin de l'Eclipſe.

Il y avoit dans le Soleil trois amas de Taches, dont il n'y en a eu qu'une ſeule fort petite d'éclipſée. J'ai obſervé que la diſtance du bord du Soleil à la Tache marquée *b*, étoit exactement de quatre parties, dont le diſque du Soleil en comprenoit douze.

J'ai auſſi déterminé la grandeur apparente du diametre du Soleil à la fin de l'Eclipſe, de $0^d\ 32'\ 4''$.

OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES DE L'ANNÉE M. DCCXXVII.

Par M. MARALDI. *

ON a vû pluſieurs fois la Lumiere boréale durant l'Hiver, dans le Printems & dan l'Automne de l'année 1727, mais elle n'a paru avec quelque éclat que le 17 Janvier, le 14 Mars & le 19 Octobre, le même jour que parut en 1726 celle qui fut ſi éclatante. On ne donne point de deſcriptions particulieres

* 10 Janv. 1728.

res de ces phénomenes, parce qu'ils ont eu les mêmes apparences qu'on a remarqué dans la plûpart de ceux que nous avons observés depuis douze ans. Il suffira de dire qu'ils paroissoient au dessus d'un brouillard adhérant à l'horizon, & qu'ils étoient formés en Arc d'une étendue tantôt plus grande, tantôt plus petite. Ils ont été aussi accompagnés de la même température d'air que ceux des *années précédentes*, car ils ont paru après qu'on a senti pendant le jour un air doux, & même une chaleur plus *grande* que l'ordinaire pour la saison.

La Lumiere du 14 Mars a été remarquable par la blancheur extraordinaire qui a paru dans toute son étendue, & durant tout le tems qu'elle a été visible, au lieu que la Lumiere qui formoit les apparences des années précédentes étoit de couleur de feu.

M. Manfredi a observé à Bologne, la nuit du 14 Mars, le même phénomene depuis 11^h 29' jusqu'à une heure après minuit qu'il cessa de paroître; il en a déterminé l'étendue le long de l'horizon, de 70 ou 80 degrés, & sa plus grande élévation sur l'horizon, de 5 ou 6 degrés. Nous observâmes son étendue & sa situation, en le comparant avec les Etoiles voisines, & nous trouvâmes que par sa sommité supérieure il rasoit les deux belles Etoiles qui sont dans le bras & dans l'épaule de Céphée, élevées pour-lors sur notre horizon de 21 degrés, ce qui donneroit un argument de Parallaxe d'environ 10 degrés qu'auroit eu ce phénomene entre Paris & Bologne; mais comme l'observation de M. Manfre-

redi a été faite à $11^h\ 29'$, qui font $10^h\ 52'$ de Paris, & que notre détermination a été faite à 10 heures, on n'en fauroit conclure avec quelque précifion cette parallaxe, à caufe du changement qu'il peut avoir fait dans l'intervalle de plus de trois quarts d'heure qu'il y a eu entre ces deux obfervations.

Le 20 Avril nous avons obfervé un Cercle lumineux autour du Soleil, qui a duré depuis midi jufqu'à deux heures & demie. Aux deux extrémités du diametre de ce Cercle qui concouroit avec le vertical qui paffoit par le centre du Soleil, il y avoit deux lumieres plus fortes que dans le refte du Cercle, dont le diametre étoit de 26 degrés.

On a vû auffi à Paris, & en d'autres lieux éloignés, un feu volant le foir du 13 Novembre, qui a duré quelques fecondes de tems, femblable à celui qui fut vû le 30 Mars de l'an 1719.

Obfervations fur la quantité de Pluye qui eft tombée pendant cette année 1727.

En Janvier.	12 ½	En Juillet	12 ⅔
Fevrier......	6	Août	2 ⅔
Mars.	5	Septembre ...	18 ⅓
Avril.........	9 ½	Octobre	16 ⅔
Mai	16 ⅔	Novembre...	17 ¼
Juin	27	Decembre	19 ½

Donc la hauteur de Pluye qui eft tombée pendant l'année 1727 à l'Obfervatoire eft de 164 lignes, qui font 13 pouces 8 lignes. Dans

les six premiers mois il a plu 6 pouces lignes, & dans les six derniers 7 pouces lignes.

L'état moyen de la Pluye que nous avons conclu l'année derniere par les observations de 38 années, étant de 17 pouces & demi, il suit que l'année 1727 en est une de sécheresse, puisqu'il en a plu quatre pouces de moins que dans les années moyennes. Malgré la sécheresse de l'année & les longues chaleurs qui ont regné, il y a eu dans ce climat une abondante recolte, parce que les Pluyes sont tombées dans des tems convenables, & que celles du mois de Mai, Juin & de Juillet, qui contribuent le plus à rendre les campagnes fécondes, ont été abondantes, y en ayant eu durant ces trois mois 4 pouces 8 lignes, qui font plus d'un tiers de ce qui en est tombé pendant toute l'année; au lieu que la hauteur de celles de Février, Mars & Août, qui ne sont pas si nécessaires, n'a été que d'un pouce & une ligne.

Observations sur le Thermometre.

Le Thermometre, qui dans les Caves de l'Observatoire & dans un état d'air temperé, se trouve à 48 degrés, & à 31 lorsqu'il commence à geler, a toûjours été au-dessus de 30 dans le mois de Janvier 1727. Il descendit à 30 le 5 & le 6 de Février par un vent de Nord & de Nord-Ouest, & le jour suivant 7 de Février il descendit par un vent du Sud au 28e degré. C'est-là l'état le plus bas où il soit arrivé pendant l'année; ce qui mar-
qu-

que un degré de froid moderé, puiſqu'il n'étoit que trois degrés au-deſſous de celui qui marque le commencement de la gelée. Il eſt à remarquer que le 7 Février, lorſqu'il faiſoit un vent de Sud, le Thermometre s'eſt trouvé plus bas que les deux jours précédens, lorſque le vent étoit Nord & Nord-Oueſt. Cet abbaiſſement du Thermometre par un vent de Sud, vient au moins en partie de ce que ce vent nous a ramené d'abord par une eſpece de reflux qui ſe fait dans l'Athmoſphere, les particules d'un air froid que le vent du Nord avoit pouſſées du côté du Midi; mais ce même vent de Sud ayant continué, a fait hauſſer le Thermometre, & s'eſt fait ſentir temperé, & tel qu'il eſt naturellement.

Par une raiſon ſemblable, lorſqu'après un vent de Sud, celui de Nord commence à ſe faire ſentir, il fait hauſſer le Thermometre, mais il le fait baiſſer s'il continue. Il arrive la même choſe à l'égard de notre ſenſation, qui eſt plus prompte & plus ſubite que n'eſt le mouvement de la liqueur dans le Thermometre, lorſque nous trouvons temperés les vents de Nord, & froids les vents de Midi.

Depuis le 7 Fevrier le Thermometre a continué de s'élever conſidérablement dans les mois ſuivans, juſqu'à ce que le 10 de Mai, ayant été le matin au lever du Soleil à 56 parties, il monta à 2 heures après midi à 70, hauteur où il arrive très rarement durant ce mois. Il continua d'être à une grande élevation tout le reſte du mois de Mai, en Juin & Juillet, de ſorte que le 16 du même mois à 3ʰ après midi, qui eſt celle de la plus grande cha-

chaleur du jour, il se trouva à 73 degrés, le 17 à 75, le 18 à 78, & enfin le 7 Août à trois heures après midi à 80 degrés, qui est le plus haut où il soit arrivé cette année. Tous ces jours-là il faisoit un vent de Sud & de Sud-Est, qui est celui qui nous amene les plus grandes chaleurs de l'Eté, ainsi que nous l'avons déja remarqué plusieurs fois. Le Thermometre a été assés élevé le reste d'Août & dans *Septembre*; ainsi les chaleurs ayant commencé en Mai, & n'ayant fini qu'en Septembre, ont duré cinq mois, ce qui n'est pas ordinaire dans notre climat.

Quoique les chaleurs ayent duré longtems, elles n'ont pas été des plus grandes, puisqu'en 1706, 1707, 1718 & 1719 le même Thermometre est monté deux degrés plus haut qu'en 1727.

Il y a eu pendant presque toute l'année un grand nombre de Taches dans le Soleil, & quelquefois plus grandes que n'est la surface de la Terre, ce qui n'a pas empêché que nous n'ayons eu de grandes chaleurs. La même chose est arrivée en 1718 & 1719; car quoique dans ces années il y ait eu dans le Soleil un grand nombre de Taches, les chaleurs ne laisserent pas d'être des plus excessives qu'il aît fait depuis qu'on fait ces remarques; ainsi par les observations de ces trois années, on voit que les Taches du Soleil ne portent aucune diminution sensible dans la chaleur que nous sentons sur la Terre, comme quelques-uns se le sont imaginé.

En effet, quand il y auroit en même tems dans le Soleil quatre ou cinq Taches, des plus

plus grandes que nous ayons obſervées juſqu'à préſent dans cet Aſtre, elles n'occuperoient que la deux-millieme partie de ſa ſurface, ce qui n'eſt pas ſenſible à l'égard du reſte qui eſt ſans Taches. On doit donc attribuer la différente température d'air qui regne dans les mêmes Saiſons en différentes années, aux différens vents, aux différentes exhalaiſons de la Terre, & aux nuages qui couvrent notre hémiſphere plus en une année que l'autre, & qui empêchent les rayons du Soleil de venir juſqu'à la Terre, & de l'échauffer, ainſi que nous l'avons déja remarqué dans un autre Mémoire.

Quoi que les plus grandes chaleurs n'arrivent pas tous les ans aux mêmes jours, & & qu'il y ait des variations d'une année à l'autre, tant à cauſe de la diverſité des vents, que des autres accidens auxquels notre Athmoſphere eſt expoſée, on voit cependant par les obſervations d'un grand nombre d'années, qu'elles ſe font très ſouvent ſentir vers le commencement d'Août, comme il eſt arrivé encore cette année; car elles ont été les plus grandes au 7e. du même mois, environ 45 jours après le ſolſtice d'Eté.

De même, quoique la plus grande chaleur du jour ne ſe rencontre pas perpétuellement à la même heure, on voit néanmoins qu'elle arrive le plus ſouvent à 3 heures après midi, quand il ne ſurvient point pendant le jour des nuages qui interrompent la continuation de la chaleur: ainſi dans ce climat il y a à peu près un même rapport entre le tems du midi & celui de la plus grande chaleur du jour, qu'eu-

qu'entre le tems du solstice d'Eté & celui de la plus grande chaleur de l'année ; car comme 3 heures sont la 8e. partie du jour, ainsi 45 jours sont la 8e. partie de l'année.

Sur le Barometre.

Le Barometre s'est soûtenu à une grande hauteur presque toute l'année ; il est monté à 28 pouces 4 lignes le 1. Décembre ; & il est descendu à 27 pouces 1 ligne le 28 du même mois : ainsi la variation a été de 1 pouces 3 lignes. On n'a point eu de vents violens que la nuit du 4 au 5 Janvier, qui ne durerent que pendant la nuit.

Sur la Déclinaison de l'Aimant.

La Déclinaison de l'Aimant observée le 3 Janvier 1728 avec la Boussole ordinaire de 4 pouces, s'est trouvée de 14 degrés 0′ vers le Nord-Ouest. En 1724 elle avoit été de 13 degrés. Elle a donc varié d'un degré en 4 ans, ce qui est en raison d'un quart de degré ou 15 minutes par an. C'est aussi le changement qui résulte de la comparaison des plus anciennes observations que nous ayons avec les modernes ; ainsi, quoique depuis 1720 jusqu'en 1724 elle n'ait fait aucun changement sensible, & que pendant ces quatre années la déclinaison ait toujours été de 13 degrés, depuis 1724 elle continue de faire son progrès ordinaire, comme elle avoit fait avant.

F I N.




DENER LIBRARY
X ISPZ R